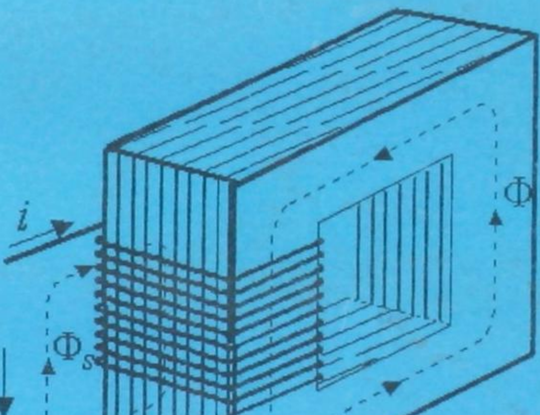
О.Т. АБДЫЛДАЕВ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКАНЫН НАЗАРИЯТТЫК НЕГИЗДЕРИ

II-III-БӨЛҮКТӨР



Бишкек 2004

КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН
БИЛИМ БЕРҮҮ МИНИСТРЛИГИ

НАРЫН МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

О.Т. АБДЫЛДАЕВ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКАНЫН НАЗАРИЯТТЫК НЕГИЗДЕРИ

Экинчи бөлүк — ***Сызыктуу эмес электр тизмектери***

Үчүнчү бөлүк — ***Электромагниттик майдан назарияты***

Кыргыз Республикасынын билим берүү министрлиги тарабынан
Техника" багытындагы жогорку окуу жайларынын
студенттери үчүн окуу куралы катарында уруксат кылынган

Бишкек 2004

УДК 621.3.0
ББК 31.2
А -13

Басууга Нарын мамлекеттик университетинин окумуштуулар кеңеши сунуш кылган

Рецензиялагандар: Апышев Жоомарт Асыранкулович
техника илимдеринин кандидаты, профессор
Кадыркулов Сүйөркул Сейитович
техника илимдеринин кандидаты, профессор
Сатаркулов Калмырза Асанович
техника илимдеринин кандидаты, профессор

Абдылдаев О.Т.
А - 13 Электротехниканын назарияттык негиздери:II-III бөлүктөр: Сызыктуу эмес электр тизмектери, Электромагниттик майдан назарияты. Техн. багытындагы жогорку окуу жайларынын студенттери үчүн окуу куралы. —Б.:2004. -185 б.

ISBN 9967-22-409-6

«Электротехниканын назарияттык негиздери» окуу китеби үч бөлүктөн турат: I «Сызыктуу электр тизмектери», II «Сызыктуу эмес электр тизмектери», III «Электромагниттик майдан назарияты».

Экинчи бөлүктө сызыктуу эмес электр жана магнит тизмектеринин негизги касиеттери жана сызыктуу эмес элементтерди камтыган электротехникалык түзүлүштөрдү эсептөө ыкмалары көрсөтүлгөн.

Үчүнчү бөлүктө электромагниттик кубулуштар, негизги мыйзамдар жана майданды эсептөөнүн ыкмалары каралган.

Ар бир бап тиешелүү бөлүмдөрдү өздөштүрүүдө маселелерди чыгаруу жолдору берилген.

Китеп техникалык жогорку окуу жайларынын студенттерине, окутуучуларына, инженер-энергетиктерге жана электротехниктерге арналат.

А 2202010000-04
ISBN 9967-22-409-6

УДК 621.3.0
ББК 31.2

Алгачкы сөз

Жогорку окуу жайларынын электрзардечилик жана электротехникалык адистиктеги студенттери үчүн сунуш кылынган «Электротехниканын назарияттык негиздери» окуу китеби үч бөлүккө бөлүнүп эки китептен турат. Биринчи китепте «сызыктуу электр тизмектери» (I-бөлүк), экинчи китепте «сызыктуу эмес электр тизмектери» жана электромагниттик майдан назарияты (II- III- бөлүктөр) каралган.

Китептин экинчи бөлүгү төрт баптан (9-12) турат. Өзгөчө турактуу агындын сызыктуу эмес электр тизмектеринде, магнит тизмектеринде, мезгилдүү синусоидалык эмес агындар өтүүчү электр тизмектеринде жана өзгөрүлмө агындын сызыктуу эмес электр тизмектеринде аткарылуучу физикалык мыйзамдарга жана кубулуштарга кеңири орун берилген. Ошондой эле сызыктуу эмес мүнөздөгүчтөрдү камтыган электротехникалык түзүлүштөрдү эсептөө ыкмалары маселелерди чыгаруу жолдору менен аткарылган.

Үчүнчү бөлүктө (13-17-баптар) электростатикалык майдан, өткөрүүчү чөйрөдөгү турактуу агындын электр майданы, турактуу агындын магнит майданы, өзгөрүлмө электромагниттик майдандын негизги теңдемелери, жалпак электромагниттик толкундар, беттик эффект кубулуштары каралган. Окуп үйрөнүүдө керектүү материалдар китепте математикалык жана физикалык түшүндүрмөлөр боюнча кеңири берилген. Белгилүү бир маселе тууралу маалыматтар таблица түрүндө, ошондой эле вектордук анализден кээ бир билдирүүлөр (градиент, дивергенция, ротор, оператор ∇) тиркемелерде көрсөтүлгөн.

Китепти окуп чыгып, электрзардечилик жана электротехникада колдонулуп келе жаткан атоолор тууралу баалуу сындарды, ой- пикирлерди жана кеңештерди бергени үчүн техника илимдеринин кандидаттары, профессорлор Ж.А.Апышевге, С.С.Кадыркуловго, К.А.Сатаркуловго ыраазычылыгымды билдиремин.

«Электротехниканын назарияттык негиздери» окуу китебинин II-III-бөлүктөрү экинчи китеп катары толугу менен мамлекеттик тилде алгачкылардын бири болуп жарык көрдү. Жыйынтыктасам, китеп жөнүндө сын пикирлерди, жүйөлүү кеңештерди, байкалган кемчиликтерди жана мүчүлүштөрдү менин дарегиме жазып жиберүүңүздөрдү өтүнөм: Нарын шаары, Сагынбай Орозбак көчөсү, 47, Нарын мамлекеттик университети.

Автор

ЭКИНЧИ БӨЛҮК. СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ЭЛЕКТР ТИЗМЕКТЕРИ
ТОГУЗУНЧУ БАП. ТУРАКТУУ АГЫНДЫН СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ЭЛЕКТР ТИЗМЕКТЕРИ

§ 9.1. Киришүү. Негизги аныктамалар

Электротехниканын назарияттык негиздери курсунун биринчи бөлүгүндө сызыктуу электр тизмектеринин негизги касиеттери жана эсептөө ыкмалары каралды, олуттуу өзгөчөлүгү болуп буларга катто ыкмасынын колдонулушу эсептелет.

Эскертүүчү нерсе, сызыктуу аракетсиз элементте агын чыңалуу менен биринчи тартиптеги алгебралык же дифференциалдык сызыктуу теңдемелер аркылуу байланышкан. Сызыктуу каршылыктар, эпкиндүүлүктөр жана сыйымдуулуктар ылайык келүүчү агын чыңалуудан, жармашуу агымы агындан жана дүрмөт чыңалуудан сызыктуу көз карандылыкка ээ.

Курстун экинчи бөлүгү *сызыктуу эмес тизмектердин* негизги касиеттерин жана эсептөө ыкмаларын үйрөнүүгө арналган. *Электр тизмеги сызыктуу эмес деп эсептелет,* эгерде ал жок дегенде бир сызыктуу эмес элементти камтыса, же мындай элементте, *кыскычтардагы агын жана чыңалуу сызыктуу эмес байланышса.* Сызыктуу эмес электр тизмектериндеги жараяндар алгебралык же дифференциалдык теңдемелер менен жазылат. Эң бир эске алынуучу нерсе, катто ыкмасы мындай тизмектерге жалпы учурда ылайыксыз.

Мурда айтылып жүргөндөй, электр тизмектерин сызыктуу жана сызыктуу эместике бөлүү, белгилүү чекте шарттуу б.э., анткени реалдуу (чыныгы) электротехникалык түзүлүштөрдө жүрүүчү физикалык жараяндардын күчүнө ылайык сызыктуу мыйзамга баш ийбейт.

Сызыктуу эмес элементтер ар кандай белгилерден классификацияланышы мүмкүн.

Электр зардесин жылуулук түрүндө чачыратуу же электр жана магнит зардесин топтоо жөндөмдүүлүгүнө карата сызыктуу эмес каршылык жана зарденин сызыктуу эмес топтогучтар — сызыктуу эмес эпкиндүүлүк жана сызыктуу эмес сыйымдуулук болуп бөлүнүшөт.

Эксперименталдык жол менен алынуучу сызыктуу эмес элементтердин мүнөздөмөлөрү графиктер (же таблицалар) же жакындатылган аналитикалык туюнтмалар аркылуу берилет. Алар агындын чыңалуудан (сызыктуу эмес каршылыктын вольт амперлик мүнөздөмөсү), жармашуу агымынын же магнит агымынын агындан (сызыктуу эмес эпкиндүүлүктүн магниттик мүнөздөмөсү), дүрмөттүн чыңалуудан (сызыктуу эмес сыйымдуулуктун электрлик мүнөздөмөсү) сызыктуу эмес көз карандылыктарын ылайыкташтырып көрсөтөт.

Берилген бап, туруктуу агындын сызыктуу эмес электр тизмектерине арналат, сызыктуу эмес каршылыктардын тизмектери гана каралат (зардениний топтогучу жок тизмектер).

Сызыктуу эмес электр тизмектери тууралу сызыктуу эмес элементтерди камтыган электр тизмектерин түшүнүүгө болот. Сызыктуу эмес элементтер

сызыктуу эмес каршылыктар, сызыктуу эмес эпкиндүүлүктөр жана сызыктуу эмес сыйымдуулуктар болуп бөлүнүшөт.

Сызыктуу эмес каршылыктар сызыктуу каршылыктардан айырмаланып сызыктуу эмес вольт-ампердик мүнөздөмөлөргө ээ болушат. Айтып кетсек, вольт-амперлик мүнөздөмө каршылык аркылуу өтүүчү агындын, ошондогу эле чыңалуудан көз карандылыгын көрсөтөт. Сызыктуу эмес каршылыктар башкарылбаган жана башкарылуучу эки чоң топко бөлүнүшү мүмкүн. Башкарылуучу сызыктуу эмес каршылыктар негизги тизмектеги башкарылбаган сызыктуу каршылыктардан айырмаланып, дагы бир жардамчы же башкарылуучу тизмеги бар. Ал агынга же чыңалууга аракет кылып негизги тизмектин вольт-амперлик мүнөздөмөсүн деформациялайт. Сызыктуу эмес каршылыктарда вольт-амперлик мүнөздөмө бир ийри сызык, ал эми башкарылуучу бир нече ийри сызык менен сүрөттөлөт.

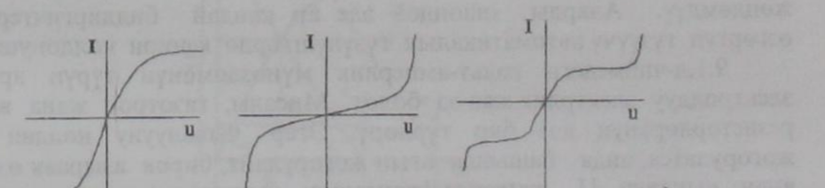
Башкарылбаган сызыктуу эмес каршылыктардын тобуна лампалык кызытма, электрлик жаа, бареттер, газотрон, жарым өткөргүчтүү түзөткүчтөр (диоддор) жана башка сызыктуу эмес каршылыктар кирет.

Башкарылуучу каршылыктардын тобуна үч электроддуу (жана көбүрөөк) лампалар, транзисторлор, тиристорлор, жылуулук резисторлору жана башка элементтер кирет.

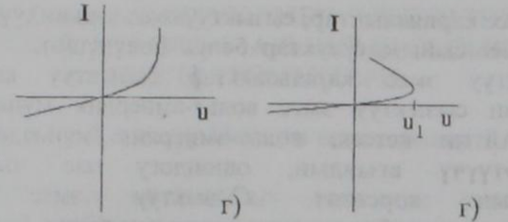
§ 9.2. Сызыктуу эмес каршылыктардын вольт-амперлик мүнөздөмөлөрү.

9.1-чиймеде өзгөчө көп кездешүүчү сызыктуу эмес каршылыктардын беш түрдүү вольт-амперлик мүнөздөмөлөрү көрсөтүлгөн.

Мисалы, 9.1,а-чиймедеги вольт-амперлик мүнөздөмөнү панзат жиптүү кызытма лампасына тиешелүү. Жип аркылуу өтүүчү агын канчалык чоң болсо, жип ошончолук кызарып, анын каршылыгы чоңое баштайт.



а) б) в)



9.1-чийме

Эгер, абсцисса огу аркылуу жатуучу чоңдукту X менен, ал эми ордината огунда жатуучу чоңдукту $f(x)$ менен белгилесек, анда 9.1,а-чиймедеги мүнөздөмө $f(x) = -f(-x)$ шартына баш ийет.

Бул шарт аткарылуучу сызыктуу эмес каршылыктарды симметриялуу вольт-амперлик мүнөздөмө деп аташат. 9.1,б-чиймедеги вольт-амперлик мүнөздөмөгө тириттик каршылыктар жана кээ бир жылуулук резисторлору, ошндой эле көмүр жиптүү кызытма лампалары ээ болот.

Берилген топторго каршылык аркылуу өтүүчү агын жогорулашы менен булардын каршылыгынын азайышы мүнөздүү. Вольт-амперлик мүнөздөмөлөрү симметриялуу.

9.1, в-чиймедеги вольт-амперлик мүнөздөмөгө, мисалы, бареттер ээ. Бареттер басымы 80 мм.сым.мам. болгон суутек менен толтурулган айнек идишинде жайгашкан уюлгу түрүндөгү панзат зымынан жасалган. Кандайдыр бир арымда агындын өзгөрүшүндө бареттердин вольт-амперлик мүнөздөмөсү горизонталга жакын жайгашкан. Бареттерди, чыңалуу булагынын өзгөрүшүндө электрондук лампанын агынын туруктуу кылуу үчүн колдонушат. 9.1,в-чиймедеги вольт-амперлик мүнөздөмө да симметриялуу.

9.1,г-чиймедеги вольт-амперлик мүнөздөмө мурункулардан айырмаланып симметриялуу эмес. Мындай көрүнүшкө жарым өткөргүчтүү түзөткүчтөр (кремний, германий элементтери) ээ, өзгөрүлмө агынды туруктуу агынга өзгөртүүдө кеңири колдонулат. Түзөткүчтөр, практикалык жактан агынды бир тараптагы багыт менен өткөзүүгө жөндөмдүү. Аларды ошондой эле ар кандай билдиргичтерде жана өзгөртүп түзүүчү автоматикалык түзүлүштөрдө кеңири колдонушат.

9.1,д-чиймедеги вольт-амперлик мүнөздөмөнүн түрүн ар түрдүү электроддуу электрлик жаа ээ болот. Мисалы, газотрон жана жылуулук резисторлорунун кээ бир түрлөрү. Эгер, чыңалууну нөлдөн баштап жогорулатса, анда башында агын жогорулайт, бирок азыраак өзгөрүлөт, анан чыңалуу U_1 жеткенде (жандыруу чыңалуусу) агындын тизмекте чукул өзгөрүлөт да электрлик жаадагы чыңалуу азайат. Жогорку кертимдеги вольт-амперлик мүнөздөмөдөгү агындын өсүшүнө сызыктуу эмес каршылыкта чыңалуунун азайышы туура келет.

Жогорку кертимдеги ийри сызыктын түрүнө 9.1,д-чиймедеги вольт-амперлик мүнөздөмөнүн кертими туура келсе, анда *вольт-амперлик мүнөздөмөнүн кертиминин* төмөндөшү деп аталат.

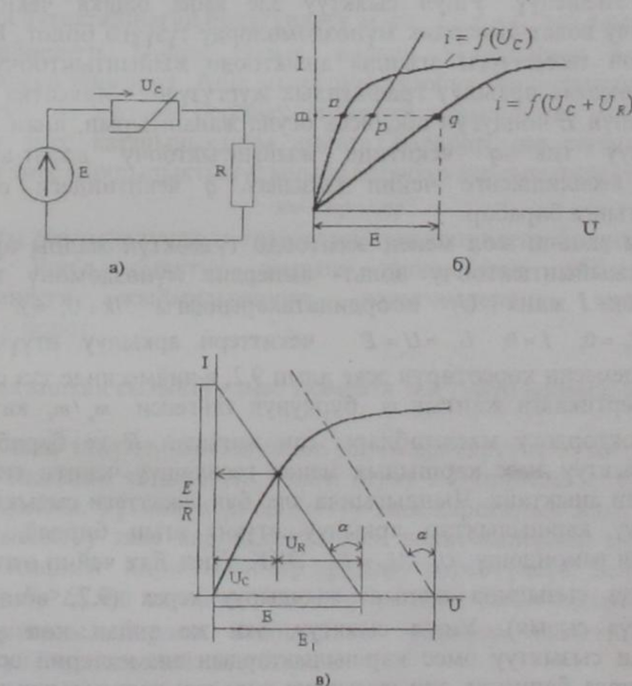
Электрлик жааны панзаттарды ширетүүдө жана электрлик жарыктын кубаттуу булагы катары, мисалы прожекторлордо кеңири колдонулат.

