

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ, ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И
ИННОВАЦИЙ КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

**КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. И. РАЗЗАКОВА**

Кафедра « Теоретическая и общая электротехника »

КУРСОВАЯ РАБОТА

**По дисциплине «Математическое моделирование и программирование
задач электротехники и электроэнергетики»**

Пров. к защите
Алиб

от

Алиб

Выполнил(а): Кымыналиева А.К.

Группа: ЭЭ(б)-6-22 (ИТЭ)

Проверил(а): Асанов М.С.

Асанов

Алиб

БИШКЕК 2025

ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Студент Кымыналиева Айдана Кубанычбековна

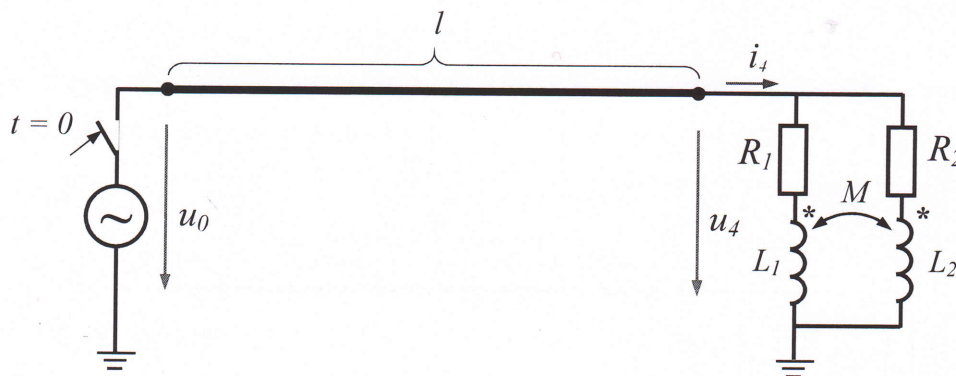
Группа ЭЭБ-6-22(ИТЭ)

1. Тема: «Компьютерное моделирование переходных процессов в цепях с распределенными параметрами методом переменных состояний»

2. Срок представления работы к защите «__» _____ 2025 г.

3. Исходные данные: Для однофазной линии электропередачи синусоидального тока по заданным напряжению $u_0 = 1000 \cdot N \cdot \sin(2\pi f t)$, частоте f , параметрам линии R_0 , L_0 , C_0 , G_0 ; длине линии ℓ ; нагрузке линии, требуется определить все напряжения и токи на каждом километре.

N варианта	Длина линии, ℓ , км	Частота, f , Гц	R_0 , Ом/км	$L_0 \cdot 10^{-3}$, Гн/км	$G_0 \cdot 10^{-8}$, См/км	$C_0 \cdot 10^{-9}$, Ф/км	Нагрузка
10	4	200*N	20	1,5	3,9	8,1	$R_1 = 40 \text{ Ом}$ $R_2 = 15 \text{ Ом}$ $L_1 = 30 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$ $L_2 = 17 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$ $M = 8 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$



4. Содержание курсовой работы:

Введение;

Глава 1. Обзор цепей с распределенными параметрами (основные понятия и определения, уравнения длинной линии, режимы работы);

Глава 2. Составление математической модели цепей с распределенными параметрами методом переменных состояний;

Глава 3. Компьютерное моделирование цепей с распределенными параметрами с помощью системы MatLab;

Заключение;

Список использованных источников.

Руководитель работы: _____
(Подпись, дата)

к.т.н., доцент Асанов М.С.
(ФИО)

Задание принял к исполнению: _____
(Подпись, дата)

Кымыналиева А.К.
(ФИО)

Содержание

Введение

Глава 1. Обзор цепей с распределёнными параметрами

- 1.1 Общая характеристика линий с распределёнными параметрами
- 1.2 Эквивалентная схема элементарного участка линии
- 1.3 Уравнения передачи однородной линии
- 1.4 Падающие и отражённые волны
- 1.5 Вторичные параметры однородной линии
- 1.6 Линия без потерь

Глава 2. Общая методика составления систем дифференциальных уравнений переходного процесса методом переменных состояний

- 2.1 Основные положения метода переменных состояния
- 2.2 Построение нормального графа электрической цепи
- 2.3 Составление уравнений состояния
- 2.4 Численные методы решения дифференциальных уравнений
- 2.5 Моделирование переходных процессов в среде MATLAB

Глава 3. Компьютерное моделирование цепей с распределёнными параметрами в системе MATLAB

- 3.1. Математическая модель линии электропередачи
- 3.2. Реализация модели в системе MATLAB
- 3.3. Анализ результатов моделирования

Введение

Электрические цепи являются основой функционирования современных энергетических и электронных систем. В процессе их работы возникают как установившиеся, так и переходные режимы, анализ которых необходим для правильного проектирования и надежной эксплуатации электротехнических устройств. Особое место в теории электрических цепей занимают цепи с распределёнными параметрами и методы математического описания переходных процессов.

Цепи с распределёнными параметрами широко применяются при передаче электрической энергии и сигналов на большие расстояния, а также в системах связи, радиотехнических и высокочастотных устройствах. В таких цепях электрические параметры — сопротивление, индуктивность, ёмкость и проводимость — распределены по всей длине линии, что приводит к возникновению волновых процессов. Для их анализа используются уравнения передачи, позволяющие определить изменение напряжения и тока вдоль линии.

При изучении динамических режимов электрических цепей важную роль играет метод переменных состояния, позволяющий представить электрическую систему в виде набора дифференциальных уравнений первого порядка. Данный метод является универсальным и широко применяется при компьютерном моделировании, так как позволяет эффективно использовать численные методы расчёта и современные программные средства.

В данной курсовой работе рассматриваются теоретические основы цепей с распределёнными параметрами, а также методика составления и численного решения дифференциальных уравнений переходных процессов методом переменных состояния. В работе проводится анализ волновых процессов в длинных линиях и моделирование переходных режимов электрической цепи с использованием программного пакета MATLAB.

Введение

Электрические цепи являются основой функционирования современных энергетических и электронных систем. В процессе их работы возникают как установившиеся, так и переходные режимы, анализ которых необходим для правильного проектирования и надежной эксплуатации электротехнических устройств. Особое место в теории электрических цепей занимают цепи с распределёнными параметрами и методы математического описания переходных процессов.

Цепи с распределёнными параметрами широко применяются при передаче электрической энергии и сигналов на большие расстояния, а также в системах связи, радиотехнических и высокочастотных устройствах. В таких цепях электрические параметры — сопротивление, индуктивность, ёмкость и проводимость — распределены по всей длине линии, что приводит к возникновению волновых процессов. Для их анализа используются уравнения передачи, позволяющие определить изменение напряжения и тока вдоль линии.

При изучении динамических режимов электрических цепей важную роль играет метод переменных состояния, позволяющий представить электрическую систему в виде набора дифференциальных уравнений первого порядка. Данный метод является универсальным и широко применяется при компьютерном моделировании, так как позволяет эффективно использовать численные методы расчёта и современные программные средства.

В данной курсовой работе рассматриваются теоретические основы цепей с распределёнными параметрами, а также методика составления и численного решения дифференциальных уравнений переходных процессов методом переменных состояния. В работе проводится анализ волновых процессов в длинных линиях и моделирование переходных режимов электрической цепи с использованием программного пакета MATLAB.

Глава 1

ОБЗОР ЦЕПЕЙ С РАСПРЕДЕЛЁННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Цепи с распределёнными параметрами занимают важное место в теоретических основах электротехники, так как их использование позволяет корректно описывать процессы передачи энергии и сигналов на значительные расстояния. В отличие от цепей с сосредоточенными элементами, где сопротивление, индуктивность и ёмкость представлены в виде отдельных компонентов, в распределённых системах эти параметры непрерывно распределены вдоль линии. При больших длинах или высоких частотах распределённый характер параметров оказывает определяющее влияние на поведение напряжения и тока, что требует применения волновых методов анализа.

1.1 Общая характеристика линий с распределёнными параметрами

Цепью с распределёнными параметрами называется электрическая линия, длина которой соизмерима с длиной волны передаваемого сигнала или настолько велика, что распределённая ёмкость и индуктивность оказывают существенное влияние на работу линии. К таким линиям относятся:

- воздушные линии электропередачи высокого, сверхвысокого и ультравысокого напряжений;
- длинные силовые кабели;
- линии связи и кабели передачи данных;
- симметричные и коаксиальные линии;
- антенно-фидерные устройства и СВЧ-линии.

Распределённые параметры линии определяются на единицу длины и включают:

- активное сопротивление проводников R , Ом/м;
- индуктивность проводников L , Гн/м;
- ёмкость между проводами C , Ф/м;
- проводимость изоляции G , См/м.

Все эти величины формируют электрическое поведение линии при передаче переменного тока и определяют характер распространения электромагнитной волны.

1.2 Эквивалентная схема элементарного участка линии

Двухпроводная линия — это два длинных параллельных провода, в которых генератором могут возбуждаться токи высокой частоты.

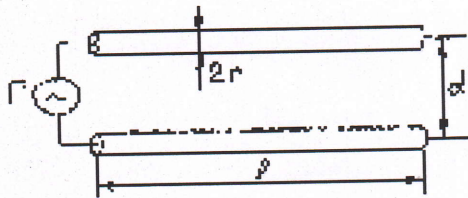


Рис. 1. Геометрические параметры двухпроводной линии

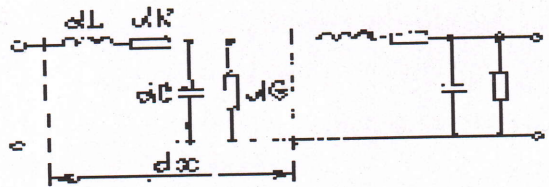


Рис. 2. Эквивалентная схема участка линии

Для анализа длинной линии её представляют в виде последовательности бесконечно малых участков длиной Δx . Эквивалентная схема элементарного участка содержит:

- последовательно включённые активное сопротивление $R\Delta x$ и индуктивность $L\Delta x$;
- параллельно подключённые ёмкость $C\Delta x$ и проводимость изоляции $G\Delta x$.

