ТЕМА 12. ОПТИМИЗАЦИЯ НА ОСНОВЕ МУРАВЬИНОЙ КУЧИ.

Алгоритм основан на модели, симулирующей процесс поиска муравьями кратчайших путей от муравейника до источников пищи, и разработан М. Дорино в 1990-е годы [20, 21]. Муравьи решают задачи поиска путей с помощью химической регуляции. Каждый муравей оставляет за собой на земле дорожку особых веществ – феромонов. Другой муравей, почуяв след на земле, устремляется по нему. Чем больше по одному пути прошло муравьев, тем заметнее для них след, а чем более заметен след, тем большее желание пойти в ту же сторону возникает у муравьев. Поскольку муравьи, нашедшие самый короткий путь к «кормушке», тратят меньше времени на путь туда и обратно, их след быстро становится самым заметным. Он привлекает большее число муравьев, таким образом, процесс поиска более короткого пути быстро завершается. Остальные пути – менее используемые – постепенно пропадают. Можно сформулировать основные принципы взаимодействия муравьев: случайность, многократность, положительная обратная связь.

Так как каждый муравей выполняет примитивные действия, то и алгоритм получается очень простым и сводится к многократному обходу некоторого графа, дуги которого имеют не только вес, но и дополнительную динамически меняющуюся количественную характеристику, называемую количеством феромона или просто феромоном.

Итерационный алгоритм включает в себя построение решения всеми муравьями, улучшение решения методом локального поиска, обновление феромона. Построение решения начинается с пустого частичного решения, которое расширяется путем добавления к нему новой допустимой компоненты решения. В отличие от алгоритма роя частиц, который описывается как алгоритм для нахождения экстремумов непрерывных функций, муравьиный алгоритм в классической формулировке решает комбинаторные задачи, например, задачу коммивояжера. Поэтому вектором варьируемых параметров в муравьином алгоритме обычно является последовательность узлов в графе, оптимальный способ обхода которого нужно найти (в задаче коммивояжера – последовательность городов в искомом маршруте). Тем не менее представленная в формуле (2) структура полностью сохраняется.

Согласно формуле (2) алгоритм колонии муравьев $ACO = \{S, M, A, P, I, O\}$. Для удобства будем считать, что решается задача минимизации (так как муравьи ищут наикратчайший путь).

Множество агентов (муравьев) $S = \{s_1, s_2,\ldots,s_{|S|}\}$, $|S|$ – количество муравьев. На j-й итерации i-й муравей характеризуется состоянием $s_{ij} = \{X_{ij}, T_{ij}\}$, где $X_{ij} = \{x^1_{ij}, x^2_{ij},\ldots, x^\ell_{ij}\}$ – вектор варьируемых параметров (последовательность узлов графа), $T_{ij} = \{t^1_{ij}, t^2_{ij},\ldots, t^\ell_{ij}\}$ – вектор булевых переменных, которые показывают, был ли ℓ-й узел посещен i-м муравьем на j-й итерации (в начале каждой итерации все его компоненты равны 0).

Граф $M = \{F, R\}$ – граф, каждая дуга которого имеет два веса: переменный (количество феромона) и постоянный (характеризующий задачу, например, в задаче коммивояжера – это расстояние между городами). Поэтому граф M можно представить в виде двух графов с одинаковыми структурами, но разными весами дуг (F и R):

$$F = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \cdots & \tau_{1l} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{l1} & \cdots & \tau_{ll} \end{pmatrix}, \ R = \begin{pmatrix} r_{11} & \cdots & r_{1l} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{l1} & \cdots & r_{ll} \end{pmatrix},$$

где τ_{k1k2} – количество феромона на дуге, соединяющей k_1-й и k_2-й узлы графа F, r_{k1k2} – вес (длина) дуги, соединяющей k_1-й и k_2-й узлы графа R, при этом в общем случае $\tau_{k1k2} \neq \tau_{k2k1}$ и $r_{k1k2} \neq r_{k2k1}$.

Алгоритм A описывает механизмы функционирования колонии муравьев.

1. Генерация начальных положений. В зависимости от задачи каждый муравей может быть создан в случайном узле графа или в заданном. Если муравей помещен в узел k, то

$$x_{i1}^{1} = k, \ \ t_{i1}^{k} = 1.$$

На каждую дугу наносится некоторое ненулевое количество феромона $\tau_{ij} = \tau_{\min}$.

2. В алгоритме колонии муравьев на первой итерации ($j = 1$) второй шаг пропускается, так как для вычисления фитнесс-функций необходимо выполнить перемещения агентов.

Для остальных шагов выполняются следующие действия:

– вычисление целевых функций:

$$\varphi(X_{ij}) = f(X_{ij}), \ i = 1, \ |S|,$$

после каждого вычисления целевой функции происходит сравнение ее значения с $\varphi(X_j^{best})$ аналогично формуле $X_j^{best} = X_{ij}, \varphi(X_j^{best}) < \varphi(X_{ij})$, $i = 1, \ldots, |S|$;

– определение количества феромона, которое нужно нанести на дугу, соединяющую узлы k_1 и k_2 (феромон для i-го муравья наносится только на те дуги, которые вошли в маршрут X_{ij}):

$$\Delta\tau_{ij}^{k_1 k_2} = \begin{cases} \dfrac{\gamma}{\varphi(X_{ij})}, \text{в } X_{ij} \ k_1 \text{ следует сразу за } k_2, \\ 0, \text{ если не следует сразу за } k_2, \end{cases} \quad i = 1, \ldots |S|,$$

$$k_1 = 1,\ldots,l,\ k_2 = 1,\ldots,l;$$

– пересчет количества феромона на всем графе с учетом испарения и ограничений:

$$\theta = \rho\tau_j^{k_1 k_2} + \Delta\tau_{ij}^{k_1 k_2},\ \ k_1 = 1,\ldots,l,\ k_2 = 1,\ldots,l\ ,$$

$$\tau_j^{k_1 k_2} = \begin{cases} \theta, \theta \geq \tau_{\min}, \\ \tau_{\min}, \theta < \tau_{\min}. \end{cases}$$

3. Перемещения агентов. В каждом узле k муравей выбирает, в какой из еще не посещенных узлов перейти. При этом вероятность перехода в m-й узел равна (индексы i и j, определяющие агента и итерацию, здесь опущены):

$$P_m = \begin{cases} \dfrac{(\tau_{km})^{\alpha}(\eta(r_{km}))^{\beta}}{\sum_{z=1, t_z=0}^{l}\left((\tau_{kz})^{\alpha}(\eta(r_{kz}))^{\beta}\right)},\ t_m = 0, \\ 0,\ \ t_m = 1. \end{cases}$$

Здесь $\eta(r_{km})$ – некоторая функция от веса дуги, в простейшем случае $\eta(r_{km}) = r_{km}$.

После вычисления вероятностей с помощью розыгрыша по жребию происходит определение, в какой узел m должна переместиться частица. При этом $t_m = 1$, номер узла добавляется в маршрут частицы. После окончания обхода вектор T обнуляется.

4. Если на j-й итерации выполнено условие остановки, то значение $X_{final}^{best} = X_j^{best}$ подается на выход O_1. Иначе происходит переход к итерации 2.

Вектор $P = \{\alpha, \beta, \gamma, \rho\}$ – коэффициенты алгоритма A. Коэффициент α определяет степень влияния количества феромона на дуге на вероятность того, что муравей выберет эту дугу. Коэффициент β определяет степень влияния веса дуги графа на вероятность ее выбора. Коэффициент γ – коэффициент интенсивности выделения феромона. Коэффициент ρ влияет на испаряемость феромона, принимает значения от 0 (нет испарения) до 1 (испаряется до минимального уровня после каждой итерации).

Идентификаторы I и O – вход и выход роя, которые не зависят от реализации алгоритмов роевого интеллекта.