Газотрон- бул эки электроддуу асыл газ (неон, аргон ж.б) менен толтурулган лампа катары көрсөтөт.

Башкарылуучу сызыктуу эмес каршылыктар катары транзисторлор, тиристорлор жана үч электроддуу электрондук лампалар кеңири колдонулат. Алардын мүнөздөмөлөрү жана колдонулушу кийинки (§ 9.7; 9.8) каралган

§ 9.3. Сызыктуу эмес каршылыктарды удаалаш туташтыруу.

9.2, а — чиймедеги түзмөктө берилген вольт-амперлик мүнөздөмөсү менен сызыктуу эмес каршылык, сызыктуу R каршылыгы жана ЭКК E удаалаш туташтырылган



9.2-чийме

Тизмектеги агынды табуу керек. Сызыктууα эмес каршылыктын мүнөздөмөсү 9.2, б-чиймеде $I = f(U_c)$ аркылуу белгиленген, ал эми сызыктуу каршылыктыкы түз сызык. Жалпы тизмек үчүн вольт-амперлик мүнөздөмө $I = f(U_C + U_R)$ аркылуу белгиленип тизмектеги агындын сызыктуу эмес жана сызыктуу каршылыктардагы чыңалуулардан көз карандылыгы көрсөтүлгөн. Эсептөөлөр Кирхгофтун мыйзамдарына тыянакталат. Биринчи жолу 9.2,б-чиймеде, ал эми экинчи жолу 9.2, в-чиймеде көрсөтүлгөн.

Эсептөөнүн биринчи жолу боюнча түзмөктүн жалпы аракетсиз бөлүгү үчүн жыйынтыктоочу вольт-амперлик мүнөздөмөнү тургузабыз, анткени удаалаш туташтырылган сызыктуу эмес жана сызыктуу каршылыктар аркылуу бир гана агын өтөт. Жыйынтыктоочу вольт амперлик мүнөздөмөнү түзүү үчүн өз эркинче агынды *m*-чекитинде берип, ал аркылуу (9.2, б-чийме) горизонталдуу сызык жүргүзүп *mn* сызыгын сызыктуу эмес каршылыктагы чыңалууга барабар деп жана *mp* сызыгына барабар R ги чыңалууга кошобуз:

$$\overline{mn} + \overline{mp} = \overline{mq}$$

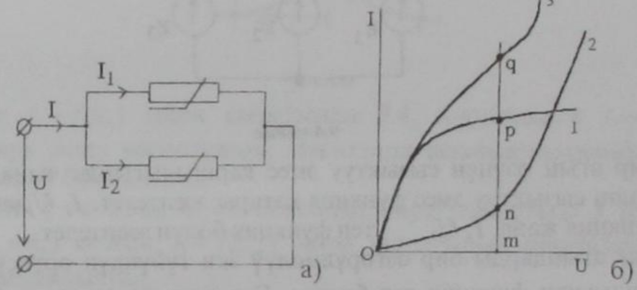
Булардын үстүндөгү сызыкча, узундуктарын көрсөтөт.

q чекити жалпы түзмөктүн жыйынтыктоочу вольт — амперлик мүнөздөмөгө тиешелүү. Ушул сыяктуу эле жана башка чекиттердеги жыйынтыктоочу вольт-амперлик мүнөздөмөлөрдү түзүүгө болот. Берилген ЭКК E болгон тизмектеги агынды аныктоодо жыйынтыктоочу вольт-амперлик мүнөздөмө аркылуу графикалык жүргүзүлөт. Максатка ылайык берилген ЭККнүн E чоңдугун абсцисса огуна жанаштырып, анан алынган чекит аркылуу тик q чекитине жыйынтыктоочу вольт-амперлик мүнөздөмөгө кесилишкенге чейин сызылат. q чекитиндеги ордината изделинүүчү агынга барабар.

Тизмекти экинчи жол менен эсептөөдө түзмөктүн жалпы аракетсиз бөлүгү үчүн жыйынтыктоочу вольт- амперлик мүнөздөмөнү түзүүнүн зарылдыгы жок. I жана U_C координаталарындагы $IR + U_c = E$ теңдеме $I = E/R$, $U = U_C = 0$; $I = 0$; $U_C = U = E$ чекиттери аркылуу өтүүчү түз сызыктын теңдемесин көрсөтөрүн эске алып 9.2, в-чиймесинде түз сызыкты жүргүзөбүз. Вертикалга жантык α бурчунун тангенси m_u / m_i катышына көбөйтүлгөн октордогу масштабдары сан жагынан R ге барабар. Түз сызыктын сызыктуу эмес каршылык менен кесилишүү чекити тизмектин иштөө режимин аныктайт. Чындыгында эле, бул чекиттеги сызыктуу эмес жана сызыктуу каршылыктар аркылуу өтүүчү агын бирдей, ал эми чыңалуулардын төмөндөшү $U_C + U_R = E$. ЭКК Eден E_1ге чейин өзгөргөндө $I = f(U_R)$ түз сызыгына жарыш жылдыруу керек (9.2, в-чиймедеги үзгүлтүктүү түз сызык). Ушул сыяктуу, эки же андан көп удаалаш туташтырылган сызыктуу эмес каршылыктардын тизмектерин эсептөөгө болот. Бул учурда башында эки сызыктуу эмес эки каршылыктын вольт-амперлик мүнөздөмөсүн таап, анан үчөөнүн ж.б.у.с.

§ 9.4. Сызыктуу эмес каршылыктарды жарыш туташтыруу

Эки сызыктуу эмес каршылыкты жарыш туташтыруунун түзмөгү 9.3,а —чиймеде, ал эми, анын вольт-амперлик мүнөздөмөсү 9.3,б —чиймеде көрсөтүлгөн. Жыйынтыктоочу вольт-амперлик мүнөздөмөнү түзүүдө биринчи жана экинчи сызыктуу эмес каршылыктардагы



9.3-чийме

чыңалуулар, булардын жарыш туташканына байланыштуу барабар, ал эми түзмөктүн бутакташпаган бөлүгүндөгү агын $I = I_1 + I_2$ деп алынат.

9.3, б-чиймедеги 3-ийри сызык жарыш туташуунун вольт-амперлик мүнөздөмөсүн көрсөтөт. Аны мындайча түзөбүз $0m$ сызыгына барабар U чыңалуусун өз эркинче беребиз. m чекити аркылуу тик сызабыз. Экинчи сызыктуу эмес каршылыктагы агынга барабар mn сызыгын, биринчи сызыктуу эмес каршылыктын агынына барабар mp сызыгын кошобуз:

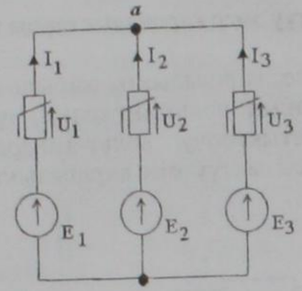
$$\overline{mn} + \overline{mp} = \overline{mq}$$

mq сызыгы $0m$ чыңалуудагы тизмектин бутакташпаган бөлүгүндөгү агынга барабар. Ушул сыяктуу жарыш туташылган тизмектин башка чекиттериндеги жыйынтыктоочу вольт-амперлик мүнөздөмөлөрдү аныктоого болот.

§ 9.5. Бутакташкан сызыктуу эмес тизмекти эки түйүн ыкмасы менен эсептөө

Эки гана түйүндү камтыган же ушуга келтирүүчү түзмөктөр үчүн эки түйүндөр ыкмасын колдонууга болот. Муну 9.4-чиймедеги түзмөккө мисал катары карайлы. Түзмөктө үч сызыктуу эмес каршылык жана үч ЭКК бар. Мейли, сызыктуу эмес каршылыктардын вольт-амперлик мүнөздөмөлөрү 9.5,а-в- чиймедеги ийри сызыктар аркылуу көрсөтүлсүн. Белгилүү болсун үчүн $E_1 > E_2 > E_3$ деп карайлы. Агындар үчүн оң багыттарды кабыл алалы. Мейли, мисалы, бардык агындар a түйүнүнө багытталсын. Анда, Кирхгофтун биринчи мыйзамы боюнча

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0. \qquad (9.1)$$



9.4-чийме

Ар бир агын өзүнүн сызыктуу эмес каршылыгында чыңалуулардын төмөндөшүнөн сызыктуу эмес функция катары эсептелет. I_1 U_1ден функция, I_2 U_2 ден функция жана I_3 U_3 тен функция болуп эсептелет.

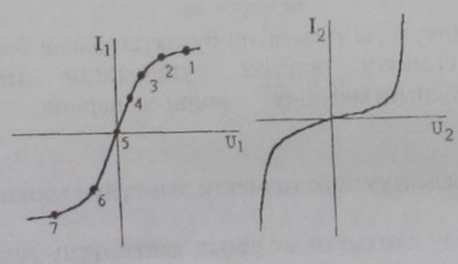
Бардык агындарды бир өзгөрүлмөлүү эки түйүндүн ортосундагы U_{ab} чыңалуусунан функция деп берели. Бул үчүн U_1, U_2, U_3 тү ЭКК жана U_{ab} аркылуу билдирели:

$$U_1 = E_1 - U_{ab}; \qquad (9.2)$$

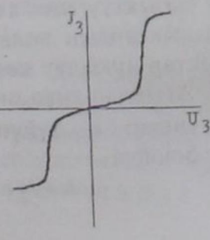
$$U_2 = E_2 - U_{ab}; \qquad (9.3)$$

$$U_3 = E_3 - U_{ab}. \qquad (9.4)$$

Ошентип, $I_1 = f(U_1)$ ийри сызыгын $I_1 = f(U_{ab})$ ийри сызыгына $I_2 = f(U_2)$ни $I_2 = f(U_{ab})$ на жана $I_3 = f(U_3)$ тү $I_3 = f(U_{ab})$ на кантип кайра түзөбүз деген маселе туулат.

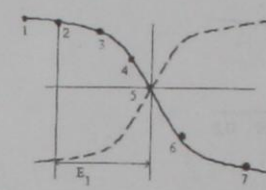


а) б)



в)

9.5 — чийме



9.6-чийме

9.6-чиймеде $I_1 = f(U_1)$ ийри сызыгынан 9.4, а-чиймедеги $I_1 = f(U_{ab})$ ийри сызыгын алуу жолу көрсөтүлгөн. Чекиттери ылайыкташтырылып бирдей цифралар менен белгиленген.

9.5,а-чиймеде $I_1 = 0$ жана $U_1 = 0$ болгондо ийри сызыктагы 5 чекити үчүн; (мында $U_{ab} = E_1$) себеби $I_1 = f(U_{ab})$ ийри сызыгынын башталышы $U_{ab} = E_1$ чекитине жылдырылган.

$U_1>0$ до U_1дин өсүшүнө U_{ab} азайышы туура келет. $U_1=E_1$ болгондо 2 чекити үчүн $U_{ab}=0$. $U_1<0$ до $|U_1|$дин өсүшүнө U_{ab} өсүшү жооп берет, анткени $U_{ab}>E_1$.

Билдирүүлөрдүн негизинде төмөнкү сунуштар киргизилет:

1) $I_1 = f(U_1)$ ийри сызыгын өзүнө өзүн мындай жарыш жылдырып, анын башталышы $U_{ab} = E_1$ чекитинде орун алсын (жылдыруунун жыйынтыгында алынган ийри сызык үзгүлтүктүү сызыктар аркылуу 9.6-чиймеде көрсөтүлгөн);

2) $U_{ab} = E_1$ чекити аркылуу тик сызык жүргүзүп жана үзгүлтүктүү ийри сызыкты тик сызыкка салыштырмалуу күзгүдөй чагылдырылат.

Ушул сыяктуу эле түзмөктүн башка бутактары үчүн ийри сызыктарды өзгөртүп түзүүлөр жүргүзүлөт.

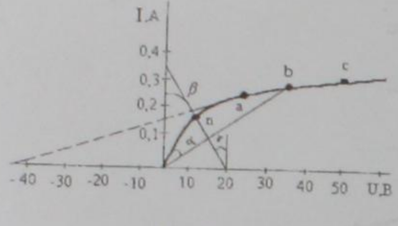
§ 9.6. Статикалык жана дифференциалдык каршылыктар

Сызыктуу эмес каршылыктардын касиеттери, алардын вольт-амперлик мүнөздөмөлөрү, же болбосо алардын статикалык (теңдештик) жана дифференциалдык каршылыктарынын агындан (чыңалуудан) көз карандылыктары аркылуу мүнөздөлүшү мүмкүн.

Статикалык каршылык R_{CT} сызыктуу эмес каршылыктын өзгөрүлбөөчү агын режиминдеги тартибин мүнөздөйт. Ал сызыктуу эмес каршылыктагы чыңалууга бул аркылуу өтүүчү агындын болгон катышына барабар:

$$R_{CT} = U / I. \qquad (9.5)$$

R_{CT} каршылыгынын мааниси сан жагынан ордината огу менен *в* чекитине келүүчү түз сызыктын ортосундагы α бурчунун тангенсин (9.7-чиймеси) m_u / m_i окторунун масштабтарындагы катыштын көбөйтүндүсүнө барабар.



9.7-чийме

Вольт-амперлик мүнөздөмөнүн бир чекитинен башка кошуна чекитке өткөндө статикалык каршылык өзгөрүлөт.

Дифференциалдык каршылык $R_д$ деп, эң кичине (назарияттык чексиз кичинеге) dU чыңалуусунун өсүшүнүн агындын эң кичине dI ылайыктуу өсүшүнө болгон катышын айтабыз:

$$R_д = dU / dI. \qquad (9.6)$$

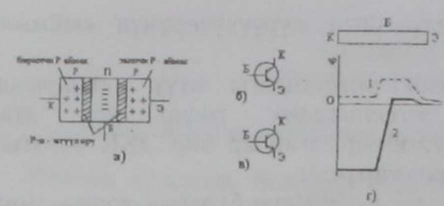
Дифференциалдык каршылык сан жагынан вольт-амперлик мүнөздөмөнүн жумушчу чекитине жаныма жантык β бурчунун тангенсин (9.7-чийме) m_u / m_i катышына көбөйткөнгө барабар. Бул сызыктуу эмес каршылыктын мурунку абалынан кичине чектөө тартибин мүнөздөйт, анткени сызыктуу эмес каршылыктагы чыңалуунун өсүшү, ал аркылуу ($dU = RdI$ катнашы) өтүүчү агындын өсүшү менен байланышкан.

Эгер, сызыктуу эмес каршылыктын вольт-амперлик мүнөздөмөсү төмөндөөчү кертимге ээ, анткени чыналуунун ΔU жогорулашы ΔI агынынын азайышына туура келет, бул мисалы, электрлик жаа үчүн орун алган (9.1, д-чийме), анда дифференциалдык каршылык ушул кертимде терс маанилүү.

Эки каршылыктан (R_{CT} жана $R_д$) $R_д$ көбүрөөк колдонулат. Аны, мисалы сызыктуу эмес каршылыкты тең маанилүү сызыктуу каршылык жана ЭКК булагы менен алмаштырууда, ошондой эле сызыктуу эмес тизмектердин туруктуу иштөө режимдеринде колдонулат.

§ 9.7. Транзистордун түзүлүшү тууралу билдирүү

Транзистор *p-n-p* же *n-p-n* түрүндөгү үч катмарлуу түзүлүштү өзүнө камтыйт. Түзмөктүн *p-n-p* түрүндөгү түзүлүшү 9.8,а-чиймеде түшүндүрүлгөн, мында *p*-аймагында кошуу белгиси аркылуу оң дүрмөттөрдү алып жүрүүчүлөр, ал эми *n*- аймагында алуу белгиси аркылуу терс дүрмөттөрдү алып жүрүүчүлөр белгиленген. *p*- жана *n*- аймактарынын ортосундагы эки өткөрүүчү катмарлар бир тараптуу өткөрүмдүүлүккө ээ болот. Практикалык жактан, бул ар бир катмар аркылуу агын өтүшү мүмкүн, эгер p- аймагындагы потенциал *n*- аймагындагы потенциалдан жогору болсо.

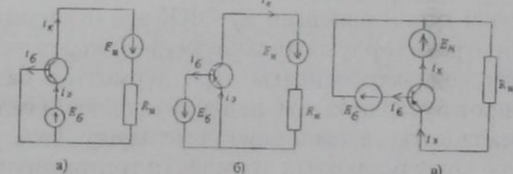


9.8-чийме

Транзистордо үч чыгуу өткөргүчү бар. *p-n-p* түрүндөгү транзистордо биринчи чыгуучу өткөргүч биринчи p- аймагынан, ал коллектор, экинчи чыгуучу өткөргүч экинчи p- аймагынан ал эммиттер, ал эми үчүнчү чыгуу өткөрүүчү n-аймагынан база деп аталышат. *p-n-p* түрүндөгү транзисторду электрлик түзмөктөрдө 9.8,б- чиймеде, ал эми *n-p-n* түрүндөгү транзистор 9.8,в-чиймеде көрсөтүлгөн.

§ 9.8. Транзистордун башкаруучу каршылык катары иштөө жобосу

Түзмөктө транзисторлор үч негизги кошуу жолдору менен айырмаланат. Алар транзистордун кайсы электроду жалпы тизмекте башкаруучу жана башкарылуучу болорунан көз каранды. 9.9,а-чиймедеги жалпы база, 9.9,б —чиймеде жалпы эмиттер жана 9.9,в- чиймеде жалпы коллектор түзмөктөрү көрсөтүлгөн.



9.9-чийме

Бардык түзмөктөрдө E_H нагрузка тизмегиндеги ЭКК булагы; $E_б$ башкаруу тизмегиндеги ЭКК булагы. Бардык түзмөктөрдө *p-n-p* түрүндөгү транзисторлор үчүн ЭКК булактарынын уюлдары мындай болушу керек, базага ылайык коллектор терс, ал эми эмиттер оң потенциалга ээ.

p-n-p түрүндөгү транзисторунун иштөө жобосу түзмөктө жалпы база боюнча болгондогусун карайлы (9.9, а-чийме). Диффузиянын натыйжасында эмиттер менен база жана база менен коллектордун ортолорундагы өтүүчү катмарда көлөмдүк дүрмөттөр бар (9.8,а —чиймеде көрсөтүлгөн). p- аймагында көлөмдүк дүрмөттөртерс, ал эми *n*- аймагында оң.

Ар бир өтүү катмарында көлөмдүк дүрмөттөр электр майданын пайда кылат, чыңалуулуктун вектору *n* ден *p*- аймагына багытталган. Демек, майдан *p*-аймагынан *n* ге дүрмөттөрдү алып жүрүүчүлөрүнүн жана *n*-

аймагынан p га терс дүрмөттөрдү алып жүрүүчүлөрүнүн кыймылына тоскоолдук кылат.

p- жана n- аймактарынын ортосундагы өтүү катмарындагы потенциалдардын айырмасы *потенциалдык тосмо* деп аталат. Потенциалдык тосмо түзмөккө туташтырылган ар бир ЭКК булагынын чоңдуктарынан жана уюлдарынан көз каранды.

Анда, 9.9, а-чиймедеги түзмөккө $E_б$ ЭККнүн булагын кошуу эмиттер менен базанын ортосундагы потенциалдык тосмонун бул катмардагы потенциалдардын айырмасына салыштырмалуу кичирейишине алып келет, качан ЭКК булагы $E_б$ кошулганда. Өз кезегинде ЭКК булагы E_H кошууда база менен коллектордун ортосундагы потенциалдык тосмонун, бул катмардагы потенциалдардын айырмасына салыштырмалуу чоноюшуна алып келет, качан E_H кошулбаганда.

Коллектор - база өтүү катмарында ЭКК E_H болгондо жыйынтыктоочу чыңалуулуктун майданы көлөмдүк дүрмөттөрдүн жана ЭКК E_H дин чыңалуулуктарынын суммасына барабар деп түшүндүрүлөт. Анткени, эмиттер - база өтүү катмарындагы жыйынтыктоочу чыңалуулуктун майданы $E_б$ ЭКК болгондо көлөмдүк дүрмөттөрдүн жана E ЭКК нүн чыңалуулуктарынын айырмасына барабар.

9.8,г-чиймедеги 1-ийри сызык транзистордо потенциалдын узатасынан өзгөрүү көз карандылыгы ЭКК E_H жана $E_б$ болбогондо, 2-ийри сызыгы ЭККрү E_H жана $E_б$ болгондо. Эмиттер менен базанын ортосундагы потенциалдык тосмо кичирейтилгенде дүрмөттөрдү алып жүргөн бөлүгүнүн зардечилик деңгээли туташтырылган $E_б$ ЭКК нүн булагынын терс уюлунан бош тешиктер (оң дүрмөттөрдү алып жүрүүчүлөр) жылса жетиштүү болот.

Мында анча көп эмес сандагы терс дүрмөттөр базадан эмиттерди көздөй жылат, бирок булар аркылуу пайда болгон агын салыштырмалуу аз, анткени кошулмалардагы атомдордун топтолушу база аймагында бир кыйла эмиттердеги кошулмалардын атомдорун топтолушунан аз.

Ошентсе да n- аймагындагы аз аздап оң жана терс дүрмөттөрдүн рекомбинациясы жүрөт, бирок n- катмардын калыңдыгынын аздыгынын аркасында оң дүрмөттөрдү алып жүрүүчү бөлүктөрүнүн көпчүлүгү база менен коллектордун ортосундагы өтүү катмарында жылышууга жетишет. База менен коллектордун ортосундагы өтүү катмарында оң дүрмөттөрдү алып жүрүүчүлөр ЭКК E_H булагынан пайда болгон электр майданынын күчтүү аракети астында калат (дайыма $E_H >> E_б$). Бул майдандын аракети астында оң дүрмөттөрдү алып жүрүүчүлөр коллектор аймагына тартылат жана коллектордун электроду көздөй кыймылга келет. Ошентип, эмиттерден чыгып n- аймагына жеткен оң дүрмөттөрдү алып жүрүүчүлөрдүн көпчүлүк бөлүгү коллекторду карай умтулушат (коллектордун потенциалы базанын жана эмиттердин потенциалдарына салыштырмалуу терс).

Жыйынтыгында базанын электродуна эмиттер аймагынан чыгып база аймагынан өткөн оң дүрмөттөрдү алып жүрүүчүлөрдүн ичинен азыраак саны гана келип жетет.

ОНУНЧУ БАП.
МАГНИТ ТИЗМЕКТЕРИ

§ 10.1. Магнит майданын мүнөздөөчү негизги чоңдуктар

Физика курсунда белгилүү болгондой, бардык нерселер магниттик касиеттери боюнча негизинен үч топко бөлүнөт: диамагниттик, парамагниттик, жана ферромагниттик. Диамагниттик нерселерде магниттик өтүмдүүлүк μ бирден кичине азыраак, мисалы висмутта μ=0,99983.Парамагниттик нерселерде магниттик өтүмдүүлүк μ бирден азыраак чоң, мисалы μ платина үчүн 1, 00036 барабар. Ферромагниттик нерселерде (темир, никель, кобальт жана алардын эритмелери, ферриттер ж.б.) μ бирден чоң (мисалы, 10^4), ал эми кээ бир материалдарда 10^6 на чейин жетет.

Көпчүлүк электротехникалык маселелерди чыгарууда практикалык жактан бардык нерселерди диа-, пара- жана ферромагниттике бөлбөй эки топко ферромагниттик жана ферромагниттик эмес деген бөлүү ыңгайлуу. Ферромагниттик нерселерде μ бирден бир канчага чоң, ал эми ферромагниттик эмес нерселерде μ бирге барабар деп алууга болот.

Магнит майданын мүнөздөөчү негизги вектордук чоңдуктар болуп магниттик индукция $\vec{B}$ жана магниттөөчүлүк $\vec{J}$. Магниттик индукция $\vec{B}$ бул магнит майданынын агынга күч аракет кылуучу вектордук чоңдук.

Магниттөчүлүк $\vec{J}$ бул нерсенин көлөм бирдигиндеги магниттик моменти. Мындан тышкары магнит майданы магнит майданынын чыңалуулугу $\vec{H}$ менен да мүнөздөлөт.

Бул үч чоңдук болгон $\vec{B}$, $\vec{J}$, $\vec{H}$ бири —бири менен төмөнкү көз карандылык боюнча байланышкан:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}) \qquad (10.1)$$

СИ системинде $\vec{B}$ тесла (T) менен өлчөнөт

$$1T = 1B \cdot c / м^2 = 1Bб / м$$

Магниттөөчүлүк $\vec{J}$ жана майдандын чыңалуулугу СИ системинде ампер бөлүнгөн метр (А/м) менен ченелет.

Магниттөөчүлүк $\vec{J}$ багыты берилген чекитте боюнча $\vec{H}$ тын багыты менен дал келүүчү вектор болуп эсептелет.

$$\vec{J} = \vec{H}\chi \qquad (10.2)$$

χ коэффициенти ферромагниттик нерселер үчүн $\vec{H}$ тан функция болуп эсептелет. (10.2) ни (10.1) ге коюп жана $1+\chi = \mu$ аркылуу белгилеп төмөнкү формуланы алабыз

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H} = \mu_a\vec{H} \qquad (10.3)$$

мында $\mu_0 = const$, боштуктун (вакуум) магниттик касиеттин мүнөздөйт; μ_a- абсолюттук магниттик өтүмдүүлүк.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ Г/м = 1{,}256 \cdot 10^{-6}\ Г/м$$

Ферромагниттик нерселер үчүн μ $\vec{H}$ тан функция катары эсептелет.

Магниттик агым кандайдыр бир S бети аркылуу - бул магнит эпкининин векторунун ошол беттеги агымы.

$$\Phi = \int_S \vec{B}\, d\vec{S}. \qquad (10.4)$$

мында dS S бетинин элементи

Магнит агымын $B \cdot c$ же вебер *(Вб)* менен ченешет.

Магнит тизмектерин эсептөөдө магниттик эпкин жана магнит майданынын чыңалуулугу колдонулат.

Ферромагниттик нерселер өз эркинче (спонтандуу) магниттөөчүлүк аймактардан турат. Ар бир аймактын манниттик абалы магниттөөчүлүк вектору менен мүнөздөлөт. Магниттөөчүлүк векторунун багыты ферромагниттик нерсенин кристаллдык түзүлүшүнөн жана серпилгичтүү чыңалуулардан көз каранды.

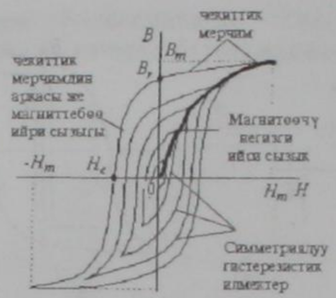
Ферромагниттик нерселердин касиеттери магниттик эпкин $\vec{B}$ нын магнит майданынын чыңалуулугу $\vec{H}$ тан көз карандылыгы аркылуу мүнөздөөлөрү кабыл алынган.

Бул көз карандылыктардын негизги типтери эки айырмачылыкта: магниттөөчүлүк жана гистересиздик илмек.

Магниттөөчүлүк ийри сызыгы аркылуу В жана Н көз карандылыгын бир мааниде түшүнүүгө болот. Магниттөөлүктүн ийри сызыгын баштапкы, негизги жана гистерезистиги жок деп бөлүштүрүшөт.

Физика курсунда белгилүү, ферромагниттик нерселерге гистерезис кубулушу ыйгарылган. Ал магниттик эпкин $\vec{B}$ нын өзгөрүшү магнит майданынын чыңалуулугу Нтын өзгөрүшүнөн артта жүрөрүн көрсөтөт. Гистерезис өз эркинче магниттөөчүлүк аймактарынын ички сүрүлүүсүнөн шартталган. Магнит майданынын мезгилдүү өзгөрүшүндө $\vec{B}$ жана $\vec{H}$ көз карандылыктары илмек мүнөздөмөгө ээ болушат.

Гистерезистик илмектин бир нече типтерге айырмалашат: симметриялуу, чектик жана симметриялуу эмес (айрым мерчим) 10.1- чиймеде симметриялуу окшош гистерезис илмектери көрсөтүлгөн.



10.1 – чийме

Ар бир симметриялуу илмек үчүн Внын оң эң жогорку маанисине Внын терс эң жогорку мааниси туура келет B_{max}=/- B_{max}/ буга ылайык H_{max}=/- H_{max}/

Симметриялуу гистерезистик илмектредин чокусунун геометриялык орду магниттөөнүн негизги ийри сызыгы деп кабыл алынган.

*Н*тын эң чоң $\pm H_{max}$ жакын маанилеринде чыгуучу жана кирүүчү бөлүктөрү практикалык жактан жакындашып биригет.

10.1 – чийме

Чектик гистерезистик илмек же чектик мерчим деп эң чоң H_{max} өлчөнгөн симметриялуу гистерезистик илмекти айтабыз. *H=0* болгондогу эпкинди калдыктуу эпкин деп аталып, B_r аркылуу белгиленет.

B=0 болгондо майдандын чыңалуулуугун кармоочу же коэрцитивдик күч деп аталып, H_c аркылуу белгиленет.

B_r .H_c чектик мерчимдин кертимин *магниттебөө ийри сызыгы же гистерезистик илмектин «аркасы» деп аталат.*

Бул кертимди туруктуу магнити бар магниттик тизмектреди жана эсептөөчү техниканын эстөөчү түзүлүштөрүн эсептөөдө колдонушат.

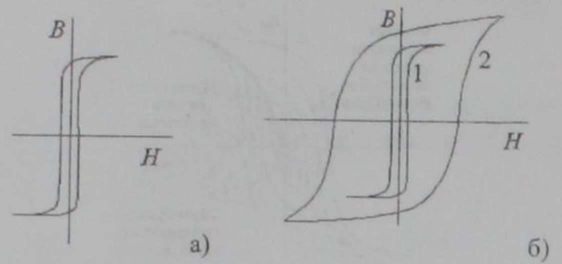
Магниттик жумшак жана магниттик катуу материалдар.

Магниттик жумшак материалдар чукул көтөрүлүүчү негизги магниттөөчү ийри сызыгына ээ жана гистерезистик илмектин аянттары салыштырмалуу кичине. Аларды магниттик агымы мезгилдүү өзгөрүп иштөөчү бардык түзүлүштөрдө колдонулат (трансформаторлор, электр кыймылдаткычтары жана генераторлор, эпкиндүүлүк түрмөктөрү ж.б.).

Кээ бир магниттик жумшак материалдар, мисалы перминвар, 68НМП кошулмалар ж.б., гистерезис илмеги тик бурчтук калыбына жакын (10.2,а - чийме). Мындай материалдар эсептөөчү түзүлүштөрдө жана автоматикалык түзүлүштөрдө кеңири таралган.

Магниттик жумшак материалдарга электротехникалык болоттор, пермаллоя түрүндөгү темирникель кошулмалары.

Магниттик катуу материалдар негизги магниттелүү ийри сызыгы толук жогорулоого ээ болот жана гистерезистик илмек чоң аянтты камтыйт (10.2,б-чийме, 2-ийри сызыгы). Магниттик катуу материалдардын тобуна көмүртектүү болоттор, магниковольфрамдык жана платинокобальттык кошулмалар ж.б. кирет.



10.2-чийме

10.2,б-чиймеде гистерезистик илмектерди салыштыруу катарында берилген: пермаллоя түрүндөгү магниттик жумшак материал үчүн 1-ийри сызыгы, магниттик катуу материал үчүн 2-ийри сызыгы.

Толук агын мыйзамы. Магнит майданы электр агындарынан түзүлөт. Калаган өз эркинче алынган чөйрөсызыктын узатасындагы магнит майданынын чыңалуулугу $\vec{H}$ векторунун сызыктуу интегралы жана ошол чөйрөсызык менен курчалган агындардын алгебралык $\sum I$ суммасынын ортосундагы сандык байланыш агындын толук мыйзамы менен аныкталат

$$\oint \vec{H}\, d\,\vec{l} = \sum I. \qquad (10.5)$$

$d\,\vec{l}$ оң багыттагы интегралдоочу агын Iнин оң багыты менен оң бурамынын эрежеси аркылуу байланышкан. Толук агындын мыйзамы тажрыйбалык мыйзам болуп эсептелет.

Аны магниттик курчоо деп аталган атайын түзүлүштүн жардамы менен $\oint \vec{H}\, d\,\vec{l}$ ди өлчөп тажрыйбада текшерүүгө болот.

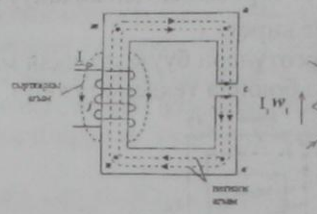
Магнит кыймылдаткыч күчү (МКК), же түрмөктүн магниттөөчү күчү, же болбосо агыны бар оромдор деп түрмөктүн оромдорунун саны w ны булар аркылуу өтүүчү агынга болгон көбөтүндүсүн айтабыз МКК. ($I\cdot w$) магнит тизмегинде магнит агымын пайда кылат, электр тизмегинде электр агынынын ЭККү пайда кылган сыяктуу эле. ЭКК сыяктуу МКК багытталган чоңдук б.э. (тизмекте оң багыттарды жебе аркылуу белгилешет).

МКК нүн оң багыты оң бураманын учунун кыймылы менен дал келет, эгер аны оромдогу агындын багыты боюнча бурасак.

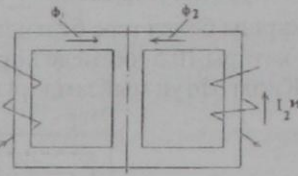
МКК нүн оң багытын аныктоо үчүн төмөнкү мнемоникалык эрежени колдонушат: эгер магнит өзөгүн ойго келтирип оң кол менен кармасак, бармактарыбыз агын өтүүчү оромдорду курчаса, анан чоң бармакты жогору керсек, ал МКК багытын көрсөтөт.

Магнит тизмектеринин ар түрдүүлүгү. Магнит тизмек деп, ферромагниттик же кандайдыр бир башка нерселердин МКК нүн жыйындысында магнит агымы капталса айтабыз.

Магнит тизмектери бутакташпаган жана бутакташкан болуп бөлүнүшү мүмкүн. Мисалы, катары бутакташпаган тизмек 10.3-чиймеде көрсөтүлгөн



10.3-чийме



10.4-чийме

Бутакташкан тизмектрр симметриялуу жана симметриялуу эмес болуп экиге бөлүнөт. 1-0.4-чиймедеги магнит тизмеги симметриялуу, анда $\Phi_1=\Phi_2$, тик үзгүлтүктүү сызыктан оң жана сол бөлүктөрү геометриялык жактан бирдей жана бир эле ферромагниттик материалдан жасалса $I_1w_1 = I_2w_2$

$I_1w_1 \neq I_2w_2$ болбосо, же оромдордун бириндеги агынды өзгөртсө же болбосо магнит өткөргүчүнүн четки өзөктөрүнүн биринде аба жылчыгы болсо, анда 10.4-чиймедеги магнит тизмеги симметриялуу болбойт. Симметриялуу эмес тизмекте, эреженин негизинде магнит агымдары $\Phi_1 \neq \Phi_2$ эмес.

Электр тизмектери сыяктуу эле магнит тизмектерин эсептөөдө Кирхгофтун биринчи жана экинчи мыйзамдары (эрежелери) колдонулат.

§ 10.2. Магнит тизмектери үчүн Кирхгофтун мыйзамдары

Кирхгофтун биринчи мыйзамы. магнит тизмегинин каалаган түйүнүндө магнит агымдарынын алгебралык суммасы нөлгө барабар:

$$\sum \Phi = 0, \qquad (10.6)$$

Магнит тизмектери үчүн биринчи мыйзам, физика курсунда белгилүү болгондой магнит агымынын үзгүлтүксүздүк деген негизги жободон келип чыгат.

Кирхгофтун экинчи мыйзамы. каалаган туюк чөйрөсызыктын узатасында магнит чыңалууларынын төмөндөшүнүн алгебралык суммасы ошол эле чөйрөсызыктын узатасындагы МККнүн алгебралык суммасына барабар:

$$\sum U_M = \sum Iw, \qquad (10.7)$$

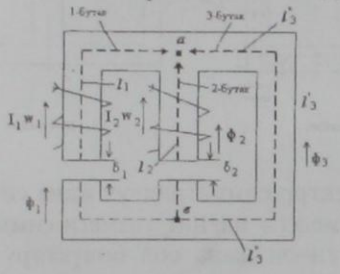
мында $U_M = Hl$, H – магнит майданынын чыңалуулугу; l — магнит өткөргүчүнүн (өзөк) орточо узундугу.

Магнит тизмектери үчүн Кирхгофтун экинчи мыйзамы чынында эле толук агын мыйзамынын башка калыпты жазылышы.

Эгер, кандайдыр бир кертиде магнит агымынын багыты, чөйрөсызыктын айлануу багытына дал келсе, анда магнит чыңалуусунун ошол эле кертимде төмөндөшү $\sum U_M$ оң белги менен, ал эми каршы болсо терс белгиде кирет.

Ушул сыяктуу эле, эгер МКК $\sum Iw$ чөрөсызыктын айлануу багытына дал келсе оң, каршы болсл терс белгиде кирет.

Мисалы катары 10.5-чиймеде көрсөтүлгөн буутакташкан магнит тизмеги үчүн Кирхгофтун мыйзамдары боюнча теңдеме түзөбүз.



10.5-чийме

Сол жактагы бутакты биринчи деп атап, ага кирүүчү чоңдуктарды бир номерлүү индекс менен белгилейбиз (агым Φ_1, магнит чыңалуулугу H_1, болоттогу жолдун узундугу l_1, аба жылчыгынын узундугу δ_1, МКК I_1w_1)

Ортоңку бутакты экинчи деп атап, ага кирген чоңдуктарды тиешелүү эки индекси менен белгилейли (агым Φ_2, майдандын чыңалуулугу H_2, болоттогу жолдун узундугу l_2, аба жылчыгынын узундугу δ_2, МКК I_2w_2).

Оң бутакка кирүүчү бардык чоңдуктарды үч индекси менен белгилейли (агым Φ_3, тик кертимдеги жолдун узундугу l_3', эки горизонталдуу кертимдердеги жлдун суммалык узундугу l_3'')

10.5 — чиймедеги тизмекте эки түйүн бар, демек Кирхгофтун биринчи мыйзамы боюнча бир теңдеме түзөбүз

$$\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3=0. \qquad (10.8)$$

Кирхгофтун экинчи мыйзамы боюнча түзүлүүчү теңдемелердин саны, болгон бутактардын санына барабар, бирок Кирхгофтун биринчи мыйзамы боюнча түзүлгөн теңдемени алып салуу керек.

Каралып жаткан мисалда Кирхгофтун экинчи мыйзамы боюнча $3-1=2$ (үч бутак, биринчи мыйзам боюнча бир теңдеме) теңдемени түзөбүз.

Бул теңдемелердин биринчисин биринчи жана экинчи бутактарды камтыган чөйрөсызык үчүн, ал эми экинчисин биринчи жана үчүнчү бутактардан түзүлгөн чөйрөсызык үчүн түзөбүз.

Кирхгофтун экинчи мыйзамы боюнча теңдеме түзүү алдында чөйрөсызыкты айлануунун оң багытын тандап алуу керек. Чөрөсызыкты айлануу багытын саат жебеси боюнча алабыз.

Биринчи жана экинчи бутактарды камтыган чөйрөсызык үчүн теңдеме

$$H_1l_1+H_{\delta1}\delta_1-H_2l_2-H_{\delta2}\delta_2=I_1w_1-I_2w_2. \qquad (10.9)$$

мында $H_{\delta1}$ жана $H_{\delta2}$ аба жылчыктары δ_1 жана δ_2 ги майдандын чыңалуулуктары.

Теңдеменин сол бөлүгүнө H_1l_1 жана $H_{\delta1}\delta_1$ оң белги менен киришти, анткени биринчи кертмде Φ_1 агымы чөйрөсызыктын айлануу багытына дал келет, ал эми H_2l_2 жана $H_{\delta2}\delta_2$ терс белги менен, себеби Φ_2 агымы чөйрөсызыктын айлануу багытына каршы.

Теңдеменин биринчи бөлүгүнө МКК I_1w_1 он белги менен кирди, себеби анын багыты чөйрөсызыкты айлануу багытына дал келет, ал эми МКК I_2w_2 терс белги менен, себеби ал чөйрөсызыктын айлануу багытына каршы.

Сырткы (биринчи жана үчүнчү бутактардагы) чөрөсызык үчүн теңдеме түзөбүз:

$$H_1l_1+H_{\delta1}\delta-H_3'l_3'-H_3l_3''=I_1w_1. \qquad (10.10)$$

Берилген агым боюнча бутакташпаган магнит тизмеги үчүн МКК аныктоо. Магниттик тизмектин конфигурациясы жана геометриялык өлчөмдөрү жана ферромагниттик материалдын магниттөөчү ийри сызыгы берилди. МКҮн, агынды же магниттөөчү оромдордун санын табуу керек.

Эсептөөнүн мындай удаалаш тартипте аткаралы:

1. Магнит тизмегин турактуу кесилиштеги кертимдерге бөлөбүз жана кертимердин узундугу l_K (м) туура кесилиш аянты S (м^2) (кертимдердин узундуктарын орточо күч сызык менен алынат) аныктайбыз.
2. Тизмектин жалпы узундугундагы агымдын турактуулугунан улам, берилген агым жана туура кесилиш аянты S_K боюнча ар бир кертимдеги магнит эпкинин табабыз:

$$B_K=\Phi/S_K$$

3. Магнит тизмегинин ферромагниттик кертимдери үчүн магниттөөчү ийри сызык боюнча майдандын чыңалуулугун аныктайбыз. Аба жылчыгындагы майдандын чыңалуулугу

$$H_{A/M}=0{,}8\cdot10^6B_{\text{вак.ж}} \qquad (10.11)$$

4. Магнит тизмегинин жалпы узундугундагы магнит чыңалууларынын төмөндөшүнүн суммасын $\sum H_Kl_K$ эсептейбиз жана толук агындын мыйзамынын негизинде берилген сумманы толук агындын суммасына барабарлайбыз:

$$\sum H_Kl_K=\sum Iw$$

Эсептөөдө, негизги эске алынбоочу нерсе, бул магнит агымын жалпы магнит тизмегинин узундугу үчүн өзгөрүлбөйт деп алабыз. Чындыгында агымдын бир аз бөлүгү негизги агымдын жолунан тышкары таралат.

Негизги жолдон тышкары кеткен агымды чачырап (жок болуп кетүү) агымы деп аташат. Аба жылчыгы канчалык кичине болсо чачыраган агым ошончолук аз болот, аба жылчыгы чоңойгон сайын чачыроо агымы, негизги агымга салыштырмалуу жогорулайт.

§ 10.3. Магнит тизмеги үчүн Омдун мыйзамы

Магнит чыңалуусунун төмөндөшү аныктама боюнча $U_M=Hl$, бирок

$$H=B/(\mu_0\mu)=\Phi/(\mu_0\mu S).$$

Мында Ф-агым, S-кертимдин туура кесилиш аянты

Демек,

$$U_M = \Phi \frac{l}{\mu_0 \mu S} = \Phi R_M \qquad (10.12)$$

(10.12) теңдемесин магнит тизмеги үчүн Омдун мыйзамы деп аталат.

$$R_M = \frac{l}{\mu_0 \mu S}, \qquad (10.13)$$

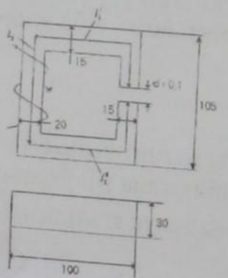
R_M - магнит тизмегиндеги магниттик каршылык.

Магнит каршылыгына тескери болгон чоңдукту магнит өткөргүчтүгү деп аташат

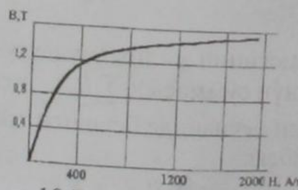
$$G_M = \frac{1}{R_M} = \frac{\mu_0 \mu S}{l}. \qquad (10.14)$$

R_M жана G_M түшүнүктөрү тууралу практикалык жактан, эсептөөлөрдө качан гана магнит тизмеги жалпысынан же кертим үчүн R_M жана G каныккан абалда болбосо эсептелет. Бул абал магнит тизмегинде аба жылчыгы чоң болгондо байкалат. Магнит тизмегинин же кертиминин вебер-ампердик мүнөздөмөсү түзөлүүчү ийри сызык болсо, алынат

Тизмектин кертиминдеги R_M магнит каршылыгын сызыктуу эмес R_{CT} статикалык каршылык меенен салыштырууга болот. R_M ди эки жарыш бутактын агымдарынын өзгөрүшү магнит тизмегинин бутакташпаган бөлүгүндөгү агымдын өзгөрүшү менен болот экендиги тууралу ар кандай суроолорду кароодо колдонулат.



10.6 – чийме



10.7 — чийме

10.1-маселе. Магнит тизмегинин геометриялык өлчөмдөрү 10.6-чиймеде миллиметр (мм) боюнча берилген. Магниттөө ийри сызыгы 10.7-чиймеде көрсөтүлгөн. Оромдорунун санын w=500 болгон 10.6 — чийме түрмөктөн канчалык агын өтүшү керек, аба жылчыгындагы магнит эпкини $B_\delta = 1$ *Тл* болсо.

Чыгаруу. Магниттик тизмекти үч кертимге бөлөбүз, анда магнит өткөргүчтөрүнүн орточо узундуктары:

$$l_1 = l_1' + l_1'' = 150 + 150 = 30 \text{ см};$$

$$l_2 = 150 - 15 = 13{,}5 \text{ см},$$

Ал эми булардын туура кесилиш аянттары:

$$S_1 = 30 \cdot 15 = 4{,}5 \text{ см}^2;$$

$$S_1 = 20 \cdot 30 = 6 \text{ см}^2,$$

Аба жылчыгы $\delta = 0{,}01$ см; аба жылчыгынын туура кесилиш аянты $S_\delta = S_1 = 4{,}5$ см^2.

Аба жылчыгынын узундугу туура кесилиш аянтына салыштырмалуу кичине болгондуктан, булардын магнит эпкиндери $B_1 = B_\delta = 1$ Тл

l_2 – кертиминдеги магнит эпкинин, магнит агымы Фни туура кесилиш аянтына бөлүп табабыз

$$B_2 = \frac{\Phi}{S_2} = \frac{B_\delta S_\delta}{S_2} = \frac{1 \cdot 4{,}5}{6} = 0{,}75 \text{ Тл}$$

l_1 жана l_2 керитимдериндеги майдандын чыңалуулуктарын магниттөө ийри сызыгынын (10.7-чийме) жардамы аркылуу B_1 жана B_2 нин белгилүү маанилери боюнча табабыз

H_1=300 А/м; *H_2=115 А/м.*

Абанын магнит өтүмдүүлүгү практикалык жактан магнит туруктуулугуна барабар

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Г/м}.$$

Аба жылчыгындагы магнит майданынын чыңалуулугу

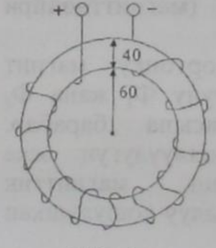
$$H_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} = \frac{1 Тл}{1{,}256 \cdot 10^{-6} Г/м} = 8 \cdot 10^5 \ А/м.$$

Магнит тизмегинин жалпы узундугундагы магнит чыңалуусунун төмөндөшүн эсептейбиз:

$$\sum H_K l_K = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_\delta \cdot \delta = 300 \cdot 0{,}3 + 115 \cdot 0{,}135 + 8 \cdot 10^5 \cdot 10^{-4} = 185{,}6 \ A.$$

Түрмөктөгү агын

$$I = \frac{\sum H_K l_K}{w} = \frac{185{,}6}{500} = 0{,}371 \ A.$$



10.8-чийме

10.2-маселе. 10.8-чиймеде болоттон куюлган тороиддик шакекте 925 оромдон турган өткөргүч түрмөгү жайланышкан, геометриялык өлчөмдөрү миллиметр менен берилген. Түрмөктөгү агынды жана болоттун магнит өтүмдүүлүгүн, шакектеги магнит агымы $\Phi = 1{,}25 \cdot 10^{-3}$ Вб болгондо эсептегиле.

Чыгаруу. Бутакташпаган тизмекте магнит агымы тизмектин жалпы узундугунда бирдей болорун эске алып өзөктүн туура кесилиш аянты S эсептейбиз

$$S = \pi R^2 = 3{,}14(0{,}02м)^2 = 1{,}26 \cdot 10^{-3} м^2.$$

Тизмектин жалпы узундугунда агымдын туруктуулугун эске алып, берилген агым жана туура кесилиш аянты S боюнча кертимдеги магнит эпкини B табабыз

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{1{,}25\cdot10^{-3}\,Вб}{1{,}26\cdot10^{-3}\,м^2} = 0{,}995\,Тл.$$

Магнит өткөргүчтүгүнүн орточо узундугу

$$l = 2\pi R = 2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}08\,м = 0{,}502\,м.$$

Таблицадагы магниттөө ийри сызыгынын жардамы менен куюлган болоттун майданынын чыңалуулугун табабыз, анда *H=920 А/м* (магниттөө ийри сызыгынын таблицасы тиркемеде келтирилген).

Орточомагнит сызыгына толук агын мыйзамын колдонуп, түрмөктөгү агынды эсептейбиз.

$$\Im = \frac{Hl}{w}\frac{920\,А/м\cdot 0{,}502\,м}{925} = 0{,}499\,А.$$

Магнит тизмегинен кертиминдеги обсолюттук магнит өтүмдүүлүгү

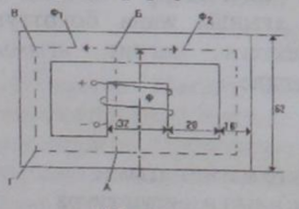
$$\mu_a = \frac{\beta}{H} = \frac{0{,}955\,Т_л}{920\,А/м} = 1{,}08\cdot10^{-3}\,Г/м$$

Каалып жаткан маселеден, жакындатуу менен куюлган болоттун магнит өтүмдүлүгү абага салыштырмалуу канчага жогоруу экендигин таболы

$$\mu = \frac{\mu_a}{\mu_0} = \frac{1{,}08\cdot10^{-3}\,Г/м}{4\pi\cdot10^{-7}\,Г/м} = 860$$

10.3-маселе. Электротехникалык болоттун [1512(Э42)маркасы] ортоңку өзөгүнө оромдорунун саны $w = 1850$ болгон түрмок жайгашкан (10.9-чийме). Аба жылчыгындагы (б=0,2мм) магнит агымы $3{,}46\cdot10^{-4}\,Вб$ барабар, түрмөктөгү агынды эсептегиле. Өзөктүн калыңдыгы 16 мм барабар, калган ңлчөмдөрү 10.9-чиймеде миллиметр аркылуу берилген (магниттөөийри сызыгы-тиркемеде берилген).

Чыгаруу. Бутакташкан магнит тизмегиндеги ортоңку магнит өткөргүчтүгүнүн агымы Ф эки четки кертимде кошулуучу $Ф_1$ жана $Ф_2$ магнит агымдарынын суммасына барабар. Магнит тизмегинин симметриялуулугун эске алсак, анда кертимдердин магниттик каршылыктар бирдей, алар аркылуу кошулушкан $Ф_1$ жана $Ф_2$ агымдары



10.9-чийме

$$\Phi_1 = \Phi_2 = \frac{3{,}46\cdot10^{-4}\,Вб}{2} = 1{,}79\cdot10^{-4}\,Вб$$

Бутакташкан симметриялуу магнит тизмеги үчүн түрмөктүн агынын АБВГА чөйрөсызыгындагы магнит чыңалууларынын суммасы катары эсептөөгө болот,

Ошондуктан, магнит эпкини.

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S} = \frac{1{,}73\cdot10^{-4}\,Вб}{2{,}56\cdot10^{-4}\,м^2} = 0{,}68\,Т_л$$

Туура кесилиш аянты $S = 2{,}56\cdot10^{-4}\,м^2$ 1512 (Э42) маркадагы электротехниалык болот үчүн магнит эпкининин эсептелген маанилери боюнча магниттөө мүнөздөмөсүнөн магнит майданынын чыңалуулугунун маанисин табабыз

$$H_1 = 138\,А/м;$$

Аба жылчыгы үчүн H_2 майдандын чыңалуулугу

$$H_2 = \frac{B_1}{4\pi\cdot10^{-7}\,Г/м} = \frac{0{,}68\,Т}{12{,}56\cdot10^{-7}\,Г/м} = 54\cdot10^4\ А/м;$$

Кертимдин l узундугунда жана аба жылчыгы δ болгондо түрмөктөгү агын

$$I = \frac{H_1 l_1 + H_2\delta}{\omega} = \frac{138\cdot0{,}18 + 54\cdot10^4\cdot2\cdot10^{-4}}{1850} = 0{,}072\ А;$$

же $I = 72\,мА$.

ОН БИРИНЧИ БАП
СИНУСОИДАЛЫК ЭМЕС ЧЫҢАЛУУЛАРДЫН ЖАНА АГЫНДАРДЫН ЭЛЕКТР ТИЗМЕКТЕРИ

§ 11.1. Мезгилдүү синусоидалык эмес агындардын жана чыңалуулардын аныктамасы. Фурьенин катарын колдонуу

Каралып жаткан учунчу бапта чыңалуулар жана агындар электир тизмектеринде убакыт ичинде мезгилдүү өзгөрүп, бирок синусоидалык өзгөрүүдөн айырмаланат. Мезгилдүү синусоидалык агындар жана чыңалуулар деп, убакыт ичинде агындар жана чыңалуулар мезгилдүү синусоидалык эмес мыйзам боюча өзгөрүлмө айтабыз.

Булар электр тизмегинин төрт ар кандай иш тартибинде (бул иш тартибинин айкалышуусунда) пайда болот:

1) качан ЭККнун булагы (агын булагы) синусоидалык эмес ЭКК берсе (синусоидалык эмес агын), ал эми тизмектин башка бардык элементери — аракеттүү карышылыктар, эпкиндүүлүк жана сыйымдуулук сызыктуу өзгөрүлсө, агын чоңдугуна көз каранды эмес;

2) эгерде, ЭККнүн булагы (агын булагы) синусоидалык эмес ЭКК берсе, ал эми электр тизмектеринин курамына бир же бир нече сызыктуу эмес карышылыктар кирсе;

3) качан ЭККнүн булагы (анын булагы) синусоидалык эмес ЭКК (синусоидалык агын) берсе, бирок тизмеке бир же бир нече элементтер сызыктуу эмес;

4) эгерде ЭККнун булагы (агын булагы) турактуу же өзгөрүлмө ЭКК (агынды) берсе, ал эми тизмектин бир же бир нече элементтери убакыт боюнча мезгилдуу өзгөрүлсө.

Фурье катары. Математика курсунда белгилүү болгондой, мезгили 2π болгон каалаган мезгилдүү $f(x)$ функциясы Фурьенин катарына ажыратууга болот.

Синусоидалдык эмес мезгилдүү функциянын аналитикалык туюнтмасы Фурьенин теоремасынын жардамы менен ишке ашырылат, буга ылайык каалаган мезгилдүү функция $f(x)$ 2π мезгили менен түзүүчүлөрдүн катарларынын суммасы түрүндө көрсөтүүгө мүмкүн, булардын ичинен бир түзүүчүсү турактуу, ал эми башкалары жыштыктары эселүүлүк болгон синусоидалык функциялар болуп эсептелет.

Өзгөрүлмө X чоңдугу t убакыт менен төмөнкү катынаштык аркылуу байланышкан

$$X = \omega t = 2\pi t / T,$$

мында T-убакыт боюнча функциянын мезгили.

Ошентип, функциянын мезгили X боюнча 2π ге барабар, ал эми берилген функциянын убакыт боюнча мезгили T га барабар.

Фурье катары мындайча жазылат:

$$f(x) = A_0 + A'_1 \sin x + A_2 \sin 2x + A'_3 \sin 3x + A_4 \sin 4x + ... + A_1'' \cos x + A''_2 \cos 2x + + A''_3 \cos 3x + A''_4 \sin 4x + ... \quad (11.1)$$

мында A_o -турактуу түзүүчү; A'_1-синустук түзүүчүнүн биринчи гармоникасынын амплитудасы (синус мыйзамы боюнча өзгөрүүчү);
A''_1 -косинустук түзүүчүнүн биринчи гармоникасынын амплитудасы;
A'_2 - синустук түзүүчүнүн экинчи гармоникасынын амплитудасы ж.б.у.с.

Мында

$$A_o = \frac{1}{2\pi}\int_o^{2\pi} f(x)dx. \quad (11.2)$$

Турактууну түзүүчү A_o (11.2) де көрсөтүлгөндөй мезгил ичиндеги функциянын орточо мааниси болот. Ошентип, эгерде мезгил ичинде функциянын мааниси нөлгө барабар болсо A_o тригонометриялык катарга кирбейт.

$$\left.\begin{aligned} A'_1 &= \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} f(x)\sin x dx \qquad A''_1 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos x dx; \\ &\text{-------------------------------} \\ A'_k &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin kx dx; \quad A''_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos kx dx \end{aligned}\right\} \quad (11.3)$$

Биринчи гармониканы түзүүчү синусоидалык эмес ийри сызыктын мезгили $f(\omega t)$ барабар мезгилге ээ. Ал биринчи же негизги гармоника деп аталат. Башка бардык гармоникалардын эң жогорку гармоникалар деп аталат.

Тригонометриялык келтирүүдөн:

$$A'_k \sin kx + A''_k \cos kx = A_k \sin(kx + \Psi_k),$$

мында

$$A_k = \sqrt{(A'_k)^2 + (A''_k)^2} \qquad \text{жана} \qquad tg\Psi_k = A''_k / A'_k,$$

анда(11.1) Фурье катарын башкача формада жазууга болот:

$$f(x) = A_o + A_1 \sin(x + \Psi_1) + A_2 \sin(2x + \Psi_2) + ... = A_o + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(k_x + \Psi_k), \quad (11.4).$$

мында A_k - Фурье катарындагы k -гармоникасынын амплитудасы.

Гармоникалар үчүн k-жуп сан болсо, жуп гармоника, ал эми k -саны так болсо, так гармоника деп аталат.

§ 11.2. Симметрияга ээ болгон мезгилдүү өзгөргөн ийри сызыктардын касиеттери.

11.1, а, б-чиймелерде кандайдыр бир өзгөчө касиеттерге ээ болгон үч сызык сүрөттөлгөн.

11.1, а-чиймедеги ийри сызык - $f(x+\pi) = f(x)$ шартын канааттандырат. Бул шарт ийри сызык үчүн аткарылса, анда муну абсцисса огуна салыштырмалуу симметриялуу деп аталат. Эгерде 11.1, а -чиймедеги ийри сызыкты X огу боюнча жарым мезгилге жылдырып жана күзгүлүү X огуна салыштырмалуу чагылтсак, анда алынган ийри сызык $f(x)$ ийри сызыгы менен дал келет.

Мындай ийри сызыктарды Фурьенин катарына ажыратууда турактуу түзүүчүсү болбойт жана жуп гармоникалардын коэффиценттери нөлгө барабар:

$$A_o = A'_2 = A''_2 = A_4 = A''_4 = ... = 0$$

ошондуктан 11.1,а-чиймедеги ийри сызыктар катарга ажыратылат

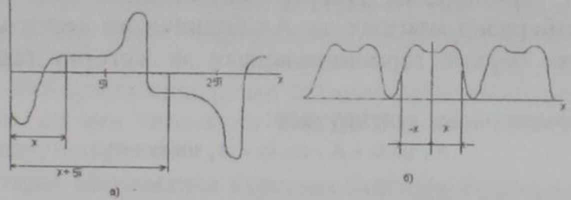
$$f(x) = A'_1 \sin x + A''_1 \cos x + A'_3 \sin 3x + A''_3 \cos 3x + ...$$

Бул катардын ар бир кошулуучусу $-f(x+\pi) = f(x)$ шартын канагаттандырат. Анда, мисалы, $-\sin(x+\pi) = \sin x$

11.1,б — чиймедеги ийри сызык ординат огуна салыштырмалуу симметрияга ээ болот жана $f(-x) = f(x)$ шартын канагаттандырат.

Эгерде ордината огунун сол жагында жаткан ийри сызыкты ордината огуна салыштырмалуу чагылтсак, анда алынган ийри сызык ординат огунун он жагында жаткан ийри сызыка дал келет. Мындай ийри сызыктарды Фурьенин катарына ажыратсак синустук түзүчүлөр болбойт $(A_1 = A_2 = A'_3 = ... = 0)$ жана косинустук түзүлүштөр менен турактуу түзүүчү катышат.

Ошентип, 11.1,б- чиймедеги ийри сызыктарды катарга ажыратууга болот.



11.1- чийме

§ 11.3 Фурье катарындагы гармоникаларды аныктоонун графо-аналитикалык ыкмасы

Электротехникада кездешүүчү мезгилдүү ийри сызктарды эки топко бөлүүгө болот:

1) геометриялык туура калыптагы ийри сызыктар, мисалы трапецеидеалдык, үч буручтук, тик буручтук ж.б.у.с., буларды Фурье катарына ажыратуу 11.1-таблицада берилген, мында X тин ордуна ωt жазылган;

2) өз эркинче (геометиряльк туура эмес) калыптагы ийри сызыктар; көпчүлүк учурда булар график түрүндө берилет; Фурье катарына ажыратуу графикалык жол менен жүргүзүлөт (графо-аналитикалык).

Фурье катарынын гармоникаларын аныктоодогу графикалык ыкма, анык интегралды аяккы кошулуучулар суммасы менен алмаштырууга

негизделген. Ушул максатта 2π ге барабар болгон $f(x)$ функциясынын мезгилин n барабар бөлүктөргө бөлүнөт $\Delta X = 2\pi / n$ жана интегралдар суммага алмашылат.

Аныктама боюнча, турактууну түзүүчү:

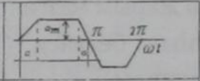
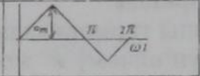
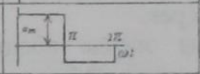
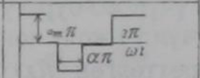
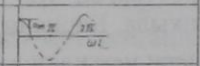
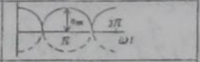
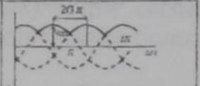
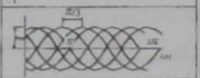
$$A_o = \frac{1}{2\pi}\int_o^{2\pi} f(x)dx \approx \frac{1}{2\pi}\sum_{p=1}^{p=n} f_p(x)\Delta x = \frac{1}{2\pi}\sum_{p=1}^{n} f_p(x)\frac{2\pi}{n},$$

же

$$A_o = \frac{1}{n}\sum_{p=1}^{n} f_p(x), \quad (11.5)$$

мында p- бирдин n ге чейинки маанилерди алып өтүлүүчү индекс; $f_p(x)$-бул $x = (P - 0,5)\Delta X$ болгондо интервалынын ортосундагы $f(x)$ фукциясынын маанилери.

11.1 — таблица

$f(\omega t) = \frac{4am}{a}\left(\sin a \sin \omega t + \frac{1}{9}\sin 3a \sin 3\omega t + \frac{1}{25}\sin 5a \sin 5\omega t + ...\right)$	
$f(\omega t) = \frac{8am}{\pi^2}\left(\sin \omega t - \frac{1}{9}\sin 3\omega t + \frac{1}{25}\sin 5\omega t - \frac{1}{49}\sin 7\omega t + ...\right)$	
$f\omega t) = \frac{4am}{\pi}\left(\sin \omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5\sin} 5\omega t + \frac{1}{7}\sin 7\omega t + ...\right)$	
$f(\omega t) = \frac{4am}{\pi}\left(\sin \frac{a\pi}{2}\cos \omega t + \frac{1}{3}\sin \frac{3a\pi}{2}\cos 3\omega t + \frac{1}{5}\sin \frac{5a\pi}{2}\cos 5\omega t + ...\right)$	
$f(\omega t) = \left(\frac{2am}{\pi}\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\cos \omega t + \frac{1}{1\cdot 3}\cos 2\omega t - \frac{1}{1\cdot 3}\cos 4\omega t + \frac{1}{5\cdot 7}\cos 6\omega t - ...\right)$	
$f(\omega t) = \left(\frac{4am}{\pi}\frac{1}{2} + \frac{1}{1\cdot 3}\cos 2\omega t - \frac{1}{1\cdot 3}\cos 4\omega t + \frac{1}{5\cdot 7}\cos 6\omega t - ...\right)$	
$f(\omega t) = \frac{3\sqrt{3}am}{\pi}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2\cdot 4}\cos 3\omega t - \frac{1}{5\cdot 7}\cos 6\omega t + \frac{1}{8\cdot 10}\cos 9\omega t - ...\right)$	
$f(\omega t) = \frac{3am}{\pi}\left(1 + \frac{2\cos 6\omega t}{5\cdot 7} - \frac{2\cos 12\omega t}{11\cdot 13} + \frac{2\cos 18\omega t}{17\cdot 19} - ...\right)$	

Синустук түзүүчүнүн катардагы k-гармоникасынын амплитудасы:

$$A'_k = \frac{1}{\pi}\int_o^{2\pi} f(x)\sin kx dx \approx \frac{2}{2\pi}\sum_{p=1}^{n} f_p(x)\frac{2\pi}{n}\sin_p kx, \qquad \text{же}$$

$$A'_k = \frac{2}{n}\sum_{p=1}^{n} f_p(x)\sin_p kx, \qquad (11.6)$$

Косинустук түзүүчүнүн катарындагы k- гармоникасынын амплитудагы:

$$A''_k = \frac{2}{n}\sum_{p=1}^{n} f_p(x)\cos_p kx, \qquad (11.7)$$

мында $\sin_p kx$ жана $\cos_p kx$ $x=(p-0,5)\Delta x$ болгондо *sinkx* жана *coskx* функцияларынын ылайык келүүчү маанилери *p* интервалынын ортосуна келүүчү, (11.5) жана (11.7) туюнтмалары менен эсептөөдө мезгилди $n=24$ же 18 бөлүктөргө бөлүү жеткиликтүү, ал эми кээ бир учурларда мындан аз сандагы бөлүктөргө бөлүүгө болот.

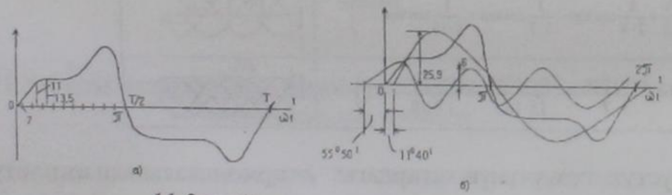
Графикалык катарга ажыратууну жүргүзүүдө, координат окторуна салыштырмалуу функция симметриялуу ажыратууга ээ болорун түшүндүрүү керек. Симметриялуулуктун бул же тигил түрдө болушу, ажыратууну жүргүзүүгө чейин кандай гармоникалардын келип чыгышын айтууга мүнкүнчүлүк берет. Эгерде, *f(x)* ийри сызыгы абсцисса огуна салыштырмалуу симметриялуу болсо, анда A_o турактуу түзүүчүсү жана бардык жуп гармоникалар жок болот, ал эми k так болуп A'_k жана A''_k эсептөөдө $\sum f_p(x)\sin_p kx$ биринчи жарым мезгилде $\sum f_p(x)\sin_p kx$ суммасы $\sum f_p(x)\sin_p kx$ экинчи жарым мезгилге барабар боло орун эске алуу керек.

Ψ_k бурчтарынын белгиси (11.4) туюнтмасында A'_k жана A''_k тин белгилеринен көз каранды.

Графикте жалпы гармоникаларды тургузууда, абсцисса огу боюнча k — гармоникасы үчүн өлчөмү k жолу биринчи гармоникага караганда чоң болорун эске алуу керек.

Мисал катары эгерде абсцисса огу боюнча кайсы-бир кесинди биринчи гармоника үчүн *π/3* бурчту өзүнө туюнтсак, анда ошол эле кесинди үчүнчү гармоника үчүн үч жолу чоң бурчту туюндурат $3(\pi/3)=\pi$ *11.1-маселе.* 11.3, а-чиймеде сүрөттөлгөн *f(x)* функциясынын биринчи жана үчүнчү гармоникаларын тапкыла. Биринчи жарым мезгилдеги $f_p(x)$ функциясынын ортосундагы маанилери мезгилди $n=24$ бөлүктөрүндө төмөнкүдөй:

P...	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*
$f_p(x)$	*7*	*11*	*13,5*	*15,4*	*17,4*	*20,5*	*25,4*	*32,5*	*27,7*	*19,2*	*10*	*5*



11.3 чийме.

Чыгаруу: Ийри сызык абсцисса огуна салыштырмалуу симметриялуу болсо, анда $A_o=0$ жана катар так гармоникалардан гана турат.

Синустук түзүүчүнүн биринчи гармоникасынын амплитудасы:

$$A'_1=\frac{2}{n}\sum_{p=1}^{n} f_p(x)\sin_p x=\frac{4}{n}\sum_{p=1}^{n/2} f_p(x)\sin_p x;$$

$$A'_1=\frac{4}{24}(7\sin 7^0 30' +11\sin 22^0 30' +13,5\sin 37^0 30' +15,4\sin 52^0 30' +17,4\sin 67^0 30' +$$
$$+20,5\sin 82^0 30' +25,4\sin 97^0 30' +32,5\sin 112^0 30' +27,7\sin 127^0 30 +19,2\sin 142^0 30' +$$ Косину
$$+10\sin 157^0 30' +5\sin 172^0 30')\approx 25,3$$

стук түзүүчүнүн биринчи гармоникасынын амплитудасы:

$$A''_1=\frac{4}{n}\sum_{p=1}^{n/2} f_p(x)\cos_p x\approx -5,23.$$

Синустук түзүүчүнүн үчүнчү гармоникасынын амплитудасы:

$$A'_3=\frac{4}{24}\sum_{p=1}^{12} f_p(x)\sin_p 3x\approx 3,47.$$

Косинустук түзүүчүнүн үчүнчү гармоникасынын амплитудасы:

$$A''_3=\frac{1}{6}\sum_{p=1}^{12} f_p(x)\cos_p 3x\approx 5,1.$$

Бринчи гармониканын амплитудасы: $A_1=\sqrt{(A'_1)^2+(A''_1)^2}=25,9.$

Бурчтун тангенси Ψ_1, мында биринчи гармониканын башталышы *f(x)* ийри сызыгына карата жылышкан:

$$tg\Psi_1=A''_1/A'_1=-5,23/25,3=-0,206;\quad \Psi_1=-11^0 40'$$

үчүнчү гармониканын амплитудасы:

$$A_3=\sqrt{(A'_3)^2+(A''_3)^2}=6,$$

$$tg\Psi_3=\frac{A''_3}{A'_3}=1,47;\quad \Psi_3=55^0 50'.$$

Демек, эгер үчүнчү гармоника менен чектелсе, анда:

$$f(\omega t)=25,9\sin(\omega t-11^0 40')+6\sin(3\omega t+55^0 50')$$

11.3,б-чиймеде катардан алынган биринчи жана үчүнчү гармоникалар, ошондой эле жалпылоочу (суммардык) ийри сызыгы сүрөттөлгөн.Аны 11.3,а-чиймедеги ийри сызык менен коюштурууга болот.

§ 11.4. Синусоидалык эмес камсыздандыруу булагындагы агындарды жана чыңалууларды эсептөө.

Аргасыздык күчтөрдү эсептөө алдында (агын булагынын агыны же ЭКК нун булагынын ЭКК) Фурье катарына көрсөтүлүшү керек. Каттоо негизги жобосу ыкмасына ылайык (биринчи бөлүк § 1.10 ду кара) каалаган түзмөктүн бутактарындагы агынды заматтык маанилери, агындардын заматтык маанилеринин бөлүнгөн гармоникаларынын суммасына барабар. Ушул сыяктуу, түзмөктүн каалаган кертиминдеги чыңалууларынын заматтык мааниси ошол кертимдеги бөлүнгөн гармоникалардын чыңалууларынын заматтык маанилерине барабар. Эсептөө өз-өзүнчө ар бир гармоника үчүн белгилүү ык менен жүргүзүлөт.

Башында ЭККнүн турактуу түзүүчүлөрүнөн пайда болгон агындарды жана чыңалууларды же агын булагынан, андан кийин биринчи

гармониканын аракети астында агындарды жана чыңалууларды эсептешет, анан экинчи, үчүнчү гармоникалардан
ж. б.у. с. эсептешет.
ЭКК турактуу түзүүчүсүнүн аракети астында пайда болгон агындарды жана чыңалууларды эсептөөдө, турактуу агында L эпкиндүүлүктөгү чыңалууну төмөндөшү нөлгө барабар экендигин, ошондой эле турактуу агын сыйымдуулук C аркылуу өтпөстүгүн эске алуу керек.

Эпкиндүүлүк X_L каршылыгы жыштыка түз шайкеш өсөрүн эсептөөдө эске алуу керек.Ошондуктан, k- гармоника үчүн X_{Lk} k жолу биринчи X_{L1} гармоникага караганда чоң:

$$\left.\begin{aligned} X_{Lk} &= k\omega L = kX_{L1} \\ X_{L1} &= \omega L. \end{aligned}\right\} \qquad (11.8)$$

Сыйымдуу каршылык жыштыктын өсүшү менен азаят, ошондуктан k-гармоника үчүн X_{ck} k жолу аз, биринчи X_{c1} гармоникага салыштырмалуу:

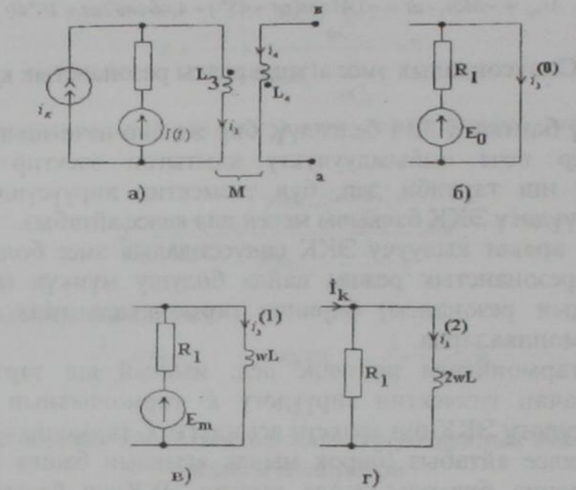
$$\left.\begin{aligned} X_{ck} &= \frac{1}{(k\omega C)} = \frac{x_{c1}}{k} \\ X_{c1} &= \frac{1}{(\omega C)} \end{aligned}\right\}; \qquad (11.9)$$

Ар бир гармоника үчүн вектордук диаграмма тургузууга мүмкүн. Бирок, вектордук диаграммада агындарды жана ар кандай жыштыктагы чыңалуунун төмөндөшүн коюштуруу мүнкүн эмес, анкени ар кандай жыштыктагы векторлордун бурчтук айлануу ылдамдыгы бирдей эмес.

Аракеттүү карышылыктарды, эгерде жыштыктары анчалык чоң болбосо, жыштыктан көз каранды эмес деп кабыл алынат (талаптуу айтканда, беттик эффект кубулушунун натыйжасында, аракеттүү карышылык жыштыктан көз каранды. Бул жерде беттик эффект кубулушу эске алынбайт).

Эсептөөдө ар бир гармониканы комплекстик сан менен туюнтушат. Бир аттуу гармоникаларды суммалоо комплекстик сандарды кошуу жолу менен аткарылат (китептин биринчи бөлүгүнүн үчүнчү бапта аткарылган сыяктуу).

11.2 - маселе. 11.4, а- чийменин түзмөгүнүн сол бутагында $i_k(t) = I_{km}\cos 2\omega t$ ээ болгон агын булагы, ал эми ортонку (экинчи) бутакта $e(t) = E_0 + E_m \sin\omega t$ ЭКҚнүн булардын булагы бар. L_4 эпкиндүүлүгү L_3эпкиндүүлүгү менен өз ара эпкиндүүлүк M. магниттик байланышкан. Булардын ортосундагы өз ара эпкиндүүлүк M. магниттик байланышкан. Агын i_3заматтык маанисинин жана L_4 кыскычтардагы U_{ba} чыңалууну аныктоо керек. Берилди: $I_{km} = 5A$; $\omega = 1000\,рад/сек$; $E_0 = 3B$; $E_m = 6B$; $R_1 = 3ом$; $L_3 = 3мГ$; $M = 1мГ$;



11.4- чийме.

Чыгаруу. Агындар үчүн оң багытты 11.4, а- чиймеге ылайык кылып алабыз.
Кирхгофтун экинчи мыйзамы боюнча;

$$U_{ba} - L_4\frac{di_4}{dt} + M\frac{di_3}{dt} = 0,$$

бирок $i_4 = 0$; ошондуктан $U_{ba} = -Mdi_3/dt$.

Каттоо негизги жобо ыкмасын пайдаланып жана ар бир булактан өз-өзүнчө i_3агындан түзүүчүлөрдү табалы.

11.4,б-чиймедеги түзмөк ЭКК турактуу түзүүчүсүнүн аракети астында эсептөө үчүн колдонулат. Түзмөктүн сол булагы ажыратылган, анткени буга чексиздик каршылыгы менен агын булагы кошулган. Оң жагындагы булак чукул туташкан, анткени эпкиндүүлүк турактуу агын үчүн нөлдүк каршылыка ээ. Мындан $i^{(0)}_3 = E_0/R_1 = 1A$.

Агын $i_3^{(1)}$ биринчи гармоникасын 11.4,*в*- чиймедеги түзмөктү колдонуп табабыз:

$$I_{3m}^{(1)} = \frac{6}{(3+3j)} = 1{,}41e^{-j45^0}.$$

Агын $i_3^{(2)}$ экинчи гармоникасын 11.4,*г*-чиймедеги түзмөкө ылайык табабыз:

$$I_{3m}^{2} = I_{km}\frac{R_1}{R_1 + j2\omega L} = 5e^{j90^0}\frac{3}{3+j6} = 2{,}23e^{j26^040'}.$$

Агын i_3 түн заматтык мааниси заматтык маанилеринин суммасына барабар:

$$i_3 = i_3^{(0)} + i_3^{(1)} + i_3^{(2)} = 1 + 141\sin(\omega t - 45^0) + 2{,}23\sin(2\omega t + 26^040')A$$

Чыңалуу

$$U_{bu} = -Mdi_3 / dt = -1{,}41\cos(\omega t - 45^0) - 4{,}46\sin(2\omega t + 26^0 40') B.$$

§ 11.5. Синусоидалык эмес агындардагы резонанстык кубулуштар

Үчүнчү баптын § 3.14 белгилүү, бир же бир нече эпкиндүүлүктү жана бир же бир нече сыйымдуулукту камтыган электир тизмектеринин резонанстык иш тартиби деп, бул тизмектин кирүүсүндө агын аракет кылуучу кирүүдөгү ЭКК баскычы менен дал келсе айтабыз.

Эгерде аракет кылуучу ЭКК синусоидалык эмес болсо, анда электр тизмегинде резонанстык режим пайда болушу мүмкүн (агындардын же чыңалуулардын резонансы) биринчи гармоникада гана эмес, ошондой жогорку гармоникаларда.

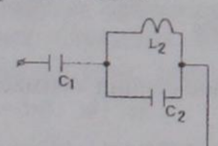
k — гармоникада резонанс деп, мындай иш тартибин шарттап түшүнсөк, качан тизмектин кирүүдөгү k- гармониканын агын баскычы боюнча кирүүдөгү ЭККнин аракети асындагы k- гармоникасынын баскычы менен дал келсе айтабыз (бирок мында агындын башка гармоникалары баскычы боюнча буларды пайда кылган ЭККнүн баскычы менен дал келишпейт).

Эгерде эпкиндүүлүк түрмөкторүнүн аракеттүү каршылыктарын эске алсак, анда кайсы- бир гармоника үчүн резонанстын пайда болуу шартынын жыйынтыгы мындай, бул гармоника үчүн кирүү каршылыгын реактивдүү (каршы аракеттик) түзүүчүсү нөлгө барабар болушу керек.

Синусоидалык эмес агындардагы резонанстык кубулуштарды изилдөөнү көпчүлүк учурларда эпкиндүүлүк түрмөктөрүнүн аракеттүү каршылыктарын нөлгө барабарлап жүргүзүшөт. Көп учурларда агындардын резонансында кирүү каршылыгы чексиздикке барабар, ал эми чыңалуулардын резонансында кирүү карышылыгы нөлгө барабар.

Резонанс пайда болгондо же буга жакынкы режимде кайсы- бир жогорку гармоникада, бул гармониканын агыны жана (же) чыңалуусу тизмектин кертимдеринде биринчи гармоникадагы агындан жана чыңалуудан чоң болушу мүмкүн, төмөнкүгө карабай, ылайыкташкан түзмөктүн кирүүдөгү ЭККнүн жогорку гармоникасынын амплитудасы ЭККнүн биринчи гармоникасынын амплитудасынан бир нечеге аз болушунун мүмкүнчүлүгүнө карабай.

11.3-маселе. 11.5- чиймедеги түзмөктө L_2 эпкиндүүлүгү берилген. Эпкиндүү түрмөктүн аракеттүү каршылыгын нөлгө барабар деп эсептеп, C_1 жана C_2 сыйымдуулуктарынын кайсы маанилеринде түзмөктүн кирүү карышылыгы биринчи гармоника үчүн нөлгө барабар, ал эми тогузунчу үчүн чексиздик.



11.5-чийме

Чыгаруу: Түзмөктүн кирүү каршылыгындагы биринчи гармоника үчүн туюнтма жазып, аны нөлгө барабарлайлы:

$$Z = \frac{-j}{\omega C_1} + \frac{j\omega L_2(\frac{-j}{\omega C_2})}{j(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2})} = 0.$$

Кирүү карышылыгынын тогузунчу гармоникасы үчүн чексиздике барабарлайбыз:

$$Z_g = \frac{-j}{9\omega C_1} + \frac{j9\omega L_2(\frac{-j}{9\omega C_2})}{j(9\omega L_2 - \frac{1}{9\omega C_2})} = \infty .$$

Чогуу чыгарылышынан алабыз:

$$\frac{1}{\omega C_2} = 81\omega C_2 \qquad \text{жана} \qquad \frac{1}{\omega C_1} = \frac{81}{80}\omega L_2$$

§ 11.6. Синусоидалык эмес агындын жана синусоидалык эмес чыңалуунун чыныгы маанилери

Аныктама боюнча (§3.2 кара) агындардын чыныгы маанисинин чарчысы агындын заматтык мааниси i менен төмөнкүдөй туюнтулат:

$$I^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt.$$

Эгерде агын:

$$i = I_0 + I_{1m}\sin(\omega t + \Psi_1) + I_{2m}\sin(q\omega t + \Psi_q) + \dots,$$

анда

$$i^2 = I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km}^2 \sin^2(k\omega t + \Psi_k) + \sum_{\substack{p=\infty \\ q=0,\, p=0}}^{\infty} I_{pm} I_{qm} \sin(p\omega t + \Psi_p)\sin(q\omega t + \Psi_q),$$

бирок

$$\left.\begin{aligned} &\int_0^T \sin^2(k\omega t + \Psi_k)dt = \frac{T}{2}; \\ &\int_{\substack{0 \\ p\neq q}}^T \sin(p\omega t + \Psi_p)\sin(q\omega t + \Psi_q)dt = 0 \end{aligned}\right\} \quad (11.10)$$

Ошондуктан

$$I^2 = I_0^2 + \frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{2m}^2}{2} + \frac{I_{3m}^2}{2} + \dots, \qquad \text{же}$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{2m}^2}{2} + \frac{I_{3m}^2}{2} + \dots} .$$

Анткени, агын I_{km} дин k- гармоникадагы амплитудасы $\sqrt{2}$ жолу чон I_k нын k- гармоникасынын чыныгы маанисинен, анда

$$\frac{I_{km}^2}{2} = \frac{I_{km}^2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_{km}}{\sqrt{2}} = I_k^2 \quad \text{жана} \quad I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_3^2 + \dots} . \qquad (11.11^1)$$

Демек, синусоидалык эмес агындын чыныгы мааниси тамыр алдындагы агындын турактуу түзүүчүсүнүн чарчысынын жана өзүнчө бөлүнгөн гармоникалдык чыныгы маанилеринин чарчыларынын суммаларына барабар. Агындын чыныгы мааниси бурчтардын баскычтарынын Ψ_k жылышынан көз каранды эмес .

Ушул сыяктуу, синусоидалык эмес U чыңалуунун чыныгы мааниси тамыр алдындагы турактуу түзүүчүнүн чарчысынын жана өзүнчө бөлүнгөн гармоникалардын чыныгы маанилеринин чарчыларынын суммаларына барабар:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots} \quad . \qquad (11.11)$$

11.4- маселе. Эки уюлдуктун кирүүсүндө:

$$U = 100 + 80\sin(\omega t + 30^0) + 60\sin(3\omega t + 20^0) + 50\sin(5\omega t + 45^0)B;$$

$i = 33{,}3 + 17{,}82 \cdot \sin(\omega t - 18^0) + 5{,}59\sin(5\omega t + 120^0)A.$. Булардын чыныгы маанилерин тапкыла.

Чыгаруу:

$$U = \sqrt{100^2 + \frac{80^2}{2} + \frac{60^2}{2} + \frac{50^2}{2}} = 127{,}1B; \qquad I = \sqrt{33{,}3^2 + \frac{17{,}87^2}{2} + \frac{5{,}59^2}{2}} = 35{,}6A.$$

Модулу боюнча орточо синусоидалык эмес функциянын мааниси. Модул боюнча орточо функциянын мааниси тууралу бул функциянын мезгил ичиндеги модулунун орточо маанисин түшүнөбүз:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} / f(\omega t) / d\omega t. \qquad (11.12)$$

Бул чыныгы мааниден айырмаланып Ψ_k маанисинен көз каранды.

11.5- маселе. Турактуу түзүүчүнүн жана так гармоникаларды кармабаган жана ар бир жарым мезгилде белгисин өзгөртпөгөн функция берилди.

Чыгаруу: Берилген функцияны Фурье катарына ажыраталы:

$$i = I_{1m}\sin(\omega t + \Psi_1) + I_{3m}\sin(3\omega t + \Psi_3) + I_{5m}\sin(5\omega t + \Psi_5) + \dots$$

итегралдан кийин алабыз

$$I_{орт\ мод.боюнча} = \frac{2}{\pi}(I_{1m}cos\Psi_1 + \frac{1}{3}I_{3m}\cos\Psi_3 + \frac{1}{5}I_{5m}\cos\Psi_5 + \dots).$$

§ 11.7. Синусоидалык эмес агындын аракеттүү жана толук кубаттуулуктары

Синусоидалык эмес агындын аракеттүү кубаттуулугу P деп, биринчи гармониканын мезгили ичиндеги заматтык кубаттуулуктун орточо маанисин айтабыз:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T uidt.$$

Эгерде u чыналууну жана i агынды Фурье катарында көрсөтсөк:

$$u = U_0 + U_{1m}\sin(\omega t + \Psi_1) + U_{2m}\sin(2\omega t + \Psi_2) + U_{3m}\sin(3\omega t + \Psi_3) + \dots,$$

$$i = I_0 + I_{1m}\sin(\omega t + \Psi_1 - \varphi_1) + I_{2m}\sin(2\omega t + \Psi_2 - \varphi_2) + I_{3m}\sin(3\omega t + \Psi_3 - \varphi_3) + \dots.$$

Бул катарларды интеграл белгисинин астына коюп жана (11.10) катынашын эске алып интегралдасак, анда алабыз:

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1\cos\varphi_1 + U_2 I_2\cos\varphi_2 + U_3 I_3\cos\varphi_3 + \dots \qquad (11.13)$$

Ошентип, *синусоидалык эмес агындын аракеттүү кубаттуулугу өзүнчө бөлүнгөн гармоникалардын аракеттүү кубаттуулуктарынын суммасына барабар.*

Толук кубаттуулук S синусоидалык эмес чыңалууну чыныгы мааниси менен синусоидалдык эмес агындын чыныгы маанисинин көбөйтүндүсүнө барабар:

$$S = UI, \qquad (11.14)$$

мында

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots}; \qquad I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots}.$$

11.6- маселе. P жана S ти табуу керек, эгерде

$$u = 25{,}9\sin(\omega t - 11^0 40') + 6\sin(3\omega t + 53^0 50')B;$$

$$i = 3\sin(\omega t + 40^0) + 0{,}9\sqrt{2}\sin(3\omega t + 125^0)A..$$

Чыгаруу:

$$U_1 = 25{,}9/\sqrt{2} = 18{,}3B; \qquad U_3 = 6/\sqrt{2} = 4{,}26B;$$

$$I_1 = 2{,}13A; \qquad I_3 = 0{,}9A;$$

$$\varphi_1 = -11^\circ 40' - (-40^\circ) = 28^\circ 20'; \qquad \varphi_3 = -71^\circ 10'.$$

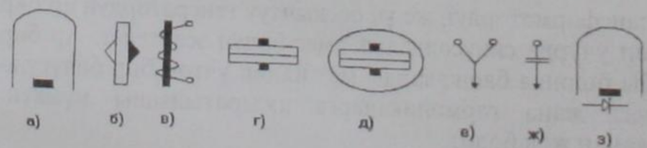
$$P = 18{,}3 \cdot 21{,}3\cos 28^\circ 20' + 4{,}26 \cdot 0{,}9\cos(-71^\circ 10') = 35{,}5\ Вт$$

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_3^2} = \sqrt{18{,}3^2 + 4{,}26^2} = 18.55B; \qquad I = \sqrt{2{,}13^2 + 0{,}9^2} = 2{,}31A;$$

$$S = UI = 18{,}55 \cdot 2{,}31 = 42{,}18BA.$$

Синусоидалык эмес агындарда амперметрлер жана вольтметрлер таасирденүүчү чоңдуктар. Синусоидалык эмес аргындар жана чыңалуулар ар кандай ситемдеги приборлор менен өлчөнүшөт. Бул приборлордун аракеттүү принциби электротехникалык өлчөөлөрдүн крусунда каралат. Ошондуктан, мында ар кандай системдеги амперметрлер жана вольметрлер кандай чоңдуктарга таасирденишинин кээ бирин эскертип кетели.

Электромагниттик, электродинамикалык жана жылуулук системдери- чыныгы маанилерге, түзөткүчү магнитоэлектрлик приборлор- чоңдуктардын маанилери модулу боюнча орточо, түзөткүчү жок магинитоэлектрликтер- турактуу түзүүчүгө, амплитудалык электрондук вольтметрлер- функциянын максималдык маанисине таасирденишет.



11.6-чийме

Эскерте кетели, өлчөөчү прибордун сырткы бетиндеги бардык учурда шарттуу белги бар-бул берилген прибор кайсы системге кирерин күбөлөндүрөт. 11.6-чиймеде булардын кээ бирлери келтирилген:

а-кыймылдуу рамкасы бар магитоэлектрлик, б-кыймылдуу магнити бар магнитоэлектрдик, в-электромагниттик, г-электродинамикалык, д-ферродинамикалык, е-жылуулук, ж-электростатикалык, з-түзөткүчү менен магнитоэлектрлик.

Синусоидалык эмес агындарды жана чыңалууларды тең маанилүү синусоида менен алмаштыруу. Сызыктуу эмес, кээ бир жөнөкөй электр тизмектерин үйрөнүүдө (төртүнчү бапты кара) туруктуу түзүүчүнү камтыбаган синусоидалык эмес агыдар менен чыңалууларды тең маанилүү синусоидалык менен алмаштырылат. Синусоидалык агындын чыныгы мааниси алмашылуучу синусоидалык эмес агындын чыныгы маанисине барабар, ал эми синусоидалык чыңалуусунун мааниси- синусоидалык эмес чыңалуунун маанисине барабар деп алынат.

Тең маанилүү синусоидалык чыңалуу менен агындын арасындагы i_1 баскычынын жылышуу бурчу мындайча алынат, синусоидалык тең маанилүү аракеттүү кубаттуулугу синусоидалык эмес агындын аракеттүү кубаттуулугуна барабар деп

$$\cos\varphi_э = \frac{P}{UI}. \qquad (11.15)$$

11.7- маселе. Мурун каралган маселеде (11.6- маселе) синусоидалык эмес агынды жана чыңалууну тең маанилүү синусоидалык агын жана чыңалуу менен алмаштырып, булардын арасындагы φ, баскычынын жылышуу бурчун табуу керек.

Чыгаруу. Синусоидалык чыңалуунун чыныгы мааниси $U = 18{,}55B$; синусоидалык агындын чыныгы мааниси $I = 2{,}31A$;

$\cos\varphi_э = 35{,}5/(18{,}55 \cdot 2{,}31) = 0{,}828; \quad \varphi_э = 34^0.$

§ 11.8. Үчкө так бөлүнүүчү гармоникалар келтирүүчү үч баскычтуу системдин иштөө өзгөчөлүктөрү

Үч баскычтуу трансформатордун же үч баскычтуу генератордун ар бир баскычынын ЭКК көп учурда синусоидалык эмес болуп эсептелет. Ар бир ЭКК (e_A, e_B, e_C) калыбы боюнча башкаларды мезгилдин үчтөн бир бөлүгүнө жылышып кайталанат жана гармоникаларга ажыратылышы мүмкүн. Туруктуу түзүүчү ар качан жок болот.

Мейли, *А* баскычынын ЭКК *k*- гармоникасы

$$e_{kA} = E_{km} \sin(k\omega t + \Psi_k).$$

Анткени, *В* баскычынын ЭКК *А* баскычын ЭКК нын *Т/3* артта, ал эми *С* баскычынын ЭКК А баскычынын ЭКК Т/3 алдыда жүрөт, анда В жана С баскычтарындагы ЭКК *k*-гармоникасынын ылайыкташышы:

$$e_{KB} = E_{km} \sin\left[k\omega\left(t - \frac{T}{3}\right) + \Psi_K\right] = E_{km} \sin(k\omega t - 120^0 k + \Psi_k);$$

$$e_{KC} = E_{km} \sin\left[k\omega\left(t + \frac{T}{3}\right) + \Psi_K\right] = E_{km} \sin(k\omega t + 120^0 k + \Psi_k);$$

$$k\omega \cdot \frac{T}{3} = k\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{3} = k\frac{2\pi}{3} = 120^0 k.$$

Эгерде $k = 1,4,7,10$ болсо, анда *В* баскычынын ЭККнүн *k*- гармоникасы *А* баскычынын ЭККнүн гармоникасынан 120^0 ка артта жүрөт. Демек, 1,4,7,10, чу гармоникалар түз удаалаштыктагы баскычтар системин пайда кылат.

Эгерде $k = 2,5,8,11,$ болсо анда *В* баскычынын ЭККнүн *k*- гармоникасы *А* баскычынын *k*- гармоникасынын 120^0 алдыда жүрөт. Демек, 2,5,8,чи ж.б.у.с., гармоникалар тескери удаалаштыктын системин пайда кылат.

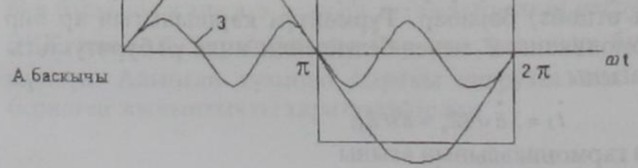
Үчкө так бөлүнүүчү гармоникалар $(k = 3,6,9...)$ нөлдүк удаалаштыктагы системди пайда кылат, ошентип ЭККнүн үчүнчү гармоникасы бардык үч баскычта баскычтары боюнча дал келишет $(3 \cdot 120^0 = 360^0)$:

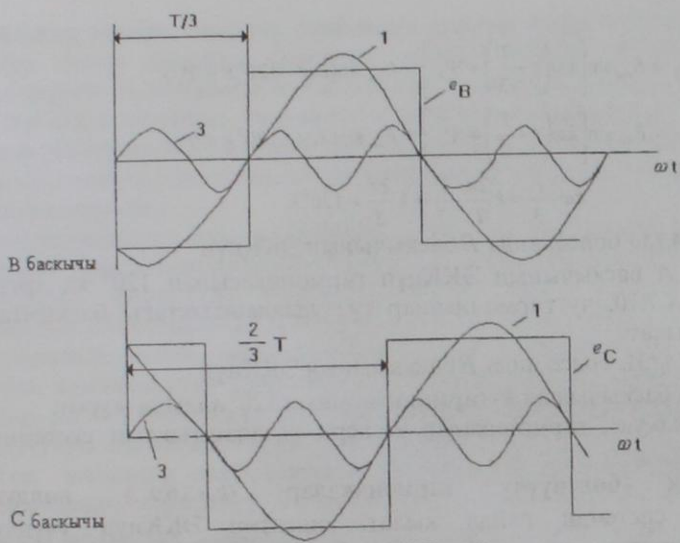
$$e_{3A} = e_{3B} = e_{3C} = E_{3m} \sin(3\omega t + \Psi_3).$$

ЭККнүн алтынчы гармоникасы да баскычы боюнча дал келишет ж.б.у.с..

ЭККнүн үчүнчү гармоникаларынын баскычтары боюнча дал келиши бардык үч баскычта графикалык түрдө сүрөттөйлү.

11.7- чиймеде e_A ,e_B ,e_C ЭККрү өзүлөрүн, үч баскычтуу генератордун үч баскычтуу ЭКК катары көрсөтөт. Алар тик бурчтуу келбетке ээ жана бири-бирине карата негизги жыштыктан мезгилдин үчтөн бир бөлүгүнө жылышылган.





11.7-чийме

Ушул эле чиймеде ар бир ЭКК биринчи жана үчүнчү гармоникалары көрсөтүлгөн. Чиймеде көрүнүп турат ЭКК үчүнчү гармоникасы чындыгында баскычта турат.

Үчкө так бөлүнүүчү гармоникалар пайда кылган үч баскычтуу системдин иштөө өзгөчөлүктөрүн карайлы:

1. Үч баскычтуу генератордун түрмөктөрүнүн үч бурчтук кылып кошууда (11.8-чийме) булар аркылуу сырткы нагрузка жок болсо да үчкө так бөлүнүүчү гармоникалардын агындары өтөт.

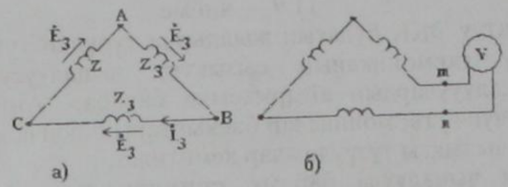
Үч бурчтуктагы ЭКК үчүнчү гармоникаларынын алгебралык суммасы $3E_3$ (үчкө так бөлүнбөгөн ЭКК биринчи гармоникаларынын жана ЭККнүн бардык гармоникаларынын алгебралык суммалары нөлгө барабар, ошондуктан саналган гармоникалар үчүн нагрузка жок болгондо, туюк үч бурчтук аркылуу агын өтпөйт) барабар. Түрмөктүн каршылыгын ар бир баскыч үчүн үчүнчү гармониканы Z_3 менен белгилейли, анда үч бурчтуктагы үчүнчү гармониканын агыны

$$\dot{I}_3 = 3\dot{E}_3/3Z_3 = \dot{E}_3/Z_3;$$

ушул сыяктуу, алтынчы гармоникасынын агыны

$$I_6 = E_6/Z_6,$$

мында E_6- баскычтык ЭКК алтынчы гармоникасынын чыныгы мааниси; Z_6- алтынчы гармоника үчүн баскычтын каршылыгы.



11.8- чийме.

11.8, а- чиймесиндеги түзмөктө туюк үч буручтук аркылуу өтүүчү агындын чыныгы мааниси:

$$I = \sqrt{I_3^2 + I_6^2 + I_9^2 + \ldots}\ .$$

2. Эгерде үч баскычтуу генератордун (үч баскычтуу тансформатор) түрмөктөрүн ачык үч бурчтук кылып туташтырсак (11.8, б- чийме), анда үчкө так бөлүнүүчү баскычтуу ЭККнүн гармоникалары бар болгондо, m жана n кыскычтарында чыңалуу болот да үчкө так бөлүнгөн ЭККнүн гармоникаларынын суммасына барабар:

$$u_{mn} = 3E_{3m}\sin(3\omega t + \Psi_3) + 3E_{6m}\sin(6\omega t + \Psi_6) + \ldots$$

11.8,б- чиймедеги түзмөктө вольтметрдин көрсөтүүсү:

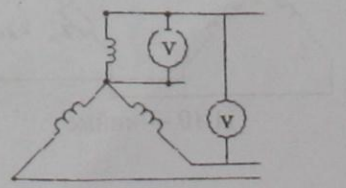
$$U = 3\sqrt{E_3^2 + E_6^2 + \ldots}\ .$$

3. Сызыктуу чыңалууда генератордун (трансформатордун) түрмөктөрүн жылдызча же үч бурчтук кылып кошулушуна карабастан, үчкө так бөлүнүүчү гармоникалар жок болот, эгер нагрузка тең өлчөмдүү болсо.

Башында сырткы нагрузка жок болгондо үч баскычтуу ЭККнин убагы үч бурчтук түрүндө кошулгандыгы түрмөктү (15.8,а-чийме) карайлы. Үчүнчү гармоника боюнча A чекитинин потенциалын φ_{A3} жана B чекитинин потенциалын φ_{B3} белгилейли да, алабыз:

$$\dot{\varphi}_{A3} = \dot{\varphi}_{B3} - \dot{E}_3 + \dot{I}_3 Z_3.$$

Бирок $\dot{E}_3 = \dot{I}_3 Z_3$; демек, $\dot{\varphi}_{A3} = \dot{\varphi}_{B3}$. Үч бурчтук түрүндө туташтырылган тең өлчөмдүү нагрузка бар болгондо, генератордун (трансформатордун) ар бир баскычы жана ага жарыш туташтырылган нагрузка, кандайдыр бир $\dot{E}_3'$ ЭКК жана Z_3' карышылыгы бар тең маанилүү бутак менен алмашышы мүмкүн. Алынган түзмөкө сырткы нагрузка жок болгондогу учур үчүн берилген жыйынтыкты таратууга болот.



11.9 — чийме

Үч баскычтуу ЭКК булагын жылдызча түрүндө туташтырууда (11.9-чийме) үчүнчү гармониканын сызыктуу чыңалуусу ылайыкташкан баскычтык чыңалуулардын айырмасына барабар. Анткени, баскычтык чыңалууларда үчүнчү гармоникалар баскычтары боюнча дал келишет, анда мындай айырмачылыкты түзүүдө алар кемитилет.

Баскычтык чыңалууда бардык гармоникалар катышышы мүмкүн (турактуу түзүүчүсү дайыма болбойт). Демек, баскычтык чыңалуунун чыныгы мааниси:

$$U_{ф} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots} .$$

11.9-чийменин тизмегидеги сызыктуу чыңалууда үчкө так бөлүнүүчү гамоникалар болбойт,ошондуктан

$$U_C = \sqrt{3}\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_4^2 + \dots}$$

Катыш $U_C / U_ф \langle \sqrt{3}$, эгер, үчкө так бөлүнүүчү гармоникалар болсо.

4. Нөлдүк зымы болбогондо генераторду жана тең өлчөмдүү нагрузканы жылдызча түрдө туташтырганда үчүнчү жана башка гармоникалардын агындары нөлдүк удаалаштыкта сызыктуу зымдар боюнча өтүшү мүмкүн эмес. Ошондуктан кабыл алгычтын O' нөлдүк чекити менен генератордун O чекитинин ортосунда аракет кылуучу чыңалуу (11.10-чийме, $Z_0 \approx \infty$ болгондо)

$$u_{0'0} = E_{3m}\sin(3\omega t + \Psi_3) + E_{6m}\sin(6\omega t + \Psi_6') + \dots,$$

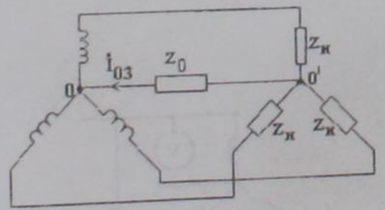
мунун чыныгы мааниси

$$U_{0'0} = \sqrt{\frac{E_{3m}^2}{2} + \frac{E_{6m}^2}{2} + \dots}$$

5. Эгерде жылдызча- жылдызча түзмөгүндө тең өлчөмдүү баскыч нагрузкасында үчүнчү гармоника үчүн нагрузканын каршылыгын $Z_{н3}$ деп белгилеп, ал эми үчүнчү гармоника үчүн нөлдүк зымдын каршылыгы — Z_{03} (11.10-чийме), анда нөлдүк зым боюнча үчүнчү гармониканын агыны өтөт:

$$\dot{I}_{03} = \frac{\dot{E}_3}{Z_{03} + \dfrac{Z_{н3}}{3}} .$$

Акыркы туюнтма кайсы бир баскыч менен нөлдүк зымдан пайда болгон чөйрөсызык үчүн Кирхгофтун экинчи мыйзамы боюнча теңдеме түзүү жолунда алынган.



11.10 — чийме

Ар бир сызыктуу зымдар боюнча үчүнчү гармониканын $I_{03}/3$ агын өтөт.

11.8- маселе. Үч баскычтуу генератордун A баскычынын чыңалуусунун заматтык мааниси

$$u_A = 127\sin(\omega t + 10^0) + 30\sin(3\omega t + 20^0) + 20\sin(11\omega t + 15^0)B.$$

Генераторду жылдызча түрүндө туташтырганда U_{AB} сызыктуу чыңалуусунун заматтык маанисин табуу керек.

Чыгаруу. Сызыктуу чыңалууда үчүнчү гармоника болбойт. A жана B баскычтарынын биринчи гармоникалары баскычтары боюнча 120^0 ка жылышкан. Ошондуктан биринчи гармониканын U_{AB} сызыктуу чыңалуусу биринчи гармониканын U_A баскычтуу чыңалуусунан i_3 кө чоң андан баскычы боюнча 30^0ка алдыда жүрөт.

Сызыктуу чыңалуунун он биринчи гармоникасы (баскычтардын удаалаштыктарынын тескериси) баскычы боюнча A баскычтын он биринчи гармоникаларынын чыңалуусунан 30^0ка артта жүрөт жана кө андан чоң:

$$U_{AB} = 127\sqrt{3}\sin(\omega t + 40^\circ) + 20\sqrt{3}\sin(11\omega t - 15^\circ)B .$$

11.9- маселе. Мүнөздөгүчтөрү R=20 Ом, C=11,8*мкФ*, L=95.5 мГ барабар болгон удаалаш туташтырылган тизмекке чыңалуу берилген (вольт менен)

$$u = 200\sin(\omega t - 45^\circ) + 50\sin(3\omega t - 90^\circ) + 50\sin 5\omega t.$$

Аракеттүү каршылыктагы чыңалуунун заматтык маанисин аныктоо керек. Мындан тышкары кыскычтардагы агын менен чыңалуунун чыныгы маанилерин, аракеттүү кубаттуулукту жана кубаттуулуктун коэффициентин эсептөө керек, эгерде [illegible] *рад/сек* болсо.

Чыгаруу: Тизмектин каршылыктарын эсептөө: эпкиндүү карышылык жыштыкка шайкеш келет, ошондуктан биринчи, үчүнчү жана бешинчи гармоникаларга ээ болобуз.

$$X_{L1} = \omega L = 314 \cdot 99{,}5 \cdot 10^{-3} = 30Ом;$$

$$X_{L3} = 3X_{L1} = 3 \cdot 30 = 90Ом;$$

$$X_{L5} = 5X_{L1} = 5 \cdot 30 = 150Ом.$$

Ошол эле гормоникалар үчүн сыйымду каршылык:

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 11{,}8 \cdot 10^{-6}} = 269{,}89Ом;$$

$$X_{C3} = \frac{X_{C1}}{3} = \frac{269{,}89}{3} = 89{,}96Ом;$$

$$X_{C5} = \frac{X_{C1}}{5} = \frac{269{,}89}{5} = 53{,}89Ом.$$

Каралган гармоникалар үчүн тизмектеги толук каршылык:

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2} = \sqrt{20^2 + (30 - 269{,}89)^2} = 240{,}72Ом;$$

$$Z_3 = \sqrt{R^2 + (X_{L3} - X_{C3})^2} = \sqrt{20^2 + (90 - 89{,}96)^2} = 20Ом;$$

$$Z_5 = \sqrt{R^2 + (X_{L5} - X_{C5})^2} = \sqrt{20^2 + (150 - 58{,}98)^2} = 98{,}1Ом;$$

Гармоникалардын агынын аныктоо. Биринчи гармоника үчүн агындын максималдык мааниси:

$$I_{1m} = U_{1m} / Z_1 = 200 / 240{,}72 = 0{,}831A.$$

Аракеттүү R каршылыктагы биринчи гармоника үчүн чыңалуунун максималдык мааниси:

$$U_{1m} = I_{1m} \cdot R = 16{,}62B.$$

Биринчи гармоникадагы чыңалуу менен агындын ортосундагы баскычтык жылышуусу төмөнкү теңдеме менен аныкталат:

$$tg\varphi_1 = (X_{L1} - X_{C1})/R = -11{,}995$$

мындан

$$\varphi_1 = arctg(-11{,}995) = -85^0.$$

Тизмекте биринчи гармониканын жыштыгында сыйымдуу карышылык басымдуурак болгондуктан $(X_{C1} \rangle X_{L1})$, агын чыңалуудан -85^0тук бурчта алдыда, ошондуктан

$$U_1 = 16{,}62\sin(\omega t - 45^0 - \varphi_1) = 16{,}62\sin(\omega t + 40^0)B.$$

Үчүнчү гармоника үчүн агындын максималдык мааниси:

$$I_{3m} = U_{3m}/Z_3 = 50/20 = 2{,}5A.$$

Аракеттүү R каршылыктагы үчүнчү гармоника үчүн чыңалуунун максималдык мааниси:

$$U_{3m} = I_{3m} \cdot R = 2{,}5 \cdot 20 = 50B.$$

Үчүнчү гармоникада чыңалуу менен агындын ортосундагы баскыч боюнча жылышуу $\varphi_3 = 0$, анкени жыштыкта тизмектен чыңалуулардын резонансы пайда болот $(X_{L3} = X_{C3})$, буга ылайык

$$U_3 = 50\sin(\omega t - 90^0)B.$$

Бешинчи гармоника үчүн ээ болобуз:

$$I_{5m} = U_{5m}/Z_5 = 50/98{,}1 = 0{,}51A.$$

Аракеттүү R карышылыгы бешинчи гармоника үчүн чыңалууну максималдык мааниси:

$$U_{5m} = I_{5m} \cdot R = 0{,}51 \cdot 20 = 10{,}2B.$$

Бешинчи гармоникадагы чыңалуу менен агындын ортосундагы баскычтык жылышуу:

$$tg\varphi_5 = (X_{L5} - X_{C5})/R = 90{,}02/20 = 4{,}8$$

$$\varphi_5 = 78^0 14.$$

Бул φ_5 бурчуна бешинчи гармониканын агыны чыңалуудан артта жүрөт, анкени тизмекте эпкиндүү каршылык басымдуулук кылат $(X_{L5} \rangle X_{C5})$. Буларга ылайык

$$U_5 = 10{,}2\sin(5\omega t - 78^0 14')B.$$

Чыңалуунун заматык маанисин гармоникалардын чыңалууларын суммало аркылуу табабыз(вольт менен)

$$u = U_1 + U_3 + U_5 = 16{,}62\sin(\omega t + 40^0) + 50\sin(3\omega t - 90^0) + 10{,}2\sin(5\omega t - 78^0 14')B.$$

Тизмектеги агындын чыныгы мааниси

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{I_{1m}^2 + I_{3m}^2 + I_{5m}^2} = 0{,}707\sqrt{0{,}831^2 + 2{,}5^2 + 0{,}51^2} = 1{,}897A.$$

Зарде булагындагы чыңалуунун чыңыгы мааниси:

$$U = 0{,}707\sqrt{200^2 + 50^2 + 50^2} = 149{,}98B.$$

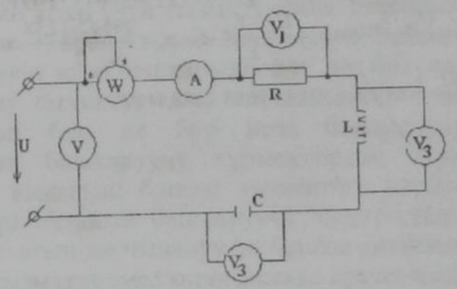
Тизмектин аракеттүү кубаттуулугу бөлүнгөн гармоникалардын аракеттүү кубаттуулуктарынан кошулат, же биздин учурда

$$P = P_1 + P_3 + P_5 = \frac{U_{1m}I_{1m}}{2}\cos\varphi_1 + \frac{U_{3m}I_{3m}}{2}\cos\varphi_3 + \frac{U_{5m}I_{5m}}{2}\cos\varphi_5 = \frac{200 \cdot 0{,}831}{2}\cos(-85^0) +$$

$$+\frac{50 \cdot 25}{2}\cos 0^0 + \frac{50 \cdot 0{,}51}{2}\cos 78^0 14' = 72{,}4B.$$

Кубаттуулук коэффициенти:

$$\cos\varphi = \frac{P}{I \cdot U} = \frac{72{,}4}{1{,}897 \cdot 149{,}98} = 0{,}255.$$



11.11 —чийме

11.10-маселе. 11.11-чиймедеги тизмектин чыгуудагы чыңалуу (вольт менен) $u = 200\sqrt{2}\sin\omega t + 70\sqrt{2}\sin 3\omega t$, мында $\omega = 314\, рад/сек$.

Түзмөктө белгиленген приборлордун көрсөтүүлөрүн аныктагыла, эгерде тизмектин мүнөздөгүчтөрү: $R = 10Ом$; $L = 31{,}38мГ$, $C = 106мкФ$.

Чыгаруу. 11.9- маселеси сыяктуу гармоникалар үчүн эпкиндүү жана сыйымдуу каршылыктарды аныктайбыз:

$$X_{L1} = \omega L = 314 \cdot 31{,}8 \cdot 10^{-3} = 9{,}99Ом; \qquad X_{L3} = 3X_{L1} = 3 \cdot 3{,}99 = 29{,}97Ом;$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 106} = 30{,}05Ом; \qquad X_{C3} = \frac{X_{C1}}{3} = \frac{30{,}05}{3} = 10{,}02Ом.$$

Гармоникалар үчүн тизмектеги толук каршылыктар:

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2} = \sqrt{10^2 + (9{,}99 - 30{,}05)^2} = 22{,}41Ом;$$

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + (X_{L3} - X_{C3})^2} = \sqrt{10^2 + (29{,}97 - 10{,}02)^2} = 22{,}32Ом.$$

Агындын гармоникаларынын амплитудалык маанилерин жана агын менен чыңалуунун баскычтык жылышууларын аныктоо:

$$I_{1m} = \frac{U_{1m}}{Z_1} = \frac{200\sqrt{2}}{22{,}41} = 12{,}58A; \quad tg\varphi_1 = (X_{L1} - X_{C1})/R = -2{,}006; \quad \varphi_1 = -63^0 30'.$$

$$I_{3m} = \frac{U_{3m}}{Z_3} = \frac{70\sqrt{2}}{22{,}32} = 4{,}42A; \quad tg\varphi_3 = (X_{L3} - X_{C3})/R = 1{,}995; \quad \varphi_3 = 63^0 24'$$

Тизмектеги агындын чыныгы мааниси

$$I = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{I_{1m}^2 + I_{3m}^2} = 0{,}707\sqrt{12{,}52^2 + 4{,}42^2} = 9{,}43A.$$

Зарде булагынын чыңалуусунун чыңыгы мааниси

$$u = 0{,}707\sqrt{U_{1m}^2 + U_{3m}^2} = 0{,}707\sqrt{282^2 + 98{,}7^2} = 211{,}23B.$$

Өлчөнгөн агындар боюнча гармоникалык агындардын чыныгы маанилерин билип, приборлордун көрсөттүүлөрүн аныктайбыз:

$$U_1 = I \cdot R = 9{,}43 \cdot 10 = 94{,}3B; \quad U_{21} = I_1 \cdot X_{L1} = 8{,}92 \cdot 9{,}99 = 89{,}1;$$

$$U_{12} = I_2 \cdot X_{L3} = 3{,}135 \cdot 29{,}97 = 93{,}95; \quad U_2 = \sqrt{U_{L1}^2 + U_{L3}^2} = \sqrt{89{,}1^2 + 93{,}95^2} = 129{,}5B.$$

$$U_{C1} = I_1 \cdot X_{C1} = 8{,}92 \cdot 30{,}05 = 268{,}1B;$$

$$U_{C2} = I_2 \cdot X_{C3} = 3{,}135 \cdot 10{,}2 = 31{,}4B; \quad U_3 = \sqrt{U_{C1}^2 + U_{C3}^2} = \sqrt{268{,}1^2 + 31{,}4^2} = 269{,}9B.$$

Биздин учурда аракеттүү кубаттуулук:

$$P = P_1 + P_3 = \frac{U_{1m} \cdot I_{1m}}{2}\cos\varphi_1 + \frac{U_{3m} \cdot I_{3m}}{2} \cdot \cos\varphi_3 = \frac{200\sqrt{2} \cdot 12{,}58}{2}\cos(-63^0 30') +$$

$$+\frac{70\sqrt{2} \cdot 4{,}42}{2}\cos 63^0 24' = 791{,}4 + 96{,}98 = 888{,}44BT.$$

ОН ЭКИНЧИ БАП
ӨЗГӨРҮЛМӨ АГЫНДЫН СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ЭЛЕКТР ТИЗМЕКТЕРИ.

§12.1. Сызыктуу эмес каршылыктарды үч негизги топко бөлүштүрүү

Өзгөрүлмө агындын сызыктуу эмес электр тизмектери деп өзгөрүлмө агындын электр тизмектеринин курамына бир же бир нече сызыктуу эмес каршылыктар кирсе айтабыз. .

Китептин биринчи бөлүгүндө белгилүү өзгөрүлмө агын өткөндө аракеттүү каршылыктар гана карышылык көрсөтпөстөн, ошндой эле каршылыкты эпкиндүүлүктