

*МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ*

КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМ.И.РАЗЗАКОВА

КАФЕДРА МЕТРОЛОГИЯ И СТАНДАРТИЗАЦИЯ

УДК

№Госрегистрации

Инв.№ \_\_\_\_\_

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по НР и ВС

\_\_\_\_\_ д.т.н., проф. Горобеков Б.Т.

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021 г.

ОТЧЕТ

О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

за 2021 год

по теме: «Разработка конструкции и механизмов фасолеуборочных машин»

Руководитель НИР

д.т.н., проф. Алмаматов М.З.

Бишкек – 2021 год

## СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Научный руководитель,  
по разделу д.т.н., профессор

\_\_\_\_\_ Алмаматов М.З.  
(реферат, 2 глава, заключение)

к.т.н., доцент

\_\_\_\_\_ Абдираимов А.А.  
(реферат, 3 глава)

науч. сотрудник,

\_\_\_\_\_ Халов Р.Ш.  
(реферат, 1 глава,)

## «РЕФЕРАТ»

**Отчет состоит из 42 стр., 16 рисунков, 16 источников.**

МЕХАНИЗМ; СТРУКТУРА МЕХАНИЗМА ТРЕТЬЕГО КЛАССА; ЗВЕНО; ГРУПП АССУРА; ГРУППА БУРМЕСТЕРА КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ. ВАРИАТОР, РЫЧАЖНЫЙ МЕХАНИЗМ, СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ, КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ПАРА, ПЕРЕДАТОЧНОЕ ЧИСЛО, СТРУКТУРНАЯ СХЕМА.

Объектами исследования является система плоских механизмов.

Основной целью проведенных работ является разработка методика расчета механизмов

Задачей исследований является улучшения методики определения кинематических параметров механизмов.

Работа состоит из введения, из трех глав и заключения.

В первом главе предложена новая методика определения кинематических параметров рычажных механизмов, с использованием теоремы Пифагора, которая приведена на примере определения положений звеньев самого сложного механизма третьего класса, разработанного на основании группы Бурместера начальному механизму.

Во втором главе предложена новая методика определения кинематических параметров кривошипно-ползунных механизмов, с использованием теоремы Пифагора. По существующей известной классической методике ТММ, для определения кинематических параметров отдельной точки звеньев, например, на шатуне требуется предварительно определить углы качания и угловой скорости шатуна, что усложняет решение задачи.

В третьей главе описаны схема и принцип работы рычажного вариатора с пространственными преобразующими механизмами. В результате структурного анализа, определено семейство исследуемого вариатора, показано, что применение сферических кинематических пар оказывается предпочтительнее для надежности работы устройства.

## «СОДЕРЖАНИЕ»

	Введение. . . . .	5
Глава 1	Аналитический метод определения кинематических параметров рычажных механизмов, с использованием теоремы Пифагора.	7
	Выводы к главе 1. . . . .	13
Глава 2	Определения кинематических параметров кривошипно-ползунных механизмов с использованием теоремы Пифагора и взаимосвязи звеньев замкнутых контуров. . . . .	14
2.1	Новая методика определения кинематических параметров рычажных механизмов с использованием теоремы Пифагора и взаимосвязи звеньев замкнутых контуров . . . . .	18
	Выводы к главе 2. . . . .	25
Глава 3	Структурный и кинематический анализ рычажного вариатора с пространственными преобразующими механизмами. . . . .	26
3.1	Устройство и принцип работы рычажного вариатора . . . . .	26
3.2	Кинематический расчет рычажного вариатора	30
3.3	Анализ результатов кинематического расчета рычажного вариатора. . . . .	36
	Выводы по 3 главе . . . . .	39
	Заключение . . . . .	40
	Список использованных источников. . . . .	41

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время известны разнообразные типы вариаторов скоростей (фрикционные, торoidalные, ременные, шаровые и т.д.) [1 – 4], главным недостатком которых является использование фрикционной передачи для передачи движения от ведущего колеса к ведомому. Это обстоятельство не позволяет получить точного передаточного отношения из-за проскальзывания, требует дополнительных устройств для прижатия колес, что приводит к повышению нагрузок на валы и подшипники.

Для избежания вышеуказанных недостатков применяются различные типы импульсных вариаторов [5]. В импульсных вариаторах вращательное движение ведущего вала (кривошипа) преобразуется в колебательное движение, которое с помощью механизмов свободного хода (МСХ) вновь трансформируется во вращательное движение ведомого вала. В указанных вариаторах в качестве преобразующего механизма используются рычажные, зубчато-рычажные и кулачковые механизмы, а передаточные отношения изменяются посредством изменения радиуса (длины) вращения кривошипа или длины качания коромысла [5]. В импульсных вариаторах движение передается в виде периодических импульсов, чтобы получить непрерывное вращение ведомого вала и уменьшить неравномерность его вращения, устанавливают несколько последовательно работающих преобразующих механизмов и МСХ, причем эти механизмы устанавливаются через равные промежутки. Необходимость регулирования длины вращающегося кривошипа или коромысла усложняет конструкцию импульсного вариатора.

Для плавного регулирования передаточного отношения в широком диапазоне используется вариатор с рычажными механизмами [6-7], вращение ведущего кривошипа преобразуется в непрерывное вращательное движение шестерен. Бесступечатое регулирование передаточного отношения осуществляется путем изменения радиуса кривошипа или перемещением ползуна. К недостаткам образца [6] относят его низкую надежность, вследствие неравномерности вращения выходного вала при достижении входным валом крайних мертвых точек, что приводит к разрыву крутящего момента.

# ГЛАВА 1. АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА

Рычажные механизмы используются во всех типах машин применяемых в разных отраслях. Эти механизмы классифицируются методикой предложенной академиком Ш.И. Артоболовским [1] по классу механизмов. Предложенная классификация в основном предназначена для создания одноподвижных механизмов с использованием групп Ассура. Так например, начальные механизмы состоят только из двух звеньев, одно из которых неподвижная стойка, а вторая подвижная. При одном подвижном звене создаются только два варианта механизмов вращательными или поступательными движениями (см. рис. 1).

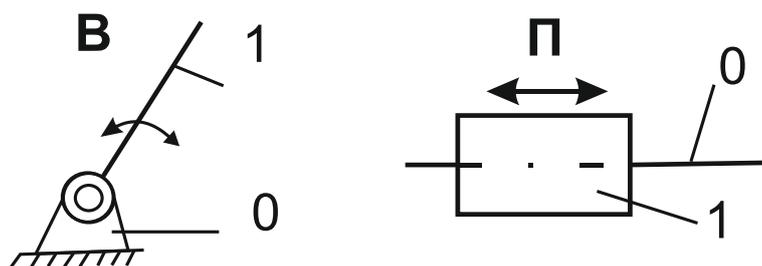


Рисунок 1 - Начальные механизмы с одним подвижным звеньем.

В следующем этапе классификации И.И. Артоболовского создаются механизмы с насаиванием группы Ассура к начальному механизму. В этом случае создаются 10 вариантов схем механизмов с тремя подвижными звеньями. (см. рис. 2).

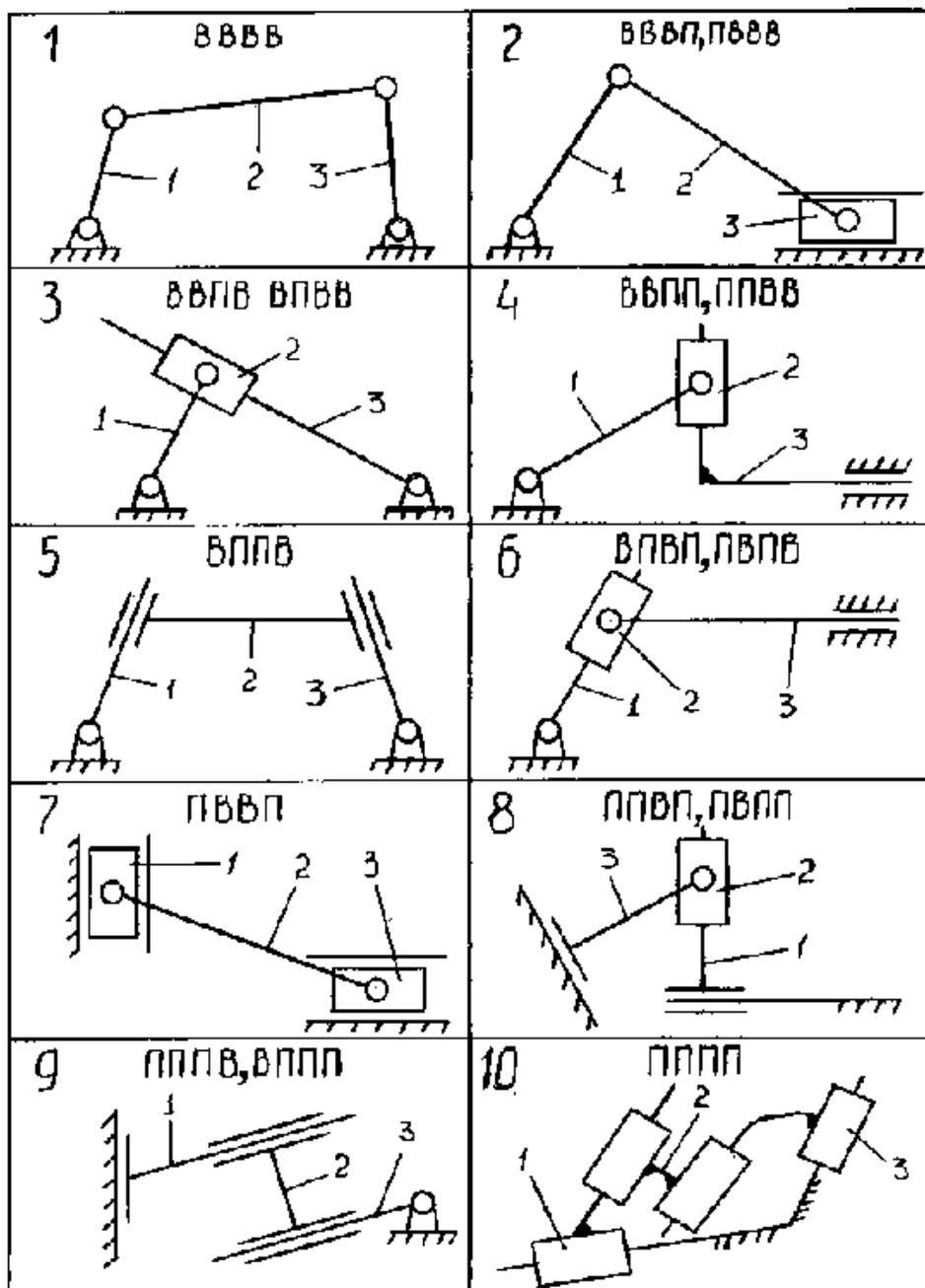


Рисунок 2. Схемы механизмов с тремя подвижными звеньями.