При устремлении $\Delta x \rightarrow 0$ получают модель линии как объекта с непрерывным распределением параметров. Такое представление является основой для вывода телеграфных уравнений.

1.3 Уравнения передачи однородной линии

Первичные параметры. Длинные линии могут иметь самую различную конструкцию. Так, двухпроводная воздушная линия (рис. 13.1, а) состоит из параллельных неизолированных проводов, укрепленных с помощью изоляторов на специальных опорах. Симметричная кабельная цепь представляет собой два изолированных скрученных друг с другом провода, образующих так называемую пару (рис. 13.1, б). Скрученные между собой пары (или четверки), заключенные в металлическую или пластмассовую защитную оболочку, образуют симметричный кабель.

Коаксиальная пара является основой коаксиального кабеля и состоит из внутреннего цилиндра – провода сплошного сечения, помещенного в полый цилиндр (рис. 13.1, в).

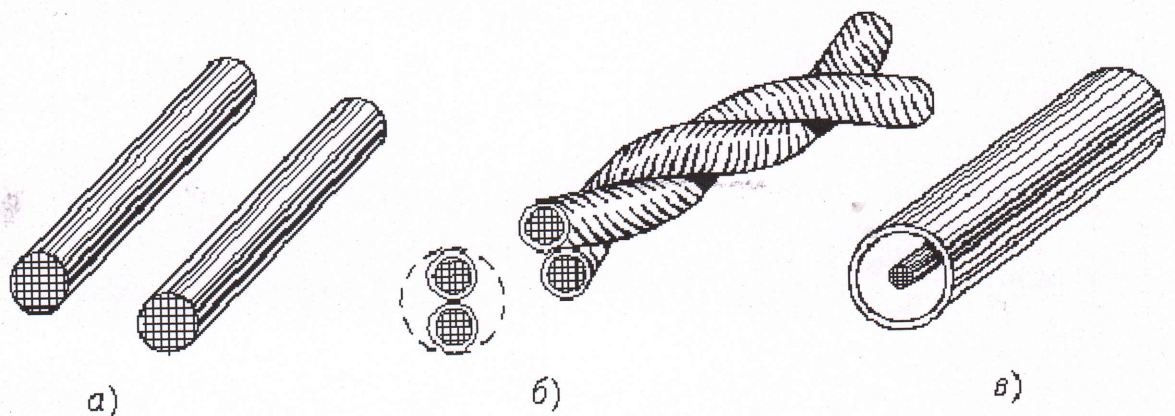


Рис. 13.1

Сопротивление R – это сопротивление проводов линии единичной длины. Например, для двухпроводной линии сопротивление (Ом/км)

$$R = \rho \frac{2l}{S} = \rho \frac{2000}{\pi r^2},$$

Индуктивность L определяется отношением магнитного потока, сцепляющегося с контуром единичной длины, к току, вызывающему этот поток. Индуктивность линии складывается из внешней и внутренней индуктивностей. Первая определяется геометрическими размерами линии и не зависит от частоты; вторая зависит от материала проводов, их диаметра и частоты.

$$L = 4 \left[\left(4 \ln(l_{\text{пр}}/r) + k_{\text{пз}} \right) \mu \right] \cdot 10^{-4},$$

Емкость C определяется отношением заряда, приходящегося на единицу длины линии, к напряжению между проводами линии.

Для двухпроводной линии емкость (Ф/км)

$$C = \frac{\varepsilon \cdot 10^{-6}}{36 \ln(l_{\text{пр}}/r)},$$

Выделим элементарный участок линии длиной Δx , находящийся на расстоянии x от начала линии (рис. 13.2). Его эквивалентную схему можно приблизительно представить в виде последовательно включенных сопротивления $R\Delta x$ и индуктивности $L\Delta x$ и параллельно включенных активной проводимости $G\Delta x$ и емкости $C\Delta x$

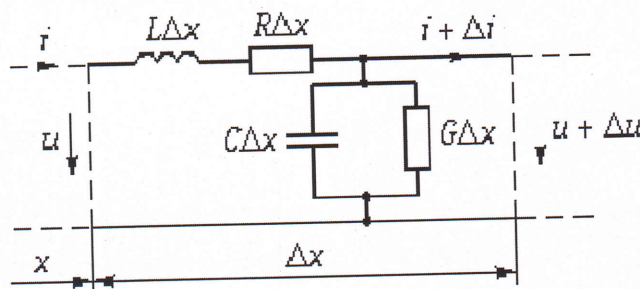


Рис. 13.2

$$-\Delta u = L\Delta x \frac{\partial i}{\partial t} + R\Delta x i$$

Здесь и далее используются частные производные, так как напряжение и ток являются функциями переменных t и x . Уменьшение тока на участке Δx происходит за счет ответвления тока через емкость $C\Delta x$ и проводимость изоляции $G\Delta x$. Пренебрегая изменением напряжения как величиной второго порядка малости, можно написать

$$-\Delta i = C \Delta x \frac{\partial u}{\partial t} + G \Delta x u \quad (13.1 \text{ б})$$

Разделив обе части уравнений (13.1 а и б) на Δx и перейдя к пределу при $\Delta x \rightarrow 0$, получим дифференциальные уравнения линии:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial u}{\partial x} &= L \frac{\partial i}{\partial t} + Ri; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} &= C \frac{\partial u}{\partial t} + Gu. \end{aligned} \right\}$$

Эти уравнения называются телеграфными так как впервые были получены для линии телеграфной связи.

Будем считать, что в линии имеет место режим установившихся гармонических колебаний. Поскольку закон изменения напряжений и токов во времени известен, то из дифференциальных уравнений (13.2) остается найти лишь законы изменения амплитуд и фаз напряжений и токов с расстоянием x

Используя символический метод анализа гармонических колебаний, в котором

$$u \doteq \underline{U}; \quad i \doteq \underline{I}; \quad \frac{du}{dt} \doteq j\omega \underline{U}; \quad \frac{di}{dt} \doteq j\omega \underline{I},$$

преобразуем уравнения (13.2) к виду

$$\left. \begin{aligned} -\frac{d\underline{U}}{dx} &= (R + j\omega L) \underline{I}; \\ -\frac{d\underline{I}}{dx} &= (G + j\omega C) \underline{U}. \end{aligned} \right\}$$

Так как комплексные действующие значения $\underline{U}$ и $\underline{I}$ являются функциями только x , уравнения записываются не в частных, а в полных производных.

Продифференцировав первое уравнение из (13.3) по x и подставив в него второе уравнение, получим

$$d^2 \underline{U} / dx^2 = (R + j\omega L)(G + j\omega C) \underline{U}.$$

Введя обозначение

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)},$$

перепишем это уравнение в виде

$$\frac{d^2 \underline{U}}{dx^2} - \underline{\gamma}^2 \underline{U} = 0.$$

Корни характеристического уравнения $p^2 - \underline{\gamma}^2 = 0$ равны $p_{1,2} = \pm \underline{\gamma}$.
поэтому общее решение дифференциального уравнения (13.5) для
напряжения в точке x ищем в виде

$$\underline{U}_x = \underline{A}_1 e^{-\underline{\gamma}x} + \underline{A}_2 e^{\underline{\gamma}x}.$$

Из первого уравнения системы (13.3) имеем

$$\underline{I}_x = -\frac{1}{R + j\omega L} \frac{d\underline{U}_x}{dx} = \frac{\underline{\gamma}}{R + j\omega L} (\underline{A}_1 e^{-\underline{\gamma}x} - \underline{A}_2 e^{\underline{\gamma}x}). \quad (13.6 \text{ б})$$

Введя еще одно обозначение

$$\underline{Z}_B = \frac{R + j\omega L}{\underline{\gamma}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}},$$

запишем решение для тока в точке x в форме

$$\underline{I}_x = \frac{1}{\underline{Z}_B} (\underline{A}_1 e^{-\underline{\gamma}x} - \underline{A}_2 e^{\underline{\gamma}x}). \quad (13.7 \text{ б})$$

Постоянные интегрирования $\underline{A}_1$ и $\underline{A}_2$ можно найти из начальных условий:
при $x = 0$ $\underline{U}_x = \underline{U}_1$ и $\underline{I}_x = \underline{I}_1$, где $\underline{U}_1$ и $\underline{I}_1$ – напряжение и ток в начале линии.
Тогда из (13.6 а и б) для $x = 0$:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{A}_1 + \underline{A}_2; \\ \underline{I}_1 \underline{Z}_B &= \underline{A}_1 - \underline{A}_2. \end{aligned} \right\}$$

Откуда

$$\underline{A}_1 = (\underline{U}_1 + \underline{I}_1 \underline{Z}_B)/2; \quad \underline{A}_2 = (\underline{U}_1 - \underline{I}_1 \underline{Z}_B)/2.$$

Подстановка полученных значений постоянных интегрирования в (13.6) дает
следующие уравнения для определения напряжения $\underline{U}_x$ и тока $\underline{I}_x$ в
произвольной точке x длиной линии

$$\begin{aligned} \underline{U}_x &= \frac{\underline{U}_1 + \underline{I}_1 \underline{Z}_B}{2} e^{-\underline{\gamma}x} + \frac{\underline{U}_1 - \underline{I}_1 \underline{Z}_B}{2} e^{\underline{\gamma}x}; \\ \underline{I}_x &= \frac{\underline{U}_1 + \underline{I}_1 \underline{Z}_B}{2 \underline{Z}_B} e^{-\underline{\gamma}x} - \frac{\underline{U}_1 - \underline{I}_1 \underline{Z}_B}{2 \underline{Z}_B} e^{\underline{\gamma}x}. \end{aligned}$$

Это есть уравнения передачи однородной длинной линии. Параметры $\underline{\gamma}$ и Z_B получили название коэффициента распространения и волнового сопротивления линии.

1.4 Падающие и отраженные волны

С учетом этих обозначений запись уравнений передачи однородной длинной линии упростится и будет иметь вид

$$\begin{aligned}\underline{U}_x &= \underline{U}_\Pi e^{-\underline{\gamma}x} + \underline{U}_0 e^{\underline{\gamma}x} = \underline{U}_{x\text{пад}} + \underline{U}_{x\text{отр}}; \\ \underline{I}_x &= \frac{\underline{U}_\Pi}{\underline{Z}_B} e^{-\underline{\gamma}x} - \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_B} e^{\underline{\gamma}x} = \underline{I}_{x\text{пад}} + \underline{I}_{x\text{отр}},\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\underline{U}_{x\text{пад}} &= \underline{U}_\Pi e^{-\underline{\gamma}x}; \quad \underline{U}_{x\text{отр}} = \underline{U}_0 e^{\underline{\gamma}x}; \\ \underline{I}_{x\text{пад}} &= \frac{\underline{U}_\Pi}{\underline{Z}_B} e^{-\underline{\gamma}x}; \quad \underline{I}_{x\text{отр}} = -\frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_B} e^{\underline{\gamma}x}.\end{aligned}$$

Помня, что в (13.10) все величины в общем случае комплексные

$$\begin{aligned}\underline{U}_\Pi &= |\underline{U}_\Pi| e^{j\varphi_\Pi}; \quad \underline{U}_0 = |\underline{U}_0| e^{j\varphi_0}; \\ \underline{\gamma} &= \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta; \\ \underline{Z}_B &= \sqrt{(R + j\omega L)/(G + j\omega C)} = |\underline{Z}_B| e^{j\varphi_B},\end{aligned}$$

можно по известным правилам перейти от (13.10) для комплексных значений к уравнениям передачи для мгновенных значений напряжений и токов. Для простоты положим $j\omega = j0 = 0$. Тогда

$$\begin{cases} u_x(t) = |\underline{U}_\Pi| e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x) + |\underline{U}_0| e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x), \\ i_x(t) = \left| \frac{\underline{U}_\Pi}{\underline{Z}_B} \right| e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x - \varphi_B) - \left| \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_B} \right| e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x - \varphi_B). \end{cases}$$

Если в момент времени t_1 сделать фотографию распределения, например, напряжения $u_{\text{пад}}$ вдоль линии, то она будет иметь вид кривой 1 (рис. 13.3). В следующий момент t_2 фаза напряжения в каждой точке линии изменится на величину $\omega(t_2 - t_1)$, и вся картина как бы сместится вдоль оси x вправо (кривая 2 на рис. 13.3). Аналогичная ситуация будет наблюдаться и в момент времени $t_3 > t_2$ (кривая 3 на рис. 13.3).

Фазовую скорость распространения (км/с) найдем как отношение расстояния $x_2 - x_1$, пройденного точкой А, ко времени $t_2 - t_1$

$$v_\Phi = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1) = \omega / \beta.$$

Таким образом, уравнения (13.12) описывают волны напряжения и тока, распространяющиеся от начала к концу линии. Такие волны называются падающими

Обратимся ко вторым слагаемым выражений (13.11), которые обозначим

$$\left. \begin{aligned} u_{x \text{ отр}}(t) &= |\underline{U}_0| e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x), \\ i_{x \text{ отр}}(t) &= -\left| \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_B} \right| e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x - \varphi_B). \end{aligned} \right\}$$

Эти слагаемые описывают волны точно такого же характера, как и падающие, но распространяющиеся в обратном направлении, т. е. от конца линии к началу. Эти волны называются отраженными волнами напряжения и тока. Амплитуды отраженных волн убывают от конца линии к началу, наибольшая амплитуда наблюдается в конце линии.

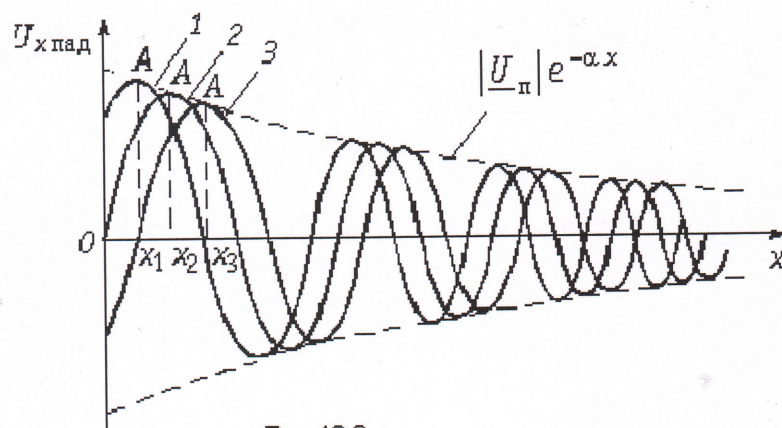


Рис 13.3

$$\underline{I}_2 \underline{Z}_H = \underline{U}_{2 \text{ пад}} + \underline{U}_{2 \text{ отр}}; \quad \underline{I}_2 \underline{Z}_B = \underline{U}_{2 \text{ пад}} - \underline{U}_{2 \text{ отр}}.$$

1.5 Вторичные параметры однородной линии

Волновое сопротивление. Одним из вторичных параметров однородной линии является волновое сопротивление линии, определяемое через первичные параметры формулой (13.7)

$$\underline{Z}_B = \sqrt{(R + j\omega L) / (G + j\omega C)}.$$

При $\omega = 0$

$$\underline{Z}_B = \rho_B = \sqrt{R/G}$$

и $j\omega = 0$, т. е. волновое сопротивление чисто активное. Точно такой же характер имеет Z_B при $\omega = \infty$;

$$\underline{Z}_B = \rho_B = \sqrt{L/C}, \quad \varphi_B = 0$$

Чтобы выяснить физический смысл волнового сопротивления, воспользуемся выражениями для комплексных амплитуд падающих волн напряжения и тока из (13.10):

$$\underline{U}_{x\text{пад}} = \frac{\underline{U}_1 + \underline{Z}_в \underline{I}_1}{2} e^{-\gamma x}$$

и

$$\underline{I}_{x\text{пад}} = \frac{\underline{U}_1 + \underline{Z}_в \underline{I}_1}{2 \underline{Z}_в} e^{-\gamma x}.$$

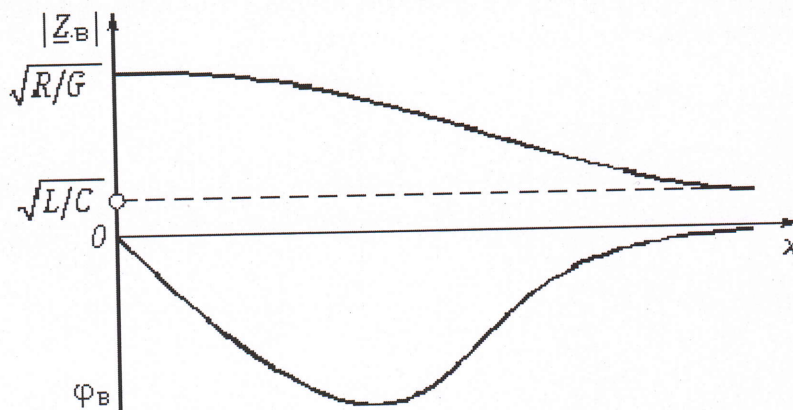


Рис. 13.4

$$\underline{Z}_в = \underline{U}_{x\text{пад}} / \underline{I}_{x\text{пад}},$$

$$\underline{Z}_в = \frac{|\underline{U}_{x\text{пад}}| e^{j\varphi_{ux\text{пад}}}}{|\underline{I}_{x\text{пад}}| e^{j\varphi_{ix\text{пад}}}} = \frac{|\underline{U}_{x\text{пад}}|}{|\underline{I}_{x\text{пад}}|} e^{j(\varphi_{ux\text{пад}} - \varphi_{ix\text{пад}})} = |\underline{Z}_в| e^{j\varphi_v},$$

откуда

$$|\underline{Z}_в| = \frac{|\underline{U}_{x\text{пад}}|}{|\underline{I}_{x\text{пад}}|} \text{ и } \varphi_v = \varphi_{ux\text{пад}} - \varphi_{ix\text{пад}}.$$

Аналогичным образом можно сказать, что

$$\underline{Z}_в = -\underline{U}_{x\text{отр}} / \underline{I}_{x\text{отр}}.$$

Волновое сопротивление не зависит от длины линии — оно постоянно в любой точке линии.

Согласованное включение линии. Рассмотрим режим работы линии, когда $Z_n = Z_v$. В этом случае коэффициенты отражения $s_u = s_i = 0$ и отраженные волны напряжения и тока будут отсутствовать ($U_{x\text{отр}} = 0$ и $I_{x\text{отр}} = 0$).

Напряжение и ток в любой точке линии, в том числе и на входе ($x = 0$), будут определяться только падающими волнами. Согласно (13.14)

$$\underline{Z}_в = \underline{U}_{1\text{пад}} / \underline{I}_{1\text{пад}} = \underline{U}_1 / \underline{I}_1 = \underline{Z}_{вх},$$

т. е. входное сопротивление такой линии равно ее волновому сопротивлению. Таким образом, волновое сопротивление линии является аналогом характеристического сопротивления симметричного четырехполюсника.

Уравнения передачи однородной линии в режиме согласованного включения могут быть легко получены из (13.9 б и в), если учесть, что при согласованном включении

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_2 \underline{Z}_в$$

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 \underline{Z}_в$$

а также что

$$\begin{aligned} \text{ch } \underline{\gamma} l + \text{sh } \underline{\gamma} l &= e^{\pm \underline{\gamma} l} \\ \left. \begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_2 e^{\underline{\gamma} l}, \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_2 e^{\underline{\gamma} l}, \end{aligned} \right\} & \left. \begin{aligned} \underline{U}_2 &= \underline{U}_1 e^{-\underline{\gamma} l}, \\ \underline{I}_2 &= \underline{I}_1 e^{-\underline{\gamma} l}. \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

Для любой точки линии

$$\underline{U}_x = \underline{U}_1 e^{-\underline{\gamma} x} \quad \text{и} \quad \underline{I}_x = \underline{I}_1 e^{-\underline{\gamma} x}. \quad (13.15 \text{ б})$$

Коэффициент распространения. Ко вторичным параметрам линии относится также коэффициент распространения, введенный в рассмотрение формулой (13.4):

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta.$$

В режиме согласованного включения линии из (13.15) имеем:

$$\underline{U}_1 / \underline{U}_x = \underline{I}_1 / \underline{I}_x = e^{\underline{\gamma} x}$$

или

$$\left| \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_x} \right| e^{j(\varphi_{u1} - \varphi_{ux})} = \left| \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_x} \right| e^{j(\varphi_{i1} - \varphi_{ix})} = e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x}.$$

Отсюда

$$e^{\alpha x} = \left| \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_x} \right| = \left| \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_x} \right| \quad \text{и} \quad \beta x = \varphi_{u1} - \varphi_{ux} = \varphi_{i1} - \varphi_{ix}.$$

Для отрезка линии единичной длины (1 км, 1 м и т. д.) можно записать:

$$\alpha = \ln \left| \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_x} \right| = \ln \left| \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_x} \right|; \quad \beta = \varphi_{u1} - \varphi_{ux} = \varphi_{i1} - \varphi_{ix}.$$

Мнимая часть коэффициента распространения β характеризуется изменением напряжения и тока по фазе. Она называется коэффициентом фазы линии и измеряется в рад/км или рад/м. Вместо радиан могут использоваться градусы.

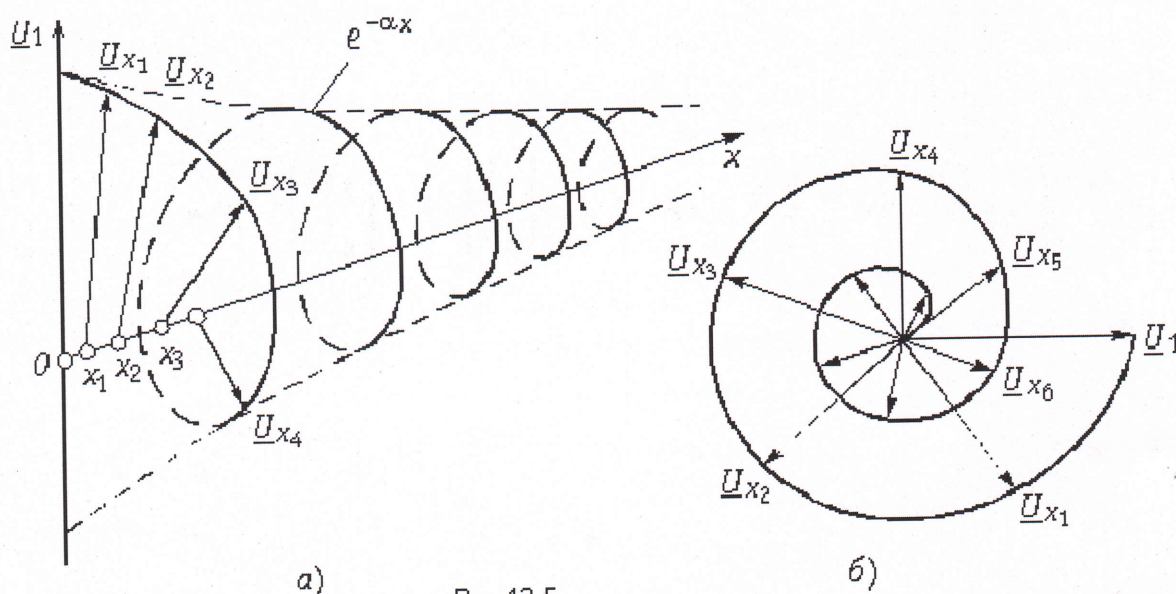


Рис 13.5

У

Процесс изменения напряжения (тока) вдоль согласованно нагруженной линии можно проиллюстрировать векторной диаграммой, показанной на рис. 13.5, а или так называемой спиральной диаграммой, приведенной на рис. 13.5, б

Вторичные параметры α и β зависят от частоты сложным образом. На рис. 13.6, а и б даны графики, качественно отражающие эту зависимость.

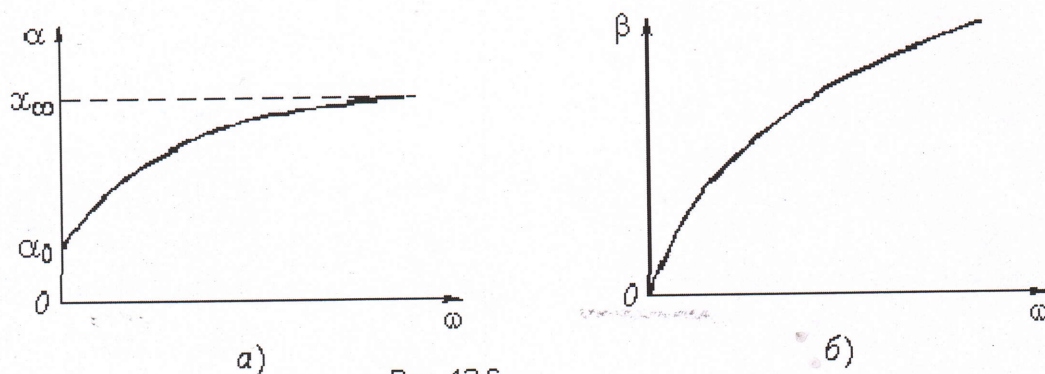


Рис. 13.6

Из формул (13.15 а) следует, что

$$\left| \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} \right| = e^{\alpha l} = e^{A_{\Gamma}}; \quad \frac{S_1}{S_2} = \left| \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} \right| = e^{2A_{\Gamma}},$$

где S_1 и S_2 – полные мощности на входе и выходе линии.

1.6 Линия без потерь

Вторичные параметры и уравнения передачи. Реальная линия всегда обладает потерями. Однако в ряде случаев удобно считать линию идеальной, т. е. не имеющей потерь. Линия без потерь – это линия, у которой рассеяние энергии отсутствует, что имеет место при значениях первичных параметров $R = 0$ и $G = 0$.

Коэффициент распространения линии без потерь

$$\underline{\gamma} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \sqrt{-\omega^2 LC} = j\omega\sqrt{LC}.$$

Отсюда коэффициент ослабления $\alpha = 0$, а коэффициент фазы $\beta = \omega\sqrt{LC}$ линейно зависит от частоты.

Волновое сопротивление линии без потерь

$$\underline{Z}_B = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho_B$$

является чисто активным (резистивным).

При анализе процессов, происходящих в линии без потерь, общепринято расположение той или иной точки на линии характеризовать ее удалением не от начала линии, как это делали прежде, а от конца линии (рис. 13.8). В этом случае уравнения передачи линии без потерь, выражающие комплексные действующие значения напряжения и тока в произвольной точке линии x , отсчитанной от ее конца, записываются в виде:

$$\left. \begin{aligned} \underline{U}_x &= \underline{U}_2 \cos \beta x + j\underline{Z}_B \underline{I}_2 \sin \beta x, \\ \underline{I}_x &= \underline{I}_2 \cos \beta x + j \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_B} \sin \beta x. \end{aligned} \right\}$$

Рассмотрим различные режимы работы линии без потерь.

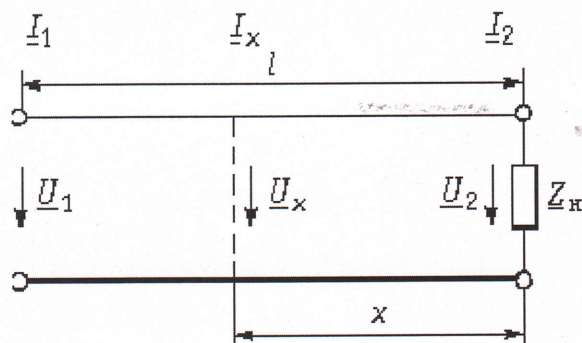


Рис. 13.8

$$\underline{U}_x = \underline{U}_2 (\cos \beta x + j \sin \beta x) = \underline{U}_2 e^{j\beta x} = \underline{U}_{x \text{ пад}};$$

$$\underline{I}_x = \underline{I}_2 (\cos \beta x + j \sin \beta x) = \underline{I}_2 e^{j\beta x} = \underline{I}_{x \text{ пад}}.$$

Заменяя комплексные амплитуды их модулями и фазами, т. е.

$$\underline{U}_2 = |\underline{U}_2| e^{j\varphi_{u2}}$$

и

$$\underline{I}_2 = |\underline{I}_2| e^{j\varphi_{i2}}$$

Эти уравнения описывают падающие волны, распространяющиеся в линии слева направо, т. е. от начала к концу линии (рис. 13.9, а). На направление распространения волн указывает знак «плюс» перед βx (напомним, что расстояние x отсчитывается от конца линии).

Таким образом, при согласованном включении линии без потерь в ней существуют только падающие, или бегущие, волны напряжения и тока. При этом амплитуды колебаний постоянны по всей длине линии (рис. 13.9, б). Данный режим работы линии называют также режимом бегущей волны. Сдвиг фаз между напряжением и током равен нулю, поэтому энергия бегущей волны носит активный характер.

Короткое замыкание линии. При $Z_n = 0$ напряжение в конце линии $U_2 = 0$. Уравнения передачи (13.19) для данного режима работы линии принимают вид:

$$\underline{U}_x = jZ_{\text{в}} \underline{I}_2 \sin \beta x; \quad \underline{I}_x = \underline{I}_2 \cos \beta x.$$

Если положить для простоты начальную фазу $j\varphi_{i2}$ тока в конце линии равной нулю, то мгновенные значения напряжения и тока в любой точке линии описываются выражениями:

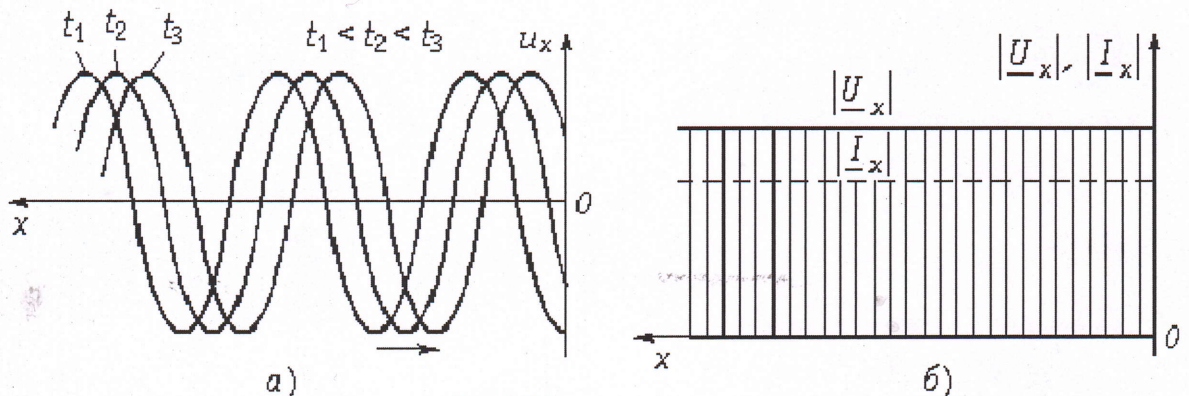


Рис 13.9

$$\left. \begin{aligned} u_x(t) &= |\underline{I}_2| \rho_{\text{в}} \sin \beta x \sin(\omega t + \pi/2); \\ i_x(t) &= |\underline{I}_2| \cos \beta x \sin \omega t. \end{aligned} \right\}$$

При КЗ линии коэффициенты отражения имеют значения

$$\underline{\sigma}_u = (\underline{Z}_H - \underline{Z}_B) / (\underline{Z}_H + \underline{Z}_B) = -1, \quad \underline{\sigma}_i = -\underline{\sigma}_u = 1,$$

т. е. происходит полное отражение энергии, в результате чего в любой точке цепи результирующее напряжение (ток) оказывается равным сумме падающих и отраженных волн. Действительно, из уравнений в комплексной форме (13.20) следует:

$$\begin{aligned} \underline{U}_x &= j\underline{Z}_B \underline{I}_2 \sin \beta x = \frac{\underline{Z}_B \underline{I}_2}{2} e^{j\beta x} - \frac{\underline{Z}_B \underline{I}_2}{2} e^{-j\beta x} = \\ &= \frac{\underline{Z}_B \underline{I}_2}{2} e^{j\beta x} + \frac{\underline{Z}_B \underline{I}_2}{2} e^{-j(\beta x - \pi)} = \underline{U}_{x\text{пад}} + \underline{U}_{x\text{отр}}; \\ \underline{I}_x &= \underline{I}_2 \cos \beta x = \frac{\underline{I}_2}{2} e^{j\beta x} + \frac{\underline{I}_2}{2} e^{-j\beta x} = \underline{I}_{x\text{пад}} + \underline{I}_{x\text{отр}}. \end{aligned}$$

Поскольку потерь в линии нет, амплитуды падающих и отраженных волн во всех точках линии одинаковы.

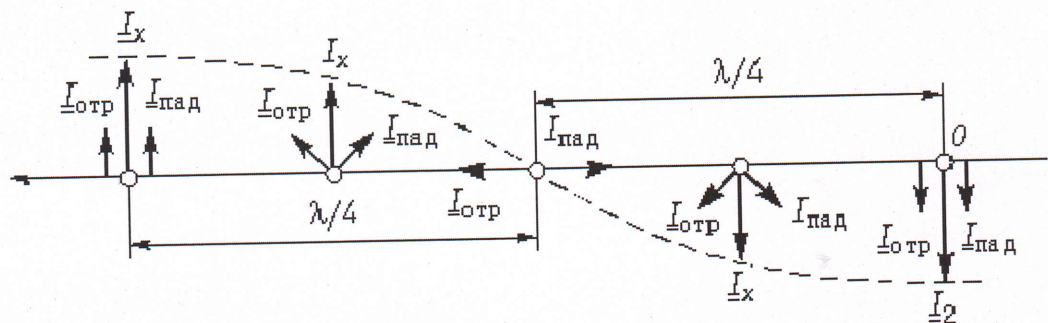


Рис. 13.10

Векторная диаграмма, приведенная на рис. 13.10, иллюстрирует соотношение фаз между падающей и отраженной волнами тока в различных точках КЗ линии.

Распределение модулей комплексных амплитуд напряжения $|\underline{U}_x|$ и тока $|\underline{I}_x|$ по длине линии представлено на рис. 13.11. Расстояние между соседними узлами (пучностями) равно $\lambda/2$.

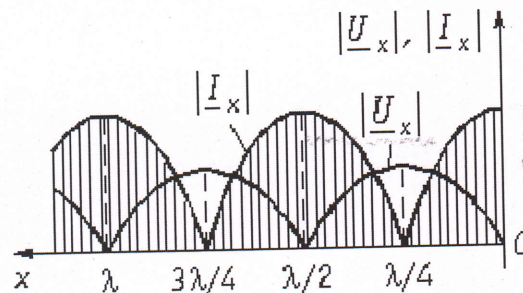


Рис. 13.11

Таким образом, в КЗ линии возникают волны напряжения и тока, которые не распространяются вдоль линии, находятся на одном месте. Такие волны

называются стоячими а уравнения передачи (13.20) и (13.21) – уравнениями стоячих волн. Описываемый режим работы линии получил также название режима стоячих волн

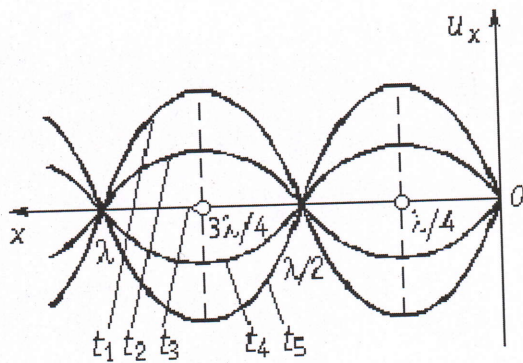


Рис. 13.12

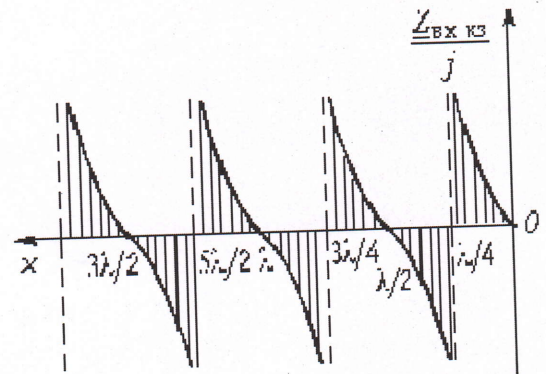


Рис. 13.13

Из рис. 13.13 видно, что отрезок закороченной линии длиной меньше $\lambda/4$ имеет входное сопротивление индуктивного характера. Поэтому всегда можно подобрать такую длину отрезка $l\phi$, при которой его входное сопротивление равнялось бы заданному сопротивлению Z_H . Заменим индуктивность L_H отрезком КЗ линии (рис. 13.16, б). Эта замена позволяет применить теорию КЗ линии и сразу же построить кривые распределения напряжения и тока в линии, нагруженной на индуктивность (рис. 13.16, в). В рассматриваемой линии возникают стоячие волны. Этот режим отличается от режима КЗ замыкания тем, что ближайший узел и пучность сдвинуты от конца линии на некоторое расстояние.

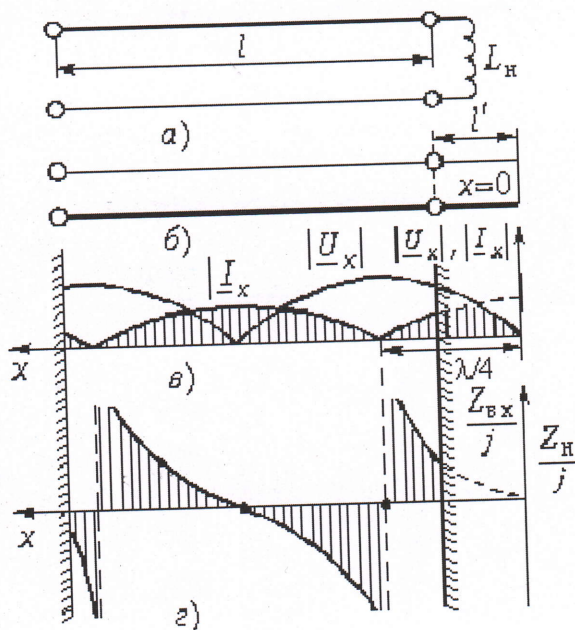


Рис. 13.16

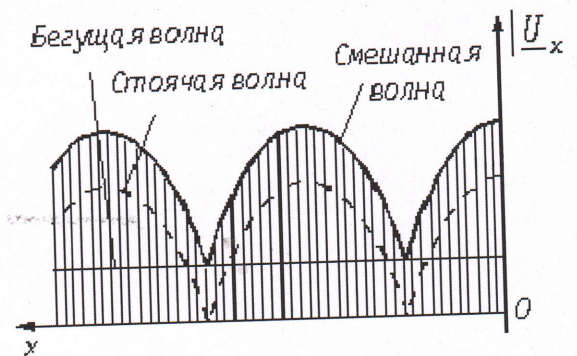


Рис. 13.17

ГЛАВА 2

Общая методика составления систем дифференциальных уравнений переходного процесса методом переменных состояний.

Расчет переходных процессов электрических цепей методом переменных состояния предполагает:

- а) составление по законам Кирхгофа и уравнениям отдельных элементов цепей единой системы дифференциальных уравнений – уравнений состояния;
- б) аппроксимацию уравнений состояния на каждом шаге расчета разностными уравнениями;
- в) численное решение полученных систем разностных уравнений.

В качестве переменных состояния выбирают токи индуктивных катушек и напряжения конденсаторов. Выделение этих величин в качестве переменных, характеризующих энергетическое состояние электрической цепи, позволяет формировать дифференциальные уравнения в нормальной форме, так как только в этих элементах токи и напряжения связаны между собой через производные.

Методика составления дифференциальных уравнений включает следующие этапы:

- 1) выделяется каждый элемент схемы в отдельную ветвь;
- 2) нумеруется каждый узел;
- 3) выбирается направление тока в каждой ветви;
- 4) строится нормальное дерево;

Деревом называется совокупность ветвей, соединяющих все узлы, но не образующих ни одного контура.

Нормальное дерево составляется следующим образом:

- в первую очередь включаются все ветви с источниками ЭДС;
 - во вторую очередь включаются емкостные элементы;
- если такое дерево еще не связывает все узлы, то последовательно включаются:
- ветви с резистивными элементами;
- если и такое дерево не связывает все узлы, то:
- включаются ветви с индуктивными элементами.

В качестве переменных состояния следует брать напряжения емкостных элементов, ветви которых относятся к ветвям дерева.

- 5) включаются ветви связи:

Ветвью связи (хордой) называется любая из ветвей не входящая в дерево. Все ветви связи дополняют дерево до графа схемы.

Ветви связи должны быть включены в граф схемы в следующей последовательности:

- все источники тока;
- ветви с индуктивными элементами;
- ветви с резистивными элементами;
- ветви с емкостными элементами.

В качестве переменных состояния следует брать токи индуктивных элементов, ветви которых относятся к ветвям связи.

Подграф составленный по этому правилу, называется нормальным. Граф электрической цепи, содержащий нормальное дерево и нормальный подграф связей, считают нормальным.

- 6) отмечают независимые сечения;

Нормальным называется сечение, пересекающее только одну ветвь дерева и некоторое число ветвей связи.

Независимое сечение пересекает ветвь дерева, содержащую емкостной элемент, и некоторое число ветвей связи.

Ток емкостного элемента в j -ой ветви вычисляется:

$$i_{Cj} = C_j \frac{du_{Cj}}{dt} \quad (1.15)$$

Составляется уравнение баланса токов для такого r -го независимого сечения:

$$C_j \frac{du_{Cj}}{dt} = - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^l i_k \quad (1.16)$$

где l – число ветвей связи.

Если в таком уравнении присутствуют токи не являющиеся переменными состояния, то проводится дополнительное нормальное сечение и эти токи выражаются через токи, которые являются переменными состояния.

- 7) отмечают независимые контура;

Независимым называется контур, состоящий из ветвей дерева и только одной ветви связи, содержащую индуктивный элемент.

Пример 1.1. Составить дифференциальные уравнения переходного процесса для схемы, показанной на рис. 1.5.

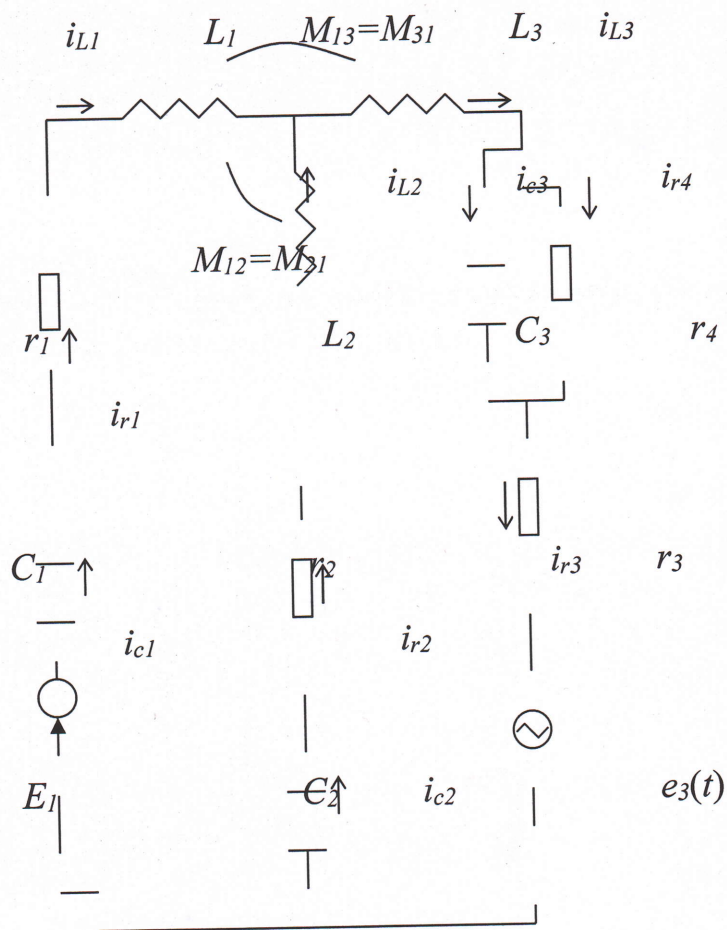
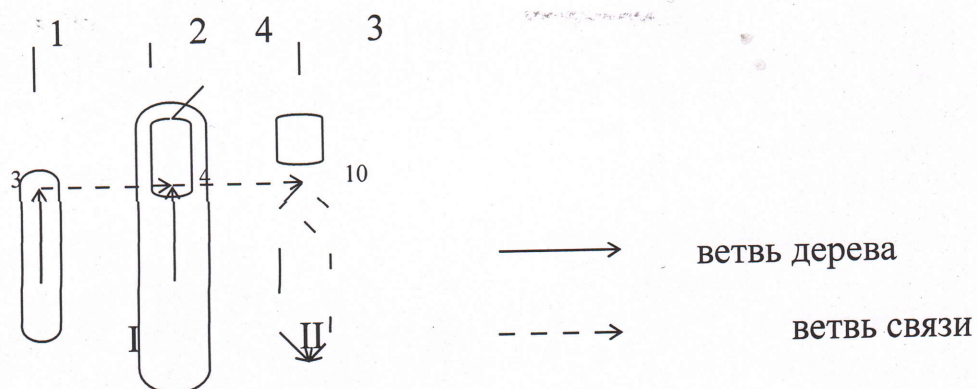


Рис.1.5. Схема электрической цепи.

- 1) Каждый элемент схемы выделяется в отдельную ветвь.
- 2) Нумеруется каждый узел.
- 3) Направляются токи в каждой ветви.
- 4) Строится нормальное дерево (рис.1.6):



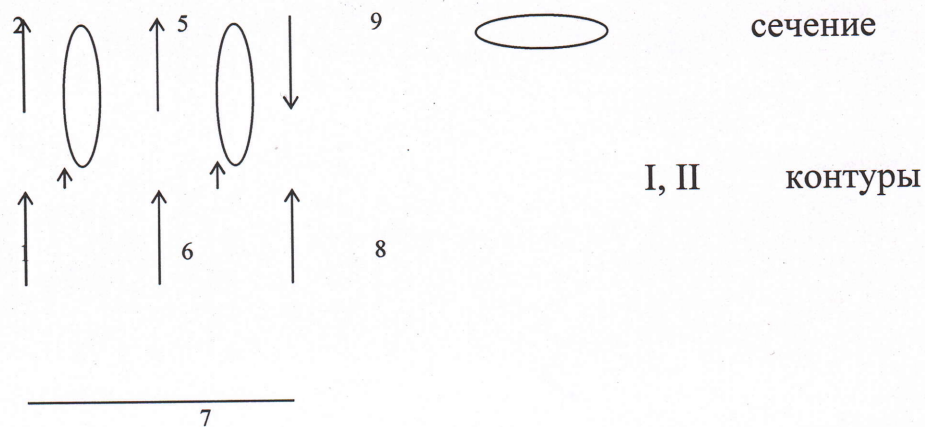


Рис.1.6. Нормальный граф схемы.

к ветвям дерева последовательно включаются:

- ветви с источниками ЭДС E_1, E_3 ;
- ветви с конденсаторами C_1, C_2, C_3 ;
- ветви с резисторами r_1, r_2, r_3 ;
- ветвь с индуктивным элементом L_1 .

Напряжения конденсаторов u_{c1}, u_{c2}, u_{c3} являются переменными состояния.

5) Дерево дополняется до нормального графа схемы, включая ветви связи (рис.1.6) в следующей последовательности:

- ветви с индуктивными элементами L_1, L_3 ;
- ветвь с резистором r_4 ;

получили нормальный граф электрической цепи.

Токи катушек i_{L1}, i_{L3} являются переменными состояния.

6) Отмечаются независимые сечения:

- первое сечение пересекает ветвь дерева с конденсатором C_1 и ветвь связи с катушкой L_1 ;
- второе сечение пересекает ветвь дерева с конденсатором C_2 и ветви связи с катушками L_1, L_3 ;
- третье сечение пересекает ветвь дерева с конденсатором C_3 и ветви связи с катушкой L_3 и резистором r_4 .

Запишем I закон Кирхгофа для каждого независимого сечения:

- для 1-го сечения:

$$i_{C1} - i_{L1} = 0$$

$$C_1 \frac{du_{C1}}{dt} = i_{L1}$$

(1.20)

- для 2-го сечения:

$$i_{C2} + i_{L1} - i_{L3} = 0$$

$$C_2 \frac{du_{C2}}{dt} = -i_{L1} + i_{L3}$$

(1.21)

- для 3-го сечения:

$$i_{C3} + i_{L3} - i_{r4} = 0$$

в уравнении присутствует ток i_{r4} , который не является переменной состояния, выразим этот ток через переменные состояния:

$$i_{r4} = u_{C3} / r_4, \quad \text{тогда} \quad C_3 \frac{du_{C3}}{dt} = i_{L3} - \frac{1}{r_4} u_{C3} \quad (1.22)$$

7) Отмечаются независимые контура.

Запишем II закон Кирхгофа для каждого независимого контура:

- для I-го контура:

$$E_1 + u_{C1} + u_{r1} + u_{L1} + u_{M13} + u_{M21} - u_{L2} - u_{r2} - u_{M12} - u_{C2} = 0, \quad (1.23)$$

в уравнении присутствуют переменные, не являющиеся переменными состояния, выразим эти переменные через переменные состояния:

$$u_{r1} = r_1 i_{L1},$$

$$u_{r2} = r_2 i_{L2} = r_2 (i_{L3} - i_{L1}) = -r_2 i_{L1} + r_2 i_{L3},$$

$$u_{L1} = L_1 \frac{di_{L1}}{dt},$$

$$u_{L2} = L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = L_2 \frac{di_{L3}}{dt} - L_2 \frac{di_{L1}}{dt},$$

$$u_{M12} = M_{12} \frac{di_{L1}}{dt},$$

$$u_{M21} = M_{21} \frac{di_{L2}}{dt} = M_{21} \frac{di_{L3}}{dt} - M_{21} \frac{di_{L1}}{dt},$$

$$u_{M31} = M_{31} \frac{di_{L3}}{dt},$$

$$E_1 = -u_1,$$

$$-u_1 + u_{C1} + r_1 i_{L1} + L_1 \frac{di_{L1}}{dt} + M_{31} \frac{di_{L3}}{dt} + M_{21} \frac{di_{L3}}{dt} - M_{21} \frac{di_{L1}}{dt} - L_2 \frac{di_{L3}}{dt} + L_2 \frac{di_{L1}}{dt} + r_2 i_{L1} - r_2 i_{L3} - M_{12} \frac{di_{L1}}{dt} - u_{C2} = 0,$$

$$(L_1 + L_2 - 2M_{12}) \frac{di_{L1}}{dt} + (-L_2 + M_{12} + M_{13}) \frac{di_{L3}}{dt} = -u_{C1} + u_{C2} - (r_1 + r_2) i_{L1} + r_2 i_{L3} + u_1 \quad (1.24)$$

- для II-го контура:

$$u_{C2} + u_{r2} + u_{L2} + u_{M12} + u_{L3} + u_{M13} + u_{C3} + u_{r3} - E_3 = 0, \quad (1.25)$$

в уравнении присутствуют переменные не являющиеся переменными состояния, выразим эти переменные через переменные состояния:

$$u_{r3} = r_3 i_{L3},$$

$$u_{L3} = L_3 \frac{di_{L3}}{dt},$$

$$\begin{aligned}
u_{M13} &= M_{13} \frac{di_{L3}}{dt}, \\
E_3 &= -u_3, \\
u_{C2} + r_2 i_{L3} - r_2 i_{L1} + L_2 \frac{di_{L3}}{dt} - L_2 \frac{di_{L1}}{dt} + M_{12} \frac{di_{L1}}{dt} + L_3 \frac{di_{L3}}{dt} + M_{13} \frac{di_{L1}}{dt} + u_{C3} + r_3 i_{L3} + u_3 &= 0, \\
(-L_2 + M_{12} + M_{13}) \frac{di_{L1}}{dt} + (L_2 + L_3) \frac{di_{L3}}{dt} &= -u_{C2} - u_{C3} + r_2 i_{L1} - (r_2 + r_3) i_{L3} - u_3,
\end{aligned} \tag{1.26}$$

Получили систему из дифференциальных уравнений (1.20) - (1.22), (1.24), (1.26):

$$\left\{ \begin{aligned}
C_1 \frac{du_{C1}}{dt} &= i_{L1} \\
C_2 \frac{du_{C2}}{dt} &= -i_{L1} + i_{L3} \\
C_3 \frac{du_{C3}}{dt} &= i_{L3} - \frac{1}{r_4} u_{C3} \\
(L_1 + L_2 - 2M_{12}) \frac{di_{L1}}{dt} + (-L_2 + M_{12} + M_{13}) \frac{di_{L3}}{dt} &= -u_{C1} + u_{C2} - (r_1 + r_2) i_{L1} + r_2 i_{L3} + u_1 \\
(-L_2 + M_{12} + M_{13}) \frac{di_{L1}}{dt} + (L_2 + L_3) \frac{di_{L3}}{dt} &= -u_{C1} - u_{C3} + r_2 i_{L1} - (r_2 + r_3) i_{L3} - u_3
\end{aligned} \right. \tag{1.27}$$

Запишем эту систему дифференциальных уравнений в матричной форме:

$$\frac{dx}{dt} = Kx + Cu \tag{1.28}$$

$$\text{где: } x = [u_{C1} \ u_{C2} \ u_{C3} \ i_{L1} \ i_{L3}]' \tag{1.29}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} [u_{C1} \ u_{C2} \ u_{C3} \ i_{L1} \ i_{L3}]' \tag{1.30}$$

$$u = [u_1 \ u_3]'$$

$$H = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (L_1 + L_2 - 2M_{12}) & (-L_2 + M_{12} + M_{13}) \\ 0 & 0 & 0 & (-L_2 + M_{12} + M_{13}) & (L_2 + L_3) \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1/r_4 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -r_1 - r_2 & r_2 \\ 0 & -1 & -1 & r_2 & -r_2 - r_3 \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

систему уравнений (1.27) приведем к виду:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu, \quad (1.34)$$

где $A = H^{-1} K$, $B = H^{-1} C$.

Основные численные методы моделирования

Дифференциальное уравнение имеет вид:

$$\frac{dx}{dt} = f(t; x) = Ax(t) + Bu(t), \text{ где } x(t_0) = x_0,$$

$$x = [x_1 \dots x_5]^T, \quad u = [u_1 \ u_3]^T$$

Решение:

1) Явный метод Эйлера:

$$x(t_{n+1}) = x(t_n) + \Delta t (Ax(t_n) + Bu(t_n))$$

$$x(t_{n+1}) = (I + A\Delta t)x(t_n) + B\Delta tu(t_n)$$

2) Неявный метод Эйлера:

$$x(t_{n+1}) = x(t_n) + \Delta t (Ax(t_{n+1}) + Bu(t_{n+1}))$$

$$x(t_{n+1}) = x(t_n) + \Delta t Ax(t_{n+1}) + \Delta t Bu(t_{n+1})$$

$$(I + \Delta t A)x(t_{n+1}) = x(t_n) + \Delta t Bu(t_{n+1})$$

$$x(t_{n+1}) = \frac{1}{(I + \Delta t A)} x(t_n) + \frac{\Delta t B}{(I + \Delta t A)} u(t_{n+1})$$

3) Метод трапеций:

$$x(t_{n+1}) = x(t_n) + \frac{\Delta t}{2} [Ax(t_{n+1}) + Bu(t_{n+1}) + Ax(t_n) + Bu(t_n)]$$

$$x(t_{n+1}) = x(t_n) + \frac{\Delta t}{2} Ax(t_{n+1}) + \frac{\Delta t}{2} Bu(t_{n+1}) + \frac{\Delta t}{2} Ax(t_n) + \frac{\Delta t}{2} Bu(t_n)$$

$$(I - \frac{\Delta t}{2} A)x(t_{n+1}) = (I + \frac{\Delta t}{2} A)x(t_n) + \frac{\Delta t}{2} B(u(t_n) + u(t_{n+1}))$$

$$x(t_{n+1}) = \frac{(I + \frac{\Delta t}{2} A)}{(I - \frac{\Delta t}{2} A)} x(t_n) + \frac{\Delta t}{2(I - \frac{\Delta t}{2} A)} (u(t_n) + u(t_{n+1}))$$

Результаты моделирования методом Рунге-Кутты четвертой степени показаны на графиках гр. 1.3., гр. 1.4.

График 1.3.

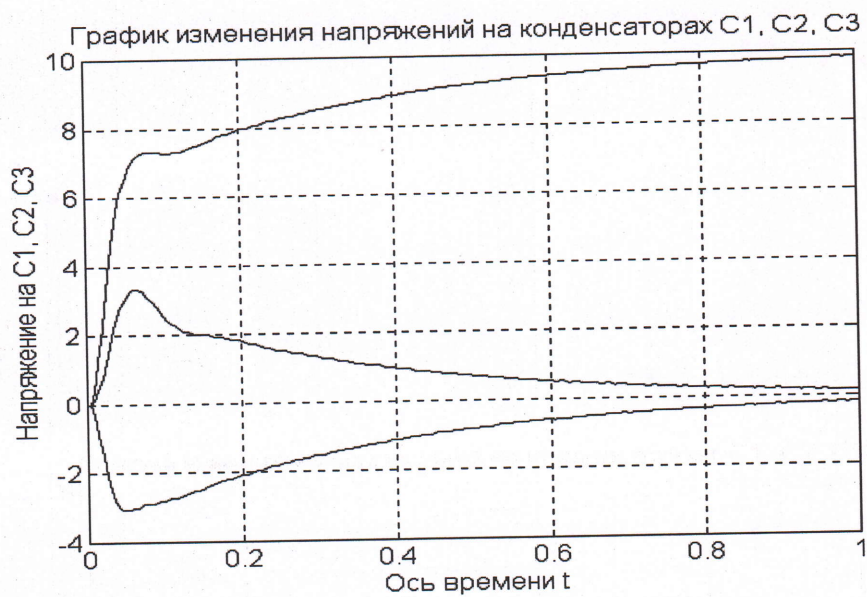
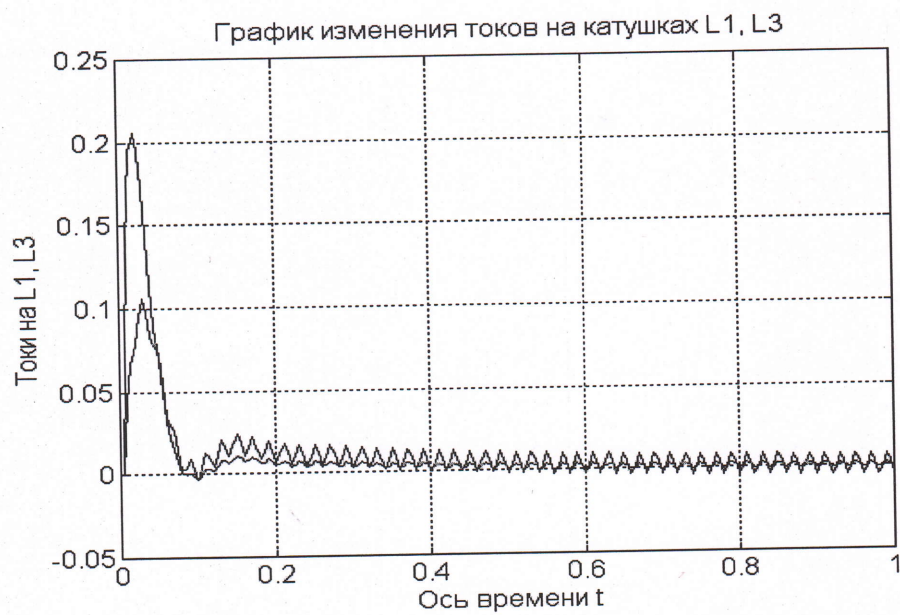


График 1.4.



Программа разрабатывалась на ЭВМ с помощью пакета MATLAB.
Текст программы приведен ниже.

```
clear
```

```
r1=20;
```

```
r2=20;
```

```
r3=15;
```


r4=100;

L1=0.2;

L2=0.1;

L3=0.5;

c1=0.001;

c2=0.001;

c3=0.0009;

m12=0.01;

m13=0.02;

w=314;

H=[1 0 0 0 0

0 1 0 0 0

0 0 1 0 0

0 0 0 L1+L2-2*m12 m13+m12-L2

0 0 0 -L2-m12-m13 L2+L3];

K=[0 0 0 1/c1 0

0 0 0 -1/c2 1/c2

0 0 -1/(c3*r4) 0 1/c3

-1 1 0 -r1-r2 r2

0 -1 -1 r2 -r2-r3];

C=[0 0

0 0

0 0

```
1 0  
0 -1];
```

```
X=[0  
0  
0  
0  
0];
```

```
% dt=input('Ввод dt:');
```

```
% N=input('Ввод N:');
```

```
dt=0.005;
```

```
N=200;
```

```
a=inv(H)*K;
```

```
b=inv(H)*C;
```

```
for i=1:N
```

```
    u=[10 sin(w*i*dt+10)]';
```

```
    k1=a*X(:,i)+b*u;
```

```
    k2=a*(X(:,i)+dt/2*k1)+b*u;
```

```
    k3=a*(X(:,i)+dt/2*k2)+b*u;
```

```
    k4=a*(X(:,i)+dt*k3)+b*u;
```

```
    if i<N
```

```
        X(:,i+1)=X(:,i)+dt/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);
```

```
    end
```

```
    t(1,i)=i;
```

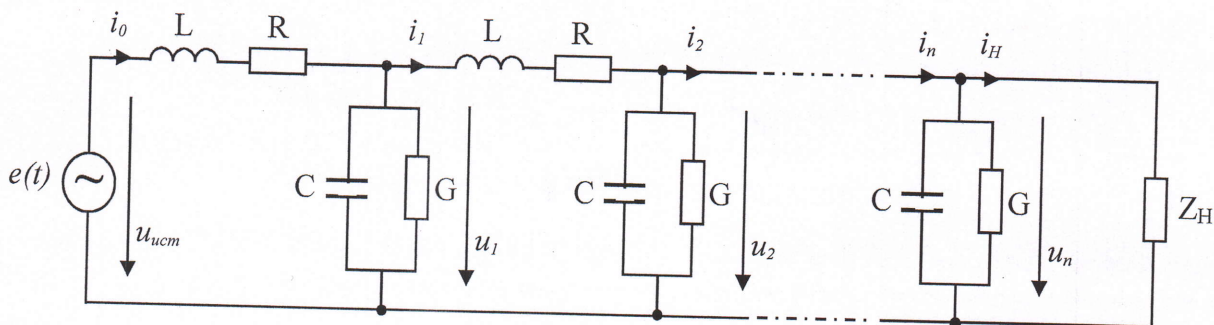
```
end
```



```
s=t'*dt;  
x1=X(1,:);  
x2=X(2,:);  
x3=X(3,:);  
x4=X(4,:);  
x5=X(5,:);  
  
plot(s,x1,s,x2,s,x3)  
title('График изменения напряжений на конденсаторах C1, C2, C3')  
xlabel('Ось времени t')  
ylabel('Напряжение на C1, C2, C3')  
grid  
  
pause  
  
plot(s,x4,s,x5)  
title('График изменения токов на катушках L1, L3')  
xlabel('Ось времени t')  
ylabel('Токи на L1, L3')  
grid
```

Глава 3

Компьютерное моделирование цепей с распределенными параметрами с помощью системы MatLab;



Составляется математическая модель исследуемой цепи методом переменных состояния, который предполагает:

- составление по законам Кирхгофа и уравнениям отдельных элементов цепей единой системы дифференциальных уравнений – уравнений состояния;
- аппроксимацию уравнений состояния на каждом шаге расчета разностными уравнениями;
- численное решение полученной системы разностных уравнений.

В качестве переменных состояния, выбираются напряжения на емкостях $u_1, u_2, \dots, u_n$ и токи на индуктивностях $i_1, i_2, \dots, i_n$. Выделение этих величин в качестве переменных, характеризующих энергетическое состояние электрической цепи, позволяет формировать дифференциальные уравнения в нормальной форме, так как только в этих элементах токи и напряжения связаны между собой через производные. Составляя уравнения по законам Кирхгофа для цепи, получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases}
C \frac{du_1}{dt} = -i_1 + i_0 - G_0 u_1; (1) & C \frac{du_2}{dt} = i_2 - i_1 - G_0 u_2; (2) \\
C \frac{du_3}{dt} = i_2 - i_3 - G_0 u_3; (3) \quad \dots \quad C \frac{du_4}{dt} = i_3 - G_0 u_4 - i_{L1} - i_{L2}; (4) \\
L_0 \frac{di_0}{dt} = e - u_1 - R_0 i_0; (5) & L_0 \frac{di_1}{dt} = -u_2 + u_1 - R_0 i_1; (6) \\
L_0 \frac{di_2}{dt} = -u_3 + u_2 - R_0 i_2; (7) & L_0 \frac{di_3}{dt} = -u_4 + u_3 - R_0 i_3; (8) \quad \dots \\
L_1 \frac{di_{L1}}{dt} + M_{21} \frac{di_{L2}}{dt} = u_4 - R_1 i_{L1}; (9) & L_2 \frac{di_{L2}}{dt} + M_{12} \frac{di_{L1}}{dt} = u_4 - R_2 i_{L2}. (10)
\end{cases}$$

Данная система дифференциальных уравнений в матричной форме:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & C0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & C0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & C0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & C0 \\ L0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & L0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & L0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & L1 & M21 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & M12 & L2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}}_H \cdot \underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_4 \\ i_0 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_{L1} \\ i_{L2} \end{bmatrix}}_x =$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & -G0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -G0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -G0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & -G0 \\ -R0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -R0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -R0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -R1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -R2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}}_K \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_4 \\ i_0 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ \vdots \\ i_{L1} \\ i_{L2} \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_C \cdot u_{\text{сст}}$$

$$H \frac{dx}{dt} = K \cdot x + C \cdot u_{ucm},$$

(2.12)

$$\frac{dx}{dt} = H^{-1} \cdot K \cdot x + H^{-1} \cdot C \cdot u_{ucm},$$

$$A = H^{-1} \cdot K, \quad B = H^{-1} \cdot C.$$

Реализация модели в системе MATLAB

```
clear
```

```
R0=20;
```

```
R1=40;
```

```
R2=15;
```

```
L0=0.0035;
```

```
L1=0.03;
```

```
L2=0.017;
```

```
C0=0.000001;
```

```
G0=0.000000015;
```

```
M12=0.008;
```

```
M21=0.008;
```

```
f=200;
```

```
W=2*3.14*f;
```

```
dt=0.0001;
```

```
N=500;
```

```
H=[0 0 0 0 0 0 C0 0 0 0
```

```
0 0 0 0 0 0 0 C0 0 0
```

```
0 0 0 0 0 0 0 0 C0 0
```

```
0 0 0 0 0 0 0 0 0 C0
```

```
L0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

```
0 L0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

```
0 0 L0 0 0 0 0 0 0 0
```

```
0 0 0 L0 0 0 0 0 0 0
```

```
0 0 0 0 L1 M21 0 0 0 0
```


0 0 0 0 M12 L2 0 0 0 0];

K=[1 -1 0 0 0 0 -G0 0 0 0

0 -1 1 0 0 0 0 -G0 0 0

0 0 1 -1 0 0 0 0 -G0 0

0 0 0 1 -1 -1 0 0 0 -G0

-R0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0

0 -R0 0 0 0 0 0 1 -1 0 0

0 0 -R0 0 0 0 0 0 1 -1 0

0 0 0 -R0 0 0 0 0 0 1 -1

0 0 0 0 -R1 0 0 0 0 1

0 0 0 0 0 -R2 0 0 0 1];

C=[0 0 0 0 1 0 0 0 0 0]';

X=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]';

A=inv(H)*K; B=inv(H)*C;

for i=1:N

U=1000*sin(W*dt*i);

K1=A*X(:,i)+B*U; K2=A*(X(:,i)+dt/2*K1)+B*U;

K3=A*(X(:,i)+dt/2*K2)+B*U; K4=A*(X(:,i)+dt*K3)+B*U;

if i<N

X(:,i+1)=X(:,i)+dt/6*(K1+2*K2+2*K3+K4);

end

S(1,i)=i;

end

t=S'*dt; E(1,:)=U';

U1=X(1,:); I0=X(5,:);

U2=X(2,:); I1=X(6,:);

U3=X(3,:); I2=X(7,:);

U4=X(4,:); I3=X(8,:);

IL1=X(9,:); IL2=X(10,:);

subplot(2,1,1), plot(t,U1),

xlabel('t'), ylabel('U1'), grid, pause