В классификацию рычажных механизмов существенное развитие внес член-корр. АН Киргизской ССР Л.Т. Дворников который предложил в классификацию механизмов ввести понятие по количеству сложности присоединяемых звеньев  $\tau$  [2]. Например при  $\tau = 1$  (рис 1), звено соединяется только одним подвижным звеном, при  $\tau = 2$  (рис. 2) с звеном соединяются два звена, при  $\tau = 3$  три звена (см. рис. 1.3). На примере механизма приведенного рис. 3 второму звену подвижно соединяются три звена 1, 3 и 4.

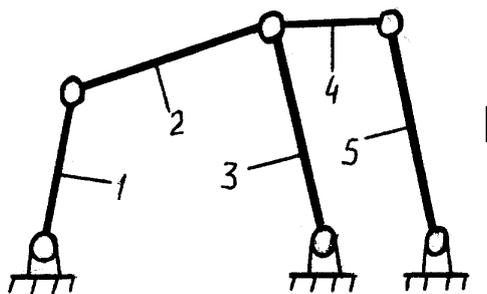


Рисунок 3. Схема механизма с пятью подвижными звеньями с  $\tau = 3$ .

Л.Т. Дворниковым также предположена универсальная структурная формула рычажных звеньев с помощью которых можно расшифровать и описать любой механизм.

С увеличением количества подвижных звеньев усложняется структура устройств с одной стороны, с другой стороны это усложнение легко компенсируется увеличением технологических возможностей применения этих механизмов, которые удовлетворяют специфическим технологическим требованиям машин. Например, увеличение жесткости в чеканочных прессах или выполнение других требований таких как, ударные импульсные механизмы буровых автоматов которые автоматически переходят от режима вращательного бурения в ударно вращательный режим работы и т.д. Увеличением количества подвижных звеньев механизмы приобретают особые возможности по перемещению, по соотношению относительных скоростей и ускорений звеньев, по усилию и силовым возможностям механизмов.

Таким образом, структурный синтез и определение кинематических параметров сложных структурных механизмов является актуальной задачей.

Из известных механизмов наиболее изученными являются первый и второй классы механизмов, приведенные на рис 1 и 2.

Устройство приведенной на рис. 4 называют механизмом третьего класса, созданной с использованием четырехзвенной группы Ассур (или группы Ассур второго класса). Другое название устройства это механизм, созданный с использованием группы Бурместера. По классификации Л.Т. Дворникова механизм с пятью подвижными звеньями с  $\tau = 3$ . Этот механизм

имеет 5 подвижных звеньев, соответственно обладает широкой технологической возможностью использования и считается самой сложной задачей определения его кинематических параметров.

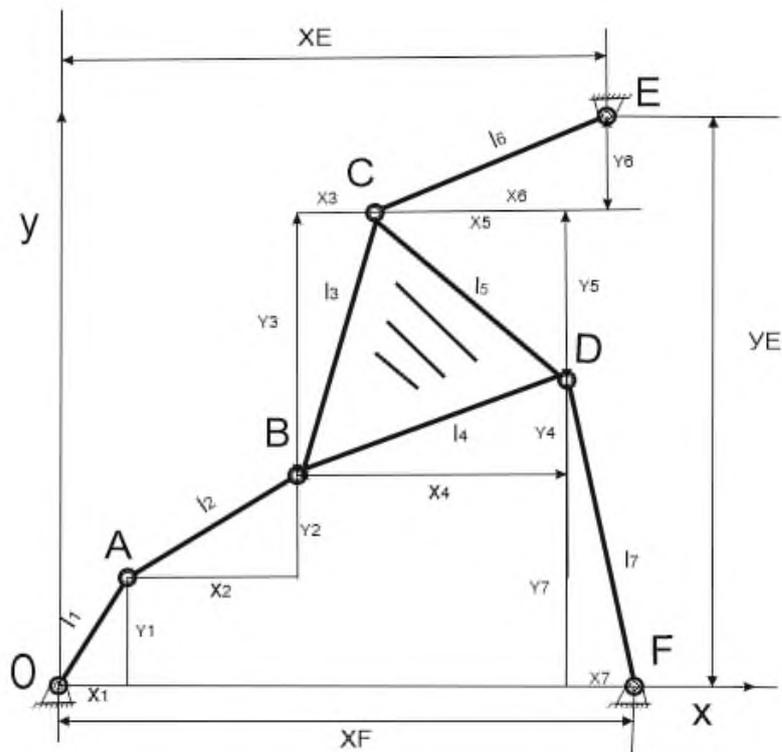


Рисунок 4. Механизм третьего класса созданной с использованием четырехзвенной группы Ассур (или группы Ассур второго класса, или группы Бурместера).

В работе [1,2] для решения задачи по определению кинематических параметров используют сложный и трудоемкий метод «особых точек», в работе [3] используют аналитический метод в виде тригонометрического полинома. В работе [4] используя метод замкнутого контура Зиновьева, составлены четыре уравнения в которых присутствуют тригонометрические функции с пятью углами звеньев из которых четыре неизвестны.

Все эти вышеуказанные методы являются сложными и решаются методом последовательного приближения, что увеличивает трудоемкость решения задачи, усложняет анализ соотношений длин звеньев.

Нами предлагается методика определения кинематических параметров механизма с четырехзвенной группой Ассура или с группой Бурместера методом последовательного использования теоремы Пифагора. Схема механизма представлена на рисунке 1.4.

Положение точки А первого (ведущего) звена механизма определяется координатами на соответствующих осях декартовой системы

$$X_1 = l_1 \cos \varphi_1 \quad (1)$$

$$Y_1 = l_1 \sin \varphi_1 \quad (2)$$

где:  $X_1, Y_1$ - проекция точки А первого звена (ОА) на соответствующие оси,  $l_1$ -длина звена 1.

По теореме Пифагора длина второго звена определяется

$$x_2^2 + y_2^2 = l_2^2 \quad (3)$$

где:  $X_2, Y_2, l_2$ - проекция точки В второго звена (АВ) на соответствующие оси,  $l_2$ -длина звена 2.

Аналогичным образом, по теореме Пифагора определяются длина звеньев для 3,4,6 и 7 звеньев.

$$x_3^2 + y_3^2 = l_3^2 \quad (4)$$

$$x_4^2 + y_4^2 = l_4^2 \quad (5)$$

$$x_6^2 + y_6^2 = l_6^2 \quad (6)$$

$$x_7^2 + y_7^2 = l_7^2 \quad (7)$$

где:  $X_3, Y_3, l_3$ - проекции точки С, третьего звена (сторона ВС треугольника ВCD) на соответствующие оси,  $l_3$ -длина стороны ВС звена 3,

$X_4, Y_4, l_4$ - проекции точки D третьего звена (сторона ВD треугольника ВCD) на соответствующие оси,  $l_4$ -длина стороны ВD звена 3.

$X_6, Y_6, l_6$ - проекции точки Е, звена СЕ на соответствующие оси,  $l_6$ -длина звена 6 (длина звена СЕ).

$X_7, Y_7, l_7$ - проекции точки F звена DF, на соответствующие оси,  $l_7$ -длина звена 7.

Для удобства расчетов стороны третьего звена треугольника BCD (одного жесткого звена) условно названы: сторона BC третьим звеном длиной  $l_3$ , сторона BD четвертым звеном длиной  $l_4$  и сторона CD пятым звеном длиной  $l_5$ .

По теореме Пифагора определяется координаты пятого звена CD

$$(x_4 - x_3)^2 + (y_3 - y_4)^2 = l_5^2 \quad (8)$$

где:  $l_5$ -длина звена 5.

Как видно из рисунка 4 сумма проекции на координат на ось x 1, 2 и 7 звеньев равна координате  $X_F$ .

$$X_1 + X_2 + X_4 + X_7 = X_F \quad (9)$$

Как видно из рисунка 4 сумма проекции на координат на ось y 1, 2, 3 и 6 звеньев равна координате  $Y_E$ .

$$Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_6 = Y_E \quad (10)$$

Как видно из рисунка 4 сумма проекции на координат на ось x 1, 2, 3 и 6 звеньев равна координате  $X_E$ .

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_6 = X_E \quad (11)$$

Как видно из рисунка 4 сумма проекции на координат на ось y 1, 2, 3 и 6 звеньев равна координате  $X_E$ .

$$Y_1 + Y_2 + Y_4 = Y_7 \quad (12)$$

Координаты точки D стороны CD определяются как разница

$$X_4 - X_3 = X_5 \quad (13)$$

$$Y_3 - Y_4 = Y_5 \quad (14)$$

Таким образом, при 12 неизвестных из которых 6 по оси x  $X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7$ , и 6 по оси y  $Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6, Y_7$  получили 12 уравнений 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 и 14, что делает систему уравнений статически определимой. В выше указанной системе уравнений отсутствуют

тригонометрические функции, усложняющие расчеты определения кинематических параметров.

Указанная система уравнений решается с использованием программы Матлаб, результаты которой представлены на рисунке 5.

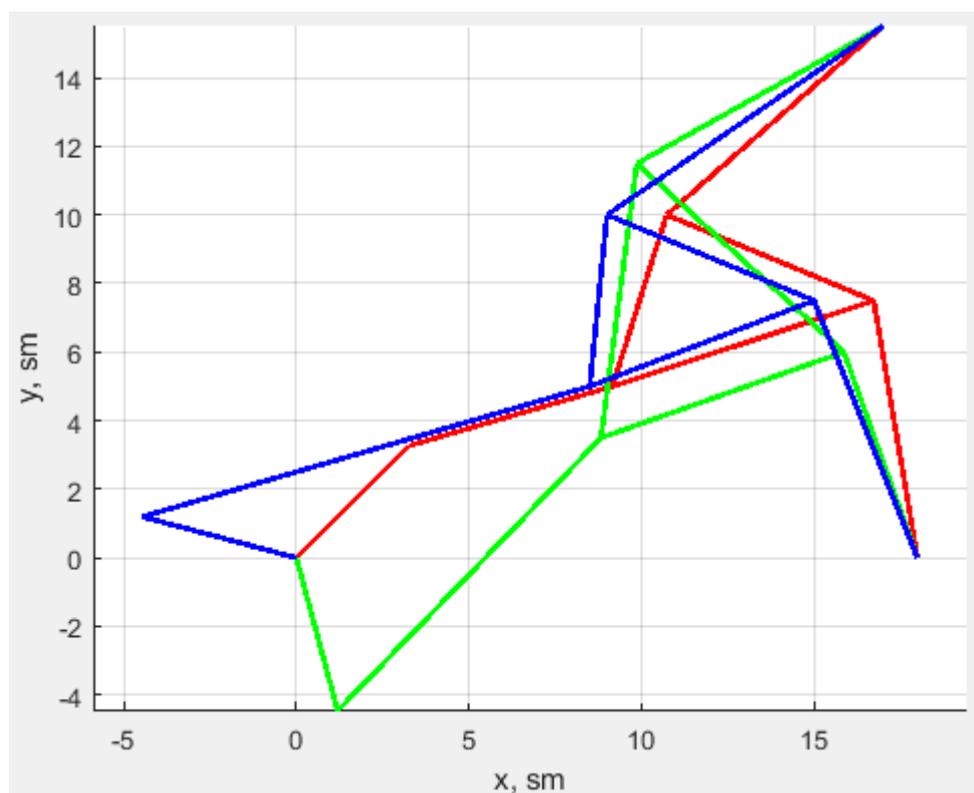


Рисунок 5- Положение звеньев механизма по результатам расчета с использованием программы MATLAB.

### **Вывод к главе 1**

Предложена новая методика определения кинематических параметров самой сложной схемы рычажных механизмов, с использованием теоремы Пифагора, которая позволяет определить и выбрать оптимальные соотношения параметров звеньев механизмов третьего класса созданной с использованием четырехзвенной группы Ассур (или группы Ассур второго класса).

## ГЛАВА 2. ОПРЕДЕЛЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КРИВОШИПНО-ПОЛЗУННЫХ МЕХАНИЗМОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА И ВЗАИМОСВЯЗИ ЗВЕНЬЕВ ЗАМКНУТЫХ КОНТУРОВ.

По существующей известной классической методике ТММ, для определения кинематических параметров отдельной точки звеньев рычажных механизмов, требуется предварительно определить углы качания и угловой скорости этого звена, что усложняет решение задачи. По этой причине методики определения кинематических параметров точек звеньев рычажных механизмов остается актуальной задачей.

Рассмотрим новую методики определения кинематических параметров кривошипно-ползунного механизма с использованием теоремы Пифагора и взаимосвязи звеньев замкнутых контуров. Схема кривошипно-ползунного механизма представлена на рис.6.

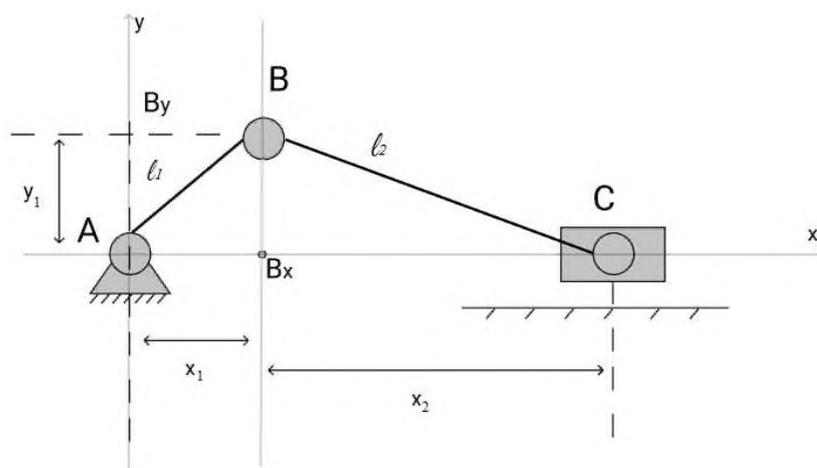


Рисунок 6 - Схема кривошипно-ползунного механизма

где, A – кривошип, B – шатун, C – ползун,  $l_1$  – длина кривошипа,  $l_2$  – длина шатуна,  $B_x$  и  $B_y$  – координат точки B на осях x и y.

По теореме Пифагора из треугольников  $\Delta AB B_x$  и  $\Delta B_x BC$  определяется

$$l_1^2 = x_1^2 + y_1^2 \quad (15)$$

$$l_2^2 = x_2^2 + (B B_x)^2 \quad (16)$$

С другой стороны координаты (значение) проекции на оси координат  $x$  и  $y$  точки  $B$  определяется

$$x_1 = l_1 \cos \varphi_1 \quad (17)$$

$$y_1 = l_1 \sin \varphi_1 \quad (18)$$

А также учтем, что

$$y_1 = BBx \quad (19)$$

Из уравнения (19) определяем

$$x_2^2 = l_2^2 - y_1^2 \quad (20)$$

Из уравнения (20) определяется

$$x_2 = \pm \sqrt{l_2^2 - y_1^2} = \pm \sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 \varphi_1} \quad (21)$$

В реальных звеньях механизмов следует принимать знак (+) из рисунка (1) определяется координаты точки  $C$

$$x_c = x_1 + x_2 \quad (22)$$

В уравнении (22) подставляя формулы (17) и (21) получим:

$$x_c = l_1 \cos \varphi_1 + \sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 \varphi_1} \quad (23)$$

Рассмотрим дискриминант уравнения (18), который должен удовлетворить условие:

$$l_2^2 - l_1^2 \sin^2 \varphi_1 \geq 0 \quad (24)$$

$$l_2 \geq l_1 \sin \varphi_1 \quad (25)$$

Максимальное значение функции равно  $\sin \varphi_1$ , при  $\varphi_1 = \pi/2$   $\sin \pi/2 = 1$ . Тогда из уравнения (16) получим:

$$l_2 \geq l_1 \quad (26)$$

Условие (23) поясняется рисунком 2.

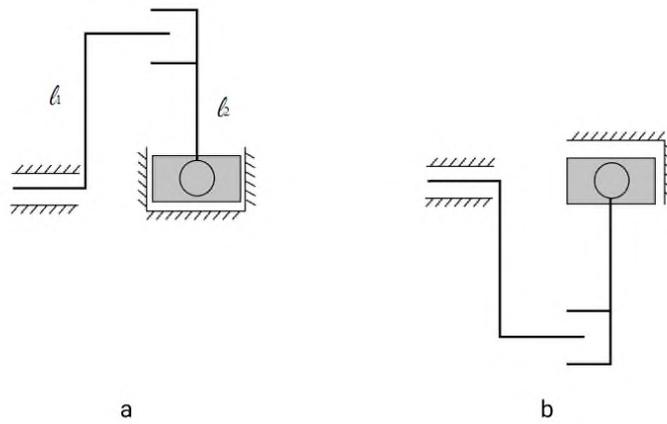


Рисунок 7- КПМ при равенстве кривошипа и шатуна  $l_1 = l_2$

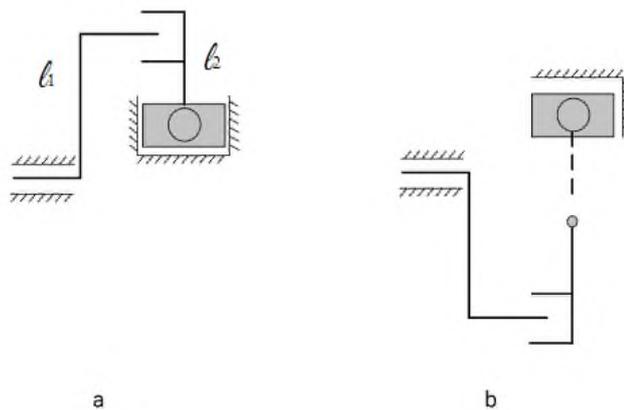


Рисунок 7 - КПМ когда длина кривошипа больше чем шатун  $l_1 > l_2$

На рисунке 7 показано положение звеньев механизма при условии  $l_1 = l_2$  и  $\varphi_1 = \pi/2$  (Рис.7а), механизм работоспособный, (Рис.2б) когда кривошип занимает положение  $\varphi_1 = 3\pi/2$ , механизм также работоспособен.

На рисунках 3 а и б показаны условия, когда при  $l_1 > l_2$  (Рис.3а) кривошип занимает положение  $\varphi_1 = 3\pi/2$  и происходит разрыв связи шатуна 2 и ползуна 3, что недопустимо из условия работы механизма.

Определяем координаты точки М лежащей на шатуне между точками В и С.

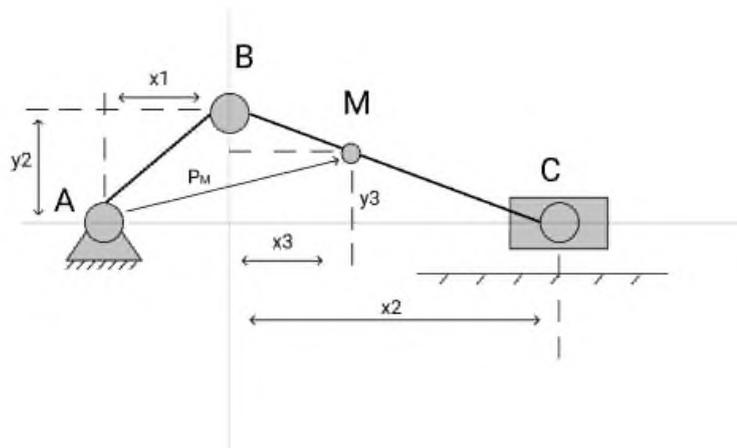


Рисунок 8 - Схема КПМ с точкой М расположенной на шатуне

Координаты точки М известны и определяются по пропорции из соотношения действительного размера и чертежа.

$$\frac{BM}{BC} = \frac{x_3}{x_2} \quad (27)$$

С другой стороны

$$\frac{MC}{BC} = \frac{y_3}{y_1} \quad (28)$$

$$x_3 = \frac{BM}{BC} x_2 \quad (29)$$

$$y_3 = \frac{MC}{BC} y_1 \quad (30)$$

Отсюда определяем координаты точки М

$$x_M = x_1 + x_3 = l_1 \cos \varphi_1 + \frac{BM}{BC} x_2 \quad (31)$$

$$y_M = y_3 = \frac{MC}{BC} y_1 \quad (32)$$

Абсолютная координата точки М определяется

$$P_M = \sqrt{x_m^2 + y_m^2} \quad (33)$$

В уравнениях (32) и (33) поделив обе части уравнений на величину  $l_2$  введя коэффициент  $\lambda = l_1 / l_2$  получаем безразмерную характеристику положений звеньев в зависимости от  $\lambda$ .

$$x_M = x_m l_2 = \frac{l_1}{l_2} \cos \varphi_1 + \frac{BM}{BC} \sqrt{\frac{l_2^2}{l_2^2} - \frac{l_1^2}{l_2^2} \sin^2 \varphi_1} \quad (34)$$

Или

$$x_M = \lambda \cos \varphi + \frac{BM}{BC} \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi_1} \quad (35)$$

$$y_M = \frac{MC}{BC} * \frac{l_1}{l_2} \sin \varphi_1 \quad (36)$$

Или

$$y_M = \frac{MC}{BC} * \lambda \sin \varphi_1 \quad (37)$$

С учетом уравнений (35) и (36) уравнение (26) также преобразуется

$$P_M = \frac{P_m}{l_2} = \sqrt{x_m^2 + y_m^2} \quad (38)$$

$$P_M = \sqrt{\left(\lambda \cos \varphi_1 + \frac{BM}{BC} \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi_1}\right)^2 + \left(\frac{BM}{BC} \lambda \sin \varphi_1\right)^2} \quad (39)$$

## **2.1. Новая методика определения кинематических параметров рычажных механизмов с использованием теоремы Пифагора и взаимосвязи звеньев замкнутых контуров.**

Как известно машины осуществляют рабочие процессы преобразованием движения звеньев устройств, в подавляющее большинство которых составляют рычажные механизмы.

По известной методике определение кинематических параметров звеньев осуществляется методами замкнутых контуров заменяя длины звеньев векторами, последующем определяя углы наклона звеньев относительно системе координат в которых присутствуют тригонометрические функции которые усложняют решения задачи. При решении отдельных задач для определения углов наклона звеньев используются обратные тригонометрические функции.

Так, например, определение кинематических параметров четырех шарнирного механизма схема которая приведена на рис.1 выполняются по вышеуказанной методике.

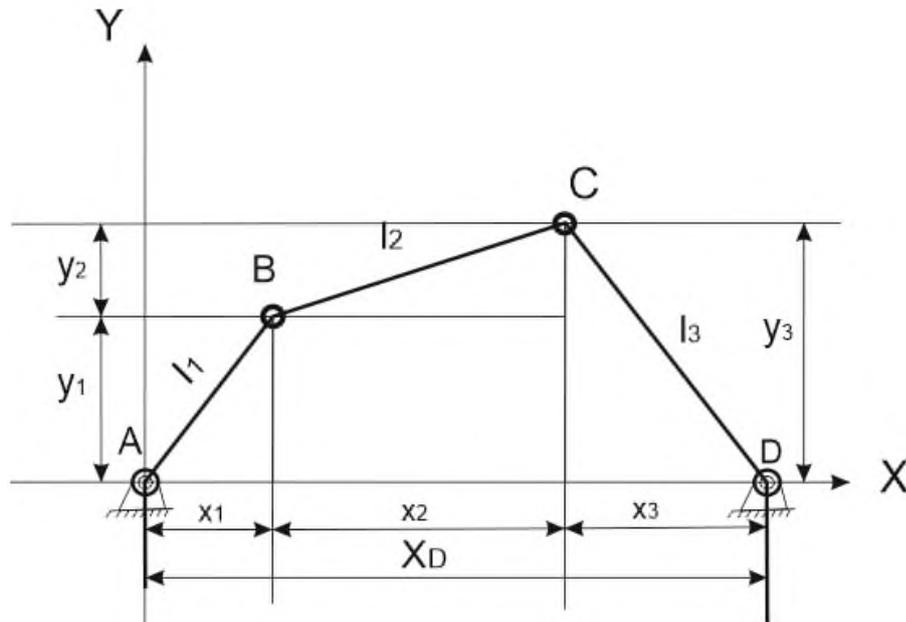


Рисунок 9 - Кинематическая схема четырех шарнирного механизма.

В работе Артоболевского И.И. и других [1,2] изложены методика определения угла наклона третьего звена которая имеет следующий вид:

$$\varphi_3 = \arctg \frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_1 \cos \varphi_1 - l_0} - \arccos \frac{l_2^2 - l_3^2 - l_4^2}{2l_3 l_4} \quad (40)$$

где,  $l_1, l_2, l_3, l_4$  – длины звеньев: первого кривошипа, второго шатуна, третьего коромысла и межопорного расстояния АД условно названного четвертым,  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ , - положение углов наклона соответствующих звеньев.

Продифференцировав один раз уравнение (1), получаем угловую скорость коромысла как функцию от размеров звеньев и угловой скорости кривошипа в явном виде

$$\dot{\varphi}_3 = \left[ \frac{l_1(l_0 \cos \varphi_1 - l_1)}{l_4} - \frac{l_0 l_1 (l_3^2 - l_2^2 - l_4^2) \sin \varphi_1}{l_4^2 \sqrt{4l_3^2 l_4^2 - (l_2^2 - l_3^2 - l_4^2)}} \right] \dot{\varphi}_1 \quad (41)$$

Продифференцировав еще раз уравнение (41), получаем угловое ускорение коромысла:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_3 = & \frac{l_1(l_0 \cos \varphi_1 - l_1)}{l_4} \ddot{\varphi}_1 - \frac{l_0 l_1 (l_3^2 - l_2^2 - l_4^2) \sin \varphi_1}{l_4^2 \sqrt{4l_3^2 l_4^2 - (l_2^2 - l_3^2 - l_4^2)}} \cdot \left[ \ddot{\varphi}_1 - \frac{2l_0 l_1 \sin \varphi_1}{l_4^2} \dot{\varphi}_1^2 \right] - \\ & \left[ \frac{l_1 l_0 \sin \varphi_1}{l_4} - \frac{l_1 l_0 \cos \varphi_1 (l_3^2 - l_2^2 - l_4^2)_1}{l_4^2 \sqrt{4l_3^2 l_4^2 - (l_2^2 - l_3^2 - l_4^2)}} \right] \dot{\varphi}_1^2 - \end{aligned} \quad (42)$$

$$\frac{4l_0l_1l_3^2 \sin \varphi_1 ((l_3^2 - l_2^2 - l_4^2) - 3((l_2^2 - l_3^2) + 2(l_2^2 + l_3^2)) \cdot \frac{l_0^2 l_1^2 \sin^2 \varphi_1}{l_4^2}}{\sqrt{[4l_3^2 l_4^2 - (l_2^2 - l_3^2 - l_4^2)]^3}} \cdot \varphi_1^2$$

Для удобства вводим обозначения:

$$\begin{aligned} l_0 \cos \varphi_1 - l_1 &= A; & l_2^2 - l_3^2 - l_4^2 &= N \\ l_3^2 - l_2^2 - l_4^2 &= B; & 4l_3^2 l_4^2 - (l_2^2 - l_3^2 - l_4^2)^2 &= C \\ l_2^2 - l_3^2 &= D; & l_2^2 + l_3^2 &= K \end{aligned}$$

Тогда уравнение (1) примет вид:

$$\varphi_3 = \operatorname{arctg} \frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_1 \cos \varphi_1 - l_0} - \arccos \frac{N}{2l_3 l_4} \quad (43)$$

Угловая скорость коромысла (41) с учетом обозначений определяется:

$$\dot{\varphi}_3 = \left[ \frac{l_1 \cdot A}{l_4} - \frac{l_0 l_1 B \cdot \sin \varphi_1}{l_4^2 \sqrt{C}} \right] \varphi_1 \quad (44)$$

Угловое ускорение коромысла определяется:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_3 &= \frac{A}{l_4} \dot{\varphi}_1 - \frac{l_0 l_1 B \sin \varphi_1}{l_4^2 \sqrt{C}} \cdot \dot{\varphi}_1 + \frac{2l_0^2 l_1^2 \sin^2 \varphi_1}{l_4^4 \sqrt{C}} \varphi_1^2 - \\ &- \frac{l_0 l_1 \sin \varphi_1}{l_4^2} \varphi_1^2 - \frac{l_0 l_1 B}{l_4^2 \sqrt{C}} \varphi_1^2 - \frac{4l_0 l_1 l_3^2 B \sin \varphi_1 - 3(l_2^2 - l_3^2) + 2l_4^2 (l_2^2 + l_3^2)}{\sqrt{C}} \cdot \frac{l_0^2 l_1^2 \sin^2 \varphi_1}{l_4^2} \varphi_1^2 \quad (45) \end{aligned}$$

Аналогичным образом, определяется положение угла наклона второго звена -шатуна.

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_1 \cos \varphi_1 - l_0} - \arccos \frac{l_2^2 + l_4^2 + l_3^2}{2l_2 l_4} \quad (46)$$

Аналогичным образом, последовательно дифференцируя уравнение 46, можно получить угловую скорость и угловое ускорение второго звена.

Как видно из приведенного примера, известная классическая методика определения кинематических параметров рычажных механизмов сложна из-за того что включают обратные тригонометрические функции и при определенных условиях вообще не дает решения. Так например определение скорости точки второго звена которая расположена за шарниром С, настолько громоздкие и сложные, для решения этой задачу многие исследователи предпочитают графоаналитический метод. Следующий недостаток известной методики по вышеуказанной методике- указанная формула 46 при особых

положениях звеньев когда все три звена кривошип, шатун и коромысла встраиваются в одну линию вообще решения не дают.

По этой причине определение кинематических параметров – перемещение, скорости и ускорений точек звеньев является и остается актуальной задачей.

Предлагается новая методика определения кинематических параметров с использованием теоремы Пифагора. По предложенной методике определения кинематических параметров рычажных механизмов, для каждого звена записываются отдельные уравнения по теореме Пифагора со своими координатами по осям  $x$  и  $y$ , в виде:

$$l_i^2 = x_i^2 + y_i^2 \quad (47)$$

где,  $l_i$  – длина  $i$ -го звена,  $x_i, y_i$  - проекция звена оси  $x$  и  $y$ .

При таком записи увеличивается количества неизвестных. Вместе с тем поскольку рычажные механизмы с замкнутыми контурами являются статистически определяемыми системами, возможно составление дополнительных уравнений по осям системы координат которые в сумме проекций звеньев равны друг другу или координате конечного звена

$$\sum x_i = x_j \quad (48)$$

или

$$\sum y_i = y_j \quad (49)$$

где,  $i$  и  $j$  количество звеньев.

Рассмотрим определение кинематических параметров рычажных механизмов по новому методу на примере механизма представленного на рис.1.

Координаты точки В первого звена- кривошипа определяется:

$$x_1 = -l_1 \cos \varphi_1 \quad (50)$$

$$y_1 = l_1 \sin \varphi_1 \quad (51)$$

С другой стороны по теореме Пифагора, можно записать:

$$l_1^2 = x_1^2 + y_1^2 \quad (52)$$

Аналогичным образом, по теореме Пифагора, для второго и третьего звеньев можно записать:

$$l_2^2 = x_2^2 + y_2^2 \quad (53)$$

$$l_3 = x_3^2 + y_3^2 \quad (54)$$

Как видно из рис.1 сумма проекций на оси x точки В первого звена  $x_1$ , точки С второго звена  $x_2$  и точки С третьего звена  $x_3$  равна координате точки Д -  $x_d$ .

$$x_1 + x_2 + x_3 = x_d \quad (55)$$

Как видно из рис.1 сумма проекций на оси y точки В первого звена  $y_1$  и точки С второго звена  $y_2$  равна координате точки С третьего звена  $y_3$ .

$$y_1 + y_2 = y_3 \quad (56)$$

Таким образом, нами получены система из семи уравнений 50, 51, 52, 53, 54, 55 и 56, при четырех неизвестных  $x_2, x_3$  и  $y_2, y_3$ , что сделает систему статистически определимой.

Для решения систему уравнений и нахождения неизвестных уравнение (16) преобразуем и возведем в квадрат

$$x_3 = x_d - (x_1 + x_2) \quad (57)$$

$$x_3^2 = x_d^2 - 2x_d(x_1 + x_2) + x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 \quad (58)$$

Уравнение (56) также возведем в квадрат

$$y_3^2 = y_1^2 + 2y_1y_2 + y_2^2 \quad (59)$$

Уравнения (58) и (59) подставим в уравнение (54), что позволяет исключить из системы уравнений неизвестные  $x_3$  и  $y_3$ .

$$l_3^2 = x_d^2 - 2x_d(x_1 + x_2) + x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + y_1^2 + 2y_1y_2 + y_2^2 \quad (60)$$

С учетом уравнений (13) и (14) уравнение (21) преобразуется

$$l_3^2 = x_d^2 - 2x_d(x_1 + x_2) + l_1^2 + 2x_1x_2 + l_2^2 + 2y_1y_2 \quad (61)$$

или

$$2y_1y_2 - 2x_d(x_1 + x_2) + 2x_1x_2 = l_3^2 - l_1^2 - l_2^2 - x_d^2 \quad (62)$$

Находим  $y_2$

$$2y_1y_2 = l_3^2 - l_1^2 - l_2^2 - x_d^2 + 2x_d(x_1 + x_2) - 2x_1x_2 \quad (63)$$

$$y_2 = \frac{l_3^2 - l_1^2 - l_2^2 - x_d^2 + 2x_d(x_1 + x_2) - 2x_1x_2}{2y_1} \quad (64)$$

Введем обозначения

$$l_3^2 - l_1^2 - l_2^2 - x_d^2 + 2x_dx_1 = E \quad (65)$$

$$y_2 = \frac{E + 2x_dx_2 - 2x_1x_2}{2y_1} = \frac{E + 2(x_d - x_1)x_2}{2y_1} \quad (66)$$

Возведем в квадрат уравнение (66)

$$y_2^2 = \frac{E^2 + 4Ex_2(x_d - x_1) + 4(x_d^2 - 2x_dx_1 + x_1^2)x_2^2}{4y_1^2} \quad (67)$$

Уравнение (67) подставляем в уравнению (53)

$$l_2^2 = x_2^2 + \frac{E^2 + 4Ex_2(x_d - x_1) + 4(x_d^2 - 2x_dx_1 + x_1^2)x_2^2}{4y_1^2} \quad (68)$$

Преобразуем уравнение (68)

$$4l_2^2y_1^2 = 4y_1^2x_2^2 + E^2 + 4Ex_2(x_d - x_1) + 4(x_d^2 - 2x_dx_1 + x_1^2)x_2^2 \quad (69)$$

Или

$$4(y_1^2 + x_d^2 - 2x_dx_1 + x_1^2)x_2^2 + 4E(x_d - x_1)x_2 + E^2 - 4l_2^2y_1^2 = 0 \quad (70)$$

Уравнение (70) с учетом уравнения (52) преобразуется

$$4(l_1^2 + x_D^2 - 2x_1x_D)x_2^2 + 4E(x_D - x_1)x_2 + E^2 - 4l_2^2y_1^2 = 0 \quad (71)$$

Введем обозначения

$$4(l_1^2 + x_D^2 - 2x_1x_D) = A \quad (72)$$

$$4E(x_D - x_1) = B \quad (73)$$

$$E^2 - 4l_2^2y_1^2 = C \quad (74)$$

С учетом уравнений (72), (73) и (74) уравнение (71) преобразуется

$$Ax_2^2 + Bx_2 + C = 0 \quad (75)$$

Определяем  $x_2$

$$x_2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (76)$$

В уравнении (76) в обозначениях А, В, С и Е входят известные параметры  $L_1, L_2, L_3$  и  $L_4$  которая равна координату  $X_d$ , а значение  $X_1$  и  $Y_1$  вычисляются по формуле 11 и 12.

По известному значению  $X_2$  по формуле (57) определяется значение  $X_3$ , а по формуле (56)  $Y_3$ .

Таким образом после определения неизвестных очень легко определяется координаты любой точки.

Координата точки Д определяется

$$X_D = x_1 + x_2 \quad (77)$$

$$Y_D = Y_3 \quad (78)$$

Абсолютное значение координаты точки Д определяется:

$$\rho_D = \sqrt{X_D^2 + Y_D^2} \quad (79)$$

Аналогичным образом можно определить координаты любой точки М которая лежит на продолжении звена 2 см. рис. 9.

Поскольку точка М лежит в продолжении звена 2 (BC) воспользуемся известной пропорциональностью

$$\frac{l_2}{x_2} = \frac{l_2 \pm \Delta l_M}{x_2 \pm \Delta x_M} \quad (80)$$

Знак + означает, что точка М расположена за отрезком BC, минус до точки С или внутри отрезка BC. Преобразуя уравнение (81) имеем

$$l_2(x_2 \pm \Delta x_2) = x_2(l_2 \pm \Delta l_2) \quad (82)$$

$$l_2 x_2 \pm l_2 \Delta x_2 = l_2 x_2 \pm x_2 \Delta l_2 \quad (83)$$

$$l_2 \Delta x_2 = x_2 \Delta l_2 \quad (84)$$

$$\Delta x_2 = \frac{x_2}{l_2} \Delta l_2 \quad (85)$$

Тогда координата точки М определяется:

$$X_M = x_1 + x_2 \pm \Delta x_2$$

$$Y_M = y_1 + y_2 \pm \Delta y_2$$

В уравнениях (51), (52), (56), (57), (65) и (76) в которых определяются значения  $X_1, Y_1, X_2, Y_2, X_3$  и  $Y_3$  дифференцируя их находим скорости соответствующих точек

$$\dot{x}_1 = -l_1 \sin \varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1$$

$$\dot{y}_1 = l_1 \cos \varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1$$

Абсолютная скорость точки В определяются как

$$v_B = \sqrt{\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2}$$

Аналогичным образом можно определить скорость любой точки.

Эти же уравнения дифференцируя еще раз определяется ускорение соответствующих точек.

## **Вывод к главе 2**

Предложена новая методика определения кинематических параметров рычажных механизмов, которая исключает использование сложных тригонометрических функции, которая приведена на примере определения кинематических параметров кривошипно-ползунного механизма. Для определения положение звеньев механизма составляются система уравнений с использованием теоремы Пифагора, и используются взаимосвязь замкнутых контуров.

Использование двух методов для определения кинематических параметров звеньев увеличивает возможности анализа соотношений звеньев, для выбора оптимальных параметров.

### **ГЛАВА 3. СТРУКТУРНЫЙ И КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО ВАРИАТОРА С ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ ПРЕОБРАЗУЮЩИМИ МЕХАНИЗМАМИ**

В этой главе описаны схема и принцип работы рычажного вариатора с пространственными преобразующими механизмами. В результате структурного анализа, определено семейство исследуемого вариатора, показано, что применение сферических кинематических пар оказывается предпочтительнее для надежности работы устройства. Предложена математическая модель кинематики рычажного вариатора с двумя преобразующими механизмами, и построены диаграммы изменения передаточного отношения в зависимости от угла поворота входного кривошипа и положения камня на неподвижной кулисе.

#### **3.1. Устройство и принцип работы рычажного вариатора**

В рычажном вариаторе (рис. 10, а) направляющая ползуна 3 пространственного механизма установлена с эксцентриситетом  $e$ , равным длине кривошипа,  $l_1 = e$ . Второй конец ползуна 3 соединен с ведомым кривошипом 4 с возможностью поступательного перемещения в осевом направлении. К кривошипно-ползунному механизму присоединен преобразующий механизм, состоящий из двух одинаковых по длине коромысел 5 и 5', вспомогательных шатунов 6 и 6', камня 7 и МСХ 8. Коромысла 5 и 5' подвижно установлены в средней части ползуна 3, а также дополнительно соединены с ползуном 3 с помощью МСХ 8. Камень 7

перемещается по направляющей стойки 0, которая выполнена в виде дуги с радиусами, равными длине вспомогательных шатунов 6 и 6',  $R=l_6$ . Для избегания заклинивания звеньев коромысла 5 и 5' установлены под углами наклона  $\alpha$  (рис. 10, б).

Для уменьшения неравномерности вращения ведомого вала установлены два преобразующих механизма, как показано на рис. 10, в.

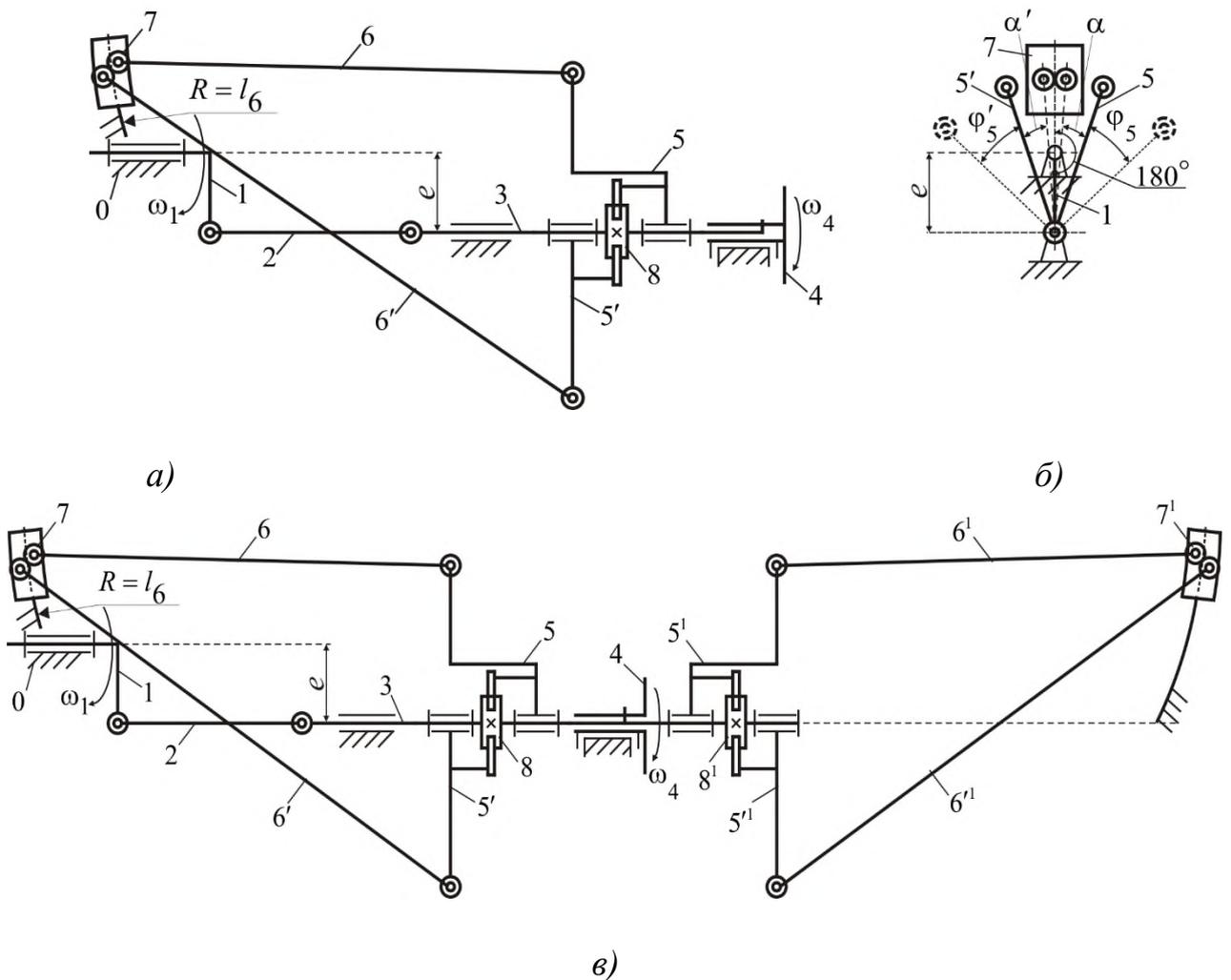


Рисунок 10 Структурная схема рычажного вариатора: 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – ползун; 4 – ведомый кривошип; 5 – коромысло; 6 – вспомогательный шатун; 7 – камен; 8 – механизм свободного хода.

При вращении входного звена 1 ведомое коромысло 5 получает движение посредством шатуна 2 и ползуна 3 (рис. 10). При поступательном движении ползуна 3, коромысла 5 и 5' начинают перемещаться в противоположные друг от друга стороны на одинаковые углы  $\varphi_5$  и  $\varphi'_5$  соответственно (рис. 10, а и б). При повороте кривошипа 1 на угол  $(0 \div 180)^\circ$  ползун 3 и ведомый кривошип 4 движутся со направлено с коромыслом 5 на угол  $\varphi_5$ . На интервале  $(0 \div 180)^\circ$  поворота звена 1 коромысло 5' вращается в обратную сторону, но благодаря МСХ 8 не препятствует вращению ползуна 3 и соответственно ведомого кривошипа 4. При повороте кривошипа 1 на угол  $(180 \div 360)^\circ$  ползун 3 и ведомый кривошип 4 поворачиваются совместно с коромыслом 5' на угол  $\varphi'_5$  по направлению вращения кривошипа 1. В этом случае коромысло 5 вращается в обратную сторону, так как благодаря МСХ 8 разъединяется и не препятствует вращению ползуна 3 и соответственно ведомого кривошипа 4.

При использовании двух преобразующих механизмов (рис. 10, в) в схеме рычажного вариатора в процессе поворота кривошипа 1 на угол  $(0 \div 180)^\circ$  вращение ползуна 3 и соответственно ведомого кривошипа 4 обеспечивается одним из двух коромысел 5 или 5', имеющих большую угловую скорость. А при повороте кривошипа 1 на угол  $(180 \div 360)^\circ$  вращение ведомого кривошипа 4 реализуется коромыслом 5' или 5', в зависимости от соотношения их угловых скоростей.

Синхронное перемещение камней 7 и 7' по дугообразным направляющим позволяет изменить угол качания коромысел  $\varphi_5$  и  $\varphi'_5$  и соответственно

скорректировать угловую скорость ведомого кривошипа  $\omega_4$ , т.е. изменить передаточное отношение устройства.

**Структурный анализ рычажного вариатора** направлен на оценку семейства, местных подвижностей и избыточных связей [10, 11]. Выполним замену высших кинематических пар рычажного вариатора (рис.10) на пары пятого класса  $p_5$ , чтобы получить замещающий механизм (рис.11) эквивалентный исходному в структурном, кинематическом и силовом отношении.

Степень подвижности механизма (рис. 11) без учета ведомого кривошипа 4 равна единицы, т.е.  $W = 6n - 5p_5 = 6 \cdot 11 - 5 \cdot 13 = 1$ , иначе  $W = 2$ . Таким образом, исследуемый вариатор относится без учета ведомого кривошипа 4 к категории пространственных, в противном случае – к смешанной, когда выходное звено может совершать движение только в одном направлении.

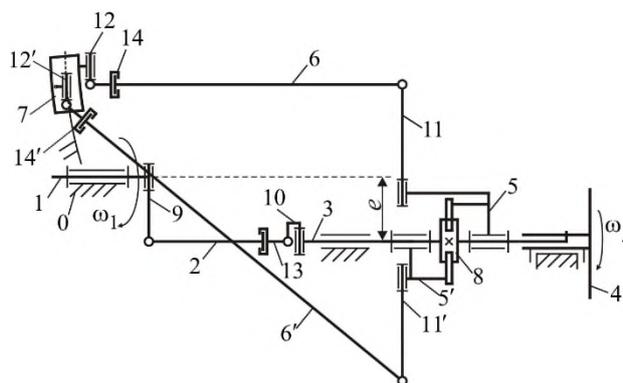


Рисунок 11. Структурная схема замещающего рычажного вариатора с кинематическими парами пятого класса: 1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – ползун; 4 – ведомый кривошип; 5 – коромысло; 6 – вспомогательный шатун; 7 –

камень; 8 – механизм свободного хода; 9, 10, 11, 12, – стержни; 13, 14- толкатели.

Структурная схема замещающего механизма рычажного вариатора (рис. 2) состоит из входного кривошипа 1, трех групп Ассур нулевого семейства ( $m = 0$ ) и ведомого кривошипа 4. В каждой группе Ассур по одной кинематической паре третьего класса  $p_3$  можно заменить на сферическую с пальцем  $p_4$ , что не повлечет изменение степени подвижности механизма, но приведет к ухудшению показателей надежности из-за возможных деформаций в процессе эксплуатации и снижению ремонтпригодности. Следует также отметить, что более целесообразно использовать в качестве выходного ползуна 3 цилиндрическую кинематическую пару.

### 3.2. Кинематический расчет рычажного вариатора

Ранее кинематика четырехзвенного пространственного механизма аналогичного рассматриваемому преобразующему механизму в рычажном вариаторе (рис. 12) исследовалась в работах [13, 14]. На основе полученной авторами зависимости, запишем перемещение ползуна 3, как функцию угла  $\varphi_1$  вращения кривошипа 1:

$$S_3 = \sqrt{l_2^2 - l_1^2 - e^2 + 2l_1e} - \sqrt{l_2^2 - l_1^2 - e^2 + 2l_1e \cdot \cos \varphi_1}, \quad (86)$$

где  $l_1$  - длина входного звена 1,  $l_2$  - длина шатуна 2,  $e$  - эксцентриситет.

На рис. 12 для нахождения зависимости  $\varphi_5(\varphi_1)$  представлена расчетная схема кинематики рычажного вариатора при некоторых значениях: угла качения  $\alpha$  коромысла 5, положения камня 7 и ползуна 3.

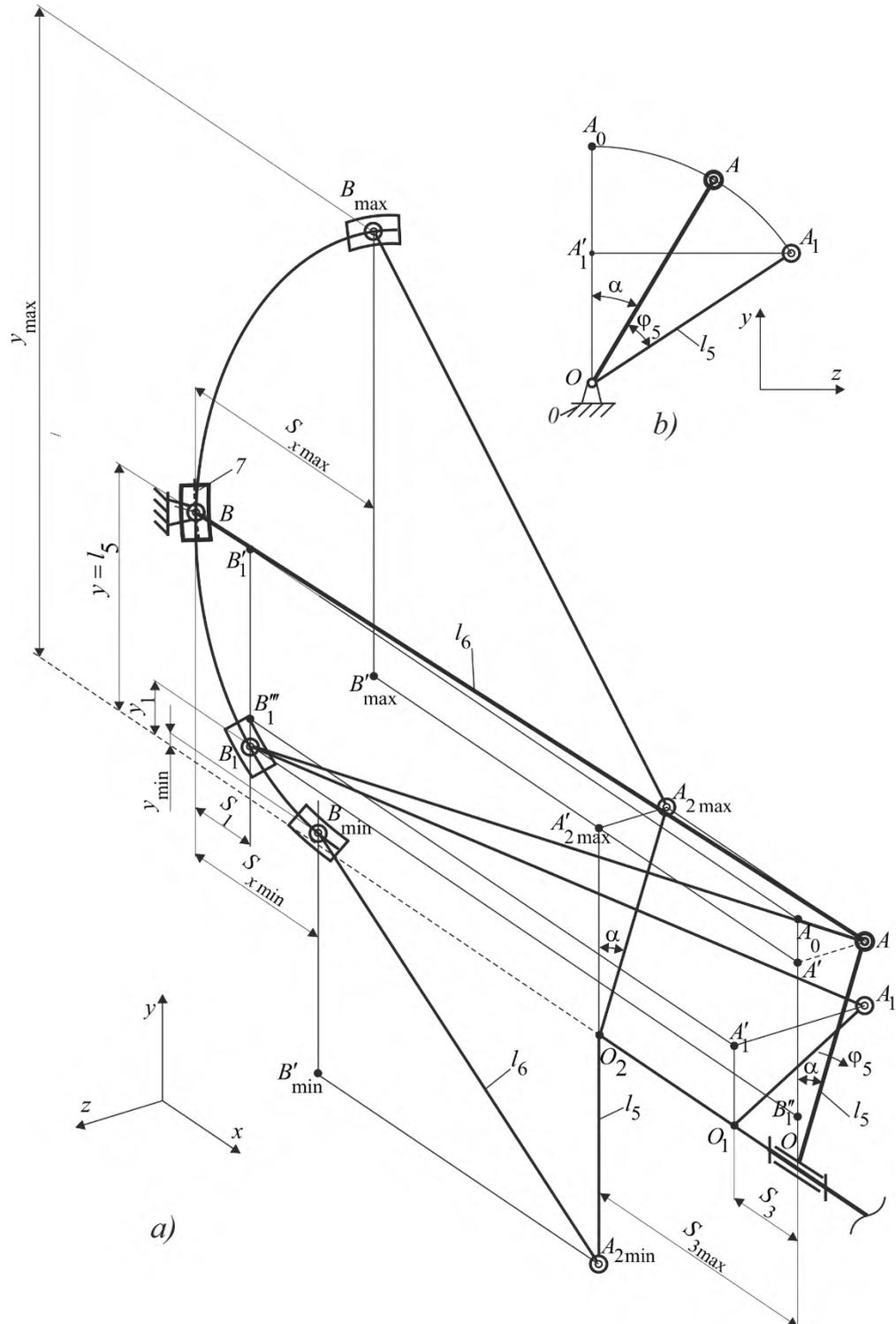


Рисунок 12. Расчетная схема кинематики звеньев рычажного вариатора

На рис. 12, а изображено направление осей неподвижной декартовой системы координат XYZ, на рис. 13, б – проекция коромысла OA, качающегося относительно ползуна 3.

Вычислим расстояние  $A_0B$ , как функцию угла  $\alpha$  поворота кривошипа 5 (рис. 13, б) по известным теоремам Пифагора и косинусов:

$$A_0B = \sqrt{(AB)^2 - (A_0A)^2} = \sqrt{l_6^2 - 2l_5^2(1 - \cos\alpha)}, \quad (87)$$

где  $A_0A = \sqrt{(A_0A')^2 + (A'A)^2} = l_5\sqrt{2(1 - \cos\alpha)}$ .

При перемещении камня 7 по дугообразной направляющей в вертикальном направлении на расстояние  $y$  длина отрезка  $A_0B$  уменьшится на величину  $S_1$  (рис. 13, а). Принимая отрезок  $AB_1$  за диагональ параллелепипеда  $B_1B_1'A'A$ , найдем длину отрезка  $B_1B_1'' = A_0B_1'$ :

$$A_0B_1' = \sqrt{(AB_1)^2 - (A'A)^2 - (A'B_1'')^2} = \sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_1)^2}. \quad (88)$$

Тогда отрезок  $S_1$  определим как:

$$S_1 = A_0B - A_0B_1' = \sqrt{l_6^2 - 2l_5^2(1 - \cos\alpha)} - \sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_1)^2}. \quad (89)$$

Для прямоугольного треугольника  $\Delta B_1B_1'''A_1$  по теореме Пифагора запишем выражение для расчета  $A_1B_1'''$ :

$$A_1B_1''' = \sqrt{(A_1B_1)^2 - (B_1B_1''')^2} = \sqrt{l_6^2 - (O_1A_1 - y_1)^2}. \quad (90)$$

В прямоугольном треугольнике  $\Delta B_1'''A_1A_1$  по теореме Пифагора найдем длину отрезка  $A_1B_1'''$ :

$$A_1 B_1''' = \sqrt{(A_0 B_1' - S_3)^2 + (A_1' A_1)^2}.$$

Подставив ранее полученное выражение (88) для расчета расстояния  $A_0 B_1'$

, получим:

$$A_1 B_1''' = \sqrt{\left(\sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_1)^2} - S_3\right)^2 + l_5^2 - (O_1 A_1')^2}, \quad (91)$$

где из  $\Delta O_1 A_1' A_1$  отрезок равен  $A_1' A_1 = \sqrt{l_5^2 - (O_1 A_1')^2}$ .

Из тождества уравнений (5) и (6) находим длину отрезка  $O_1 A_1'$ :

$$l_6^2 - (O_1 A_1' - y_1)^2 = \left(\sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_1)^2} - S_3\right)^2 + l_5^2 - (O_1 A_1')^2,$$

$$O_1 A_1' = \frac{\left(\sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_1)^2} - S_3\right)^2 + l_5^2 - l_6^2 + y_1^2}{2y_1}. \quad (92)$$

Из рисунка 13, б текущее значение угла поворота коромысла 5 с учетом первоначального отклонения  $\alpha$  определим из прямоугольного треугольника

$\Delta O_1 A_1' A_1$ :

$$\cos(\varphi_5 + \alpha) = \frac{O_1 A_1'}{O_1 A_1}.$$

Подставив формулу (7) и используя обратную тригонометрическую функцию, оценим движение коромысла 5:

$$\varphi_5 = \arccos \left( \frac{\left(\sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_1)^2} - S_3\right)^2 + l_5^2 - l_6^2 + y_1^2}{2l_5 y_1} \right) - \alpha. \quad (93)$$

Определим границы диапазона регулирования положения камня 7 (рис. 13) для рассматриваемого рычажного вариатора. Минимальное вертикальное перемещение  $y_{\min}$  звена 7 соответствует повороту кривошипа 1 на угол  $180^\circ$  (при этом ползун 3 перемещается на  $S_{3\max}$ ), угол поворота коромысла 5 равен  $\alpha + \varphi_5 = 180^\circ$  (рис. 3.3). Таким образом, составим уравнение замыкания:

$$A_0B - A_{2\min}B'_{\min} - S_{3\max} - S_{x\min} = 0,$$

где  $A_{2\min}B'_{\min} = \sqrt{(A_{2\min}B_{\min})^2 - (B_{\min}B'_{\min})^2} = \sqrt{l_6^2 - (l_5 + y_{\min})^2}$ ; при повороте входного кривошипа 1 на угол  $\varphi_1 = 180^\circ$ , в соответствии с уравнением (1) и равенством  $l_1 = e$ , максимальный ход ползуна составит  $S_{3\max} = l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2}$ .

Подставив найденные выражения для всех составляющих в уравнение замыкания получим:

$$-\sqrt{l_6^2 - (l_5 + y_{\min})^2} - l_2 + \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} + \sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - (l_5 \cos \alpha - y_{\min})^2} = 0, \quad (94)$$

Выполним алгебраические преобразования формулы (9), так чтобы записать квадратное уравнение относительно неизвестного  $y_{\min}$ :

$$y_{\min}^2 \left( l_5^2 (\cos \alpha + 1)^2 + \left( l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} \right)^2 \right) + y_{\min} l_5 \left( l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} \right)^2 (1 - \cos \alpha) + \left( l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} \right)^2 \left( l_5^2 + \frac{\left( l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} \right)^2}{4} - l_6^2 \right) = 0. \quad (95)$$

Решив уравнение (95), сформируем условие, исключающее заклинивание звеньев при повороте коромысла 5 на угол  $180^\circ$ :

$$y_{\min} > \frac{\left( l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} \right) \left( -l_5 \left( l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} \right) (1 - \cos \alpha) + l' \right)}{2 \left( l_5^2 (\cos \alpha + 1)^2 + \left( l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} \right)^2 \right)}, \quad (96)$$

$$l' = \sqrt{l_5^2 \left( l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} \right)^2 (1 - \cos \alpha)^2 - 4 \left( l_5^2 (\cos \alpha + 1)^2 + \left( l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} \right)^2 \right) \left( l_5^2 + \frac{\left( l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} \right)^2}{4} - l_6^2 \right)}$$

В рычажном вариаторе максимальное перемещение камня в вертикальном направлении  $y_{\max}$  получаем также при повороте входного кривошипа 1 на угол  $180^\circ$ , ползун 3 при этом находится в крайнем положении  $S_{3\max}$ . Коромысло 5 вернется в исходную позицию, т.е.  $\varphi_5 = 0$  (рис. 3.3).

Уравнение замыкания для рассматриваемых условий запишется следующим образом:

$$A_0 B - B'_{\max} A'_{2\max} - S_{3\max} - S_{x\max} = 0,$$

где  $B'_{\max} A'_{2\max} = \sqrt{\left( B_{\max} A_{2\max} \right)^2 - \left( A_{2\max} A'_{2\max} \right)^2 - \left( B_{\max} B'_{\max} \right)^2}$  или после

подстановки обозначений кинематических размеров механизма

$$B'_{\max} A'_{2\max} = \sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - \left( y_{\max} - l_5 \cos \alpha \right)^2}.$$

Используя ранее рассчитанные выражения, уравнение замыкания для второго крайнего положения камня 7 примет вид:

$$-\sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - \left( y_{\max} - l_5 \cos \alpha \right)^2} - l_2 + \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2} + \sqrt{l_6^2 - l_5^2 \sin^2 \alpha - \left( l_5 \cos \alpha - y_{\max} \right)^2} = 0,$$

(12)

Упростив уравнение (12), получим квадратное уравнение относительно неизвестного  $y_{\max}$  :

$$-y_{\max}^2 + 2l_5 y_{\max} \cos \alpha + l_6^2 - l_5^2 - \frac{\left(l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2}\right)^2}{4} = 0, \quad (97)$$

далее определяем предельно допустимые значения максимального перемещения кулисы 3:

$$y_{\max} = l_5 \cos \alpha \pm \sqrt{l_5^2 (\cos^2 \alpha - 1) + l_6^2 - \frac{\left(l_2 - \sqrt{l_2^2 - 4l_1^2}\right)^2}{4}}. \quad (98)$$

### 3.3. Анализ результатов кинематического расчета рычажного вариатора

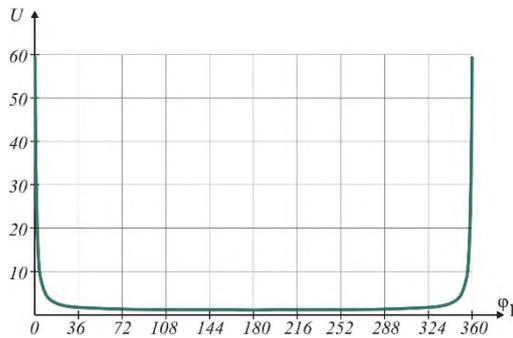
При проведении численного эксперимента приняты следующие значения кинематических параметров исследуемого рычажного вариатора:  $l_1 = 20 \text{ мм}$ ,  $l_2 = 100 \text{ мм}$ ,  $e = 20 \text{ мм}$ ,  $l_5 = 60 \text{ мм}$ ,  $l_6 = 200 \text{ мм}$  и  $\alpha = 20^\circ$ .

В соответствии с уравнениями (95) и (98) рассчитаны предельные значения перемещения камня в вертикальном направлении:

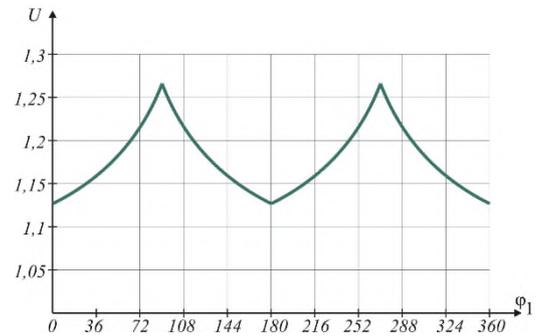
$$y_{\min} > 13,63832 \text{ мм} \text{ и } y_{\max} = 255,282 \text{ мм}.$$

Для заданного положения камня  $y = 13,6384 \text{ мм}$  по формуле (87) построен график (рис. 14) зависимости передаточного отношения  $\left(U = \frac{\varphi_1}{\varphi_5}\right)$  от угла поворота кривошипа для двух вариантов исполнения рычажного вариатора: с

одним пространственным преобразующим механизмом (рис. 14, а) и с двумя симметричным преобразующими механизмами (рис. 14, б).



а)



б)

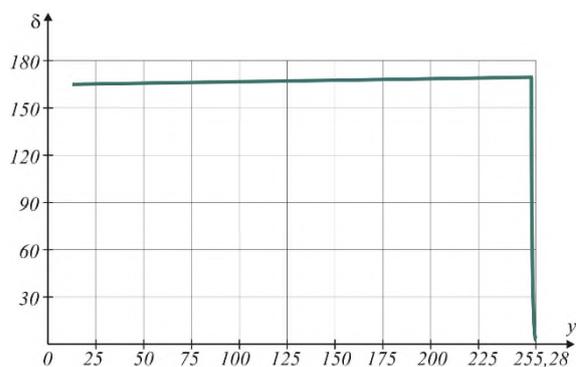
Рисунок 14. Графики изменения передаточных отношений рычажного вариатора в зависимости от угла поворота кривошипа: а – с одним преобразующим механизмом; б – с двумя преобразующими механизмами.

Коэффициент неравномерности вращения ведомого кривошипа  $\delta$  определяем по формуле [12]:

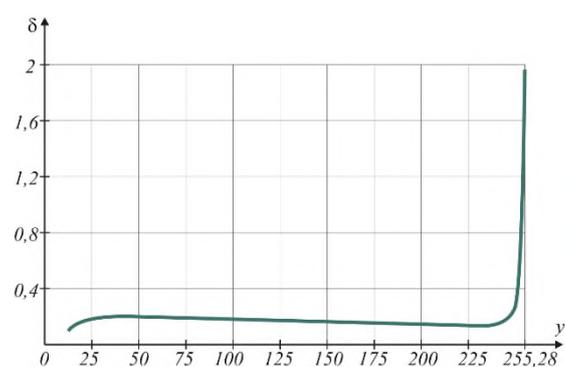
$$\delta = \frac{\Delta U}{U_{cp}} = \frac{2(U_{\max} - U_{\min})}{U_{\max} + U_{\min}}, \quad (99)$$

где  $\Delta U = U_{\max} - U_{\min}$ ,  $U_{cp} = \frac{U_{\max} + U_{\min}}{2}$ .

В соответствии с формулой (99) для исследуемых рычажных вариаторов построены графики (рис. 15) зависимости коэффициента неравномерности вращения ведомого кривошипа  $\delta$  от перемещения камня по направляющей  $y$ .



*a)*



*б)*

Рисунок 1 5. График изменения коэффициента неравномерности вращения ведомого кривошипа рычажного вариатора  $\delta$  в зависимости от перемещения камня по направляющим  $y$ : *a* – с одним преобразующим механизмом; *б* – с двумя преобразующими механизмами.

Из рисунков 14 и 15 следует, что при использовании в схеме рычажного вариатора одного преобразующего механизма коэффициент неравномерности вращения ведомого кривошипа  $\delta$  имеет значения практически на два порядка больше, что негативно влияет на динамику устройства. Для вариатора с двумя преобразующими механизмами на рисунке б построена диаграмма изменения среднего передаточного отношения в зависимости от перемещения камня в вертикальном направлении  $y$ .

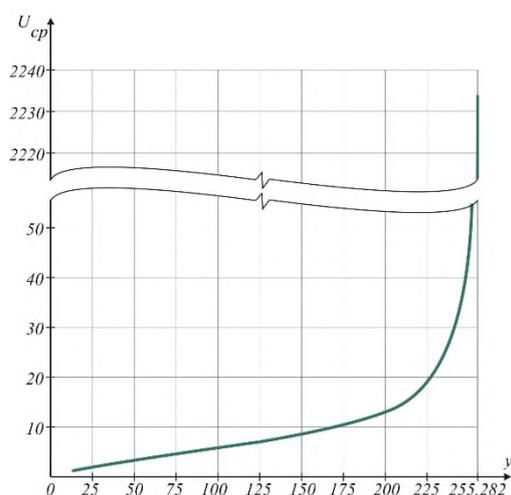


Рисунок 1 6. График изменения среднего передаточного отношения рычажного вариатора с двумя преобразующими механизмами в зависимости от перемещения камня по направляющим

Согласно данным, представленным на рисунке 16, зависимость среднего передаточного отношения  $U_{cp}$  в рассматриваемом рычажном вариаторе от положения камня носит экспоненциальный характер. Область допустимых значений исследуемого параметра лежит в диапазоне  $1,1818 \leq U_{cp} = 2233,92$ .

### Вывод к главе 3

На основе анализа конструкций современных вариаторов скоростей, показана актуальность использования рычажных схем, которые обладают повышенными показателями надежности благодаря отсутствию фрикционной передачи. Модель исследуемого плоского рычажного вариатора с пространственными преобразующими элементами более компактная, что важно при размещении в ограниченном пространстве.

Предложенная модель кинематического анализа позволила оценить предельные значения положений камня, соответствующие крайним положениям входного кривошипа и выходного ползуна. Результаты численного эксперимента доказали, что два симметричных преобразующих.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена новая методика определения кинематических параметров самой сложной схемы рычажных механизмов, с использованием теоремы Пифагора, которая позволяет определить и выбрать оптимальные соотношения параметров звеньев механизмов третьего класса созданной с использованием четырехзвенной группы Ассура (или группы Ассура второго класса).

Предложена новая методика определения кинематических параметров рычажных механизмов, которая исключает использование сложных тригонометрических функции, которая приведена на примере определения кинематических параметров кривошипно-ползунного механизма. Для определения положение звеньев механизма составляются система уравнений с использованием теоремы Пифагора, и используются взаимосвязь замкнутых контуров.

Использование двух методов для определения кинематических параметров звеньев увеличивает возможности анализа соотношений звеньев, для выбора оптимальных параметров.

На основе анализа конструкций современных вариаторов скоростей, показана актуальность использования рычажных схем, которые обладают повышенными показателями надежности благодаря отсутствию фрикционной передачи. Модель исследуемого плоского рычажного вариатора с пространственными преобразующими элементами более компактная, что важно при размещении в ограниченном пространстве.

Предложенная модель кинематического анализа позволила оценить предельные значения положений камня, соответствующие крайним положениям входного кривошипа и выходного ползуна. Результаты численного эксперимента доказали, что два симметричных преобразующих.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин /И.И.Артоболевский. - М. Наука. 1988.
2. [Дворников Л.Т.](#) Универсальная структурная классификация механизмов //Л.Т.Дворников. //Метод.указ. -Новокузнецк: СИБГИУ.- 2012.- С.39.
3. Решетов, Д. Н. Детали машин: Учебник для студентов машиностроительных и механических специальностей / Д. Н. Решетов. – 4-е изд. – М.: Машиностроение, 1989. – 496 с.
4. De Freitas Andrew, Dutson Brian, inventors; Torotrak (DEVELOPMENT) LTD.: assignee. Continuously variable toroidal transmission. World Intellectual Property Organization International Bureau; WO 2013/104727 A1, F16H 15/38, 2013 July 18.
5. William Edward Fuller John, inventor; Allison Transmission Inc.: assignee. Variator. World Intellectual Property Organization International Bureau; GB 1509285.1A, F16H61/664, 2017 February 01.
6. Есипенко, Я. И. Механические вариаторы скорости / Я.И. Есипенко. – Киев: Изд-во тех. лит., 1961. - 218 с.
7. Мальцев, В. Ф. Механические импульсные передачи. / В.Ф. Мальцев. – М.: Машиностроение, 1978. – 367 с.
8. Лаврюшин, Н. П. и др. Рычажный вариатор: пат. 2467227 РФ: МПК F16H 37/14 заяв. 15.03.2011; опубл. 20.11.2012, Бюл. № 32. – 7 с.

9. Синицын, А. А. Рычажный вариатор: пат. 2104426 РФ: МПК F16H3/10, F16H 37/12 . заяв. 22.03.1996; опубл. 10.02.1998, Бюл. № 22. – 8 с.
10. Абдираимов, А.А. Рычажный вариатор: пат. 1816 Кыргызская Республика: МПК F16H 21/46 – 20140132.1; заяв. 23.12.2014; опубл. 29.01.2016, Бюл. №1. – 10 с.
11. Абдираимов, А. А. The variator with lever mechanisms [Текст] / А.А. Абдираимов // Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering. – 2017. – Вып. 41, №5. – С. 724-730.
12. Артоболевский, И. И. Теория механизмов / И.И. Артоболевский. – М.: Наука, 1988. – 640 с.
13. Дворников, Л. Т. Основы всеобщей (универсальной) классификации механизмов // Теория механизмов и машин. 2011. – № 2. Том 9. – С. 19-29.
14. Теория механизмов и машин: Учеб. для вузов / [К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др. ]; Под ред. К.В. Фролова. – 3-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2001. – 496 с.: ил.
15. Abdiraimov, A. A., Gebel, E. S. Kinematical Investigation of Spatial Slider-Crank Mechanism; The 14th IFToMM World Congress, Taipei, Taiwan, October 25-30, 2015. - DOI Number: 10.6567/IFToMM.14TH.WC.OS2.041
16. Гебель, Е. С. Кинематика четырехзвенных пространственных ползуновых механизмов [Текст] / Е. С. Гебель, А. А. Абдираимов, Е. В. Солонин // Омский научный вестник, 2015. – №2. – С. 49-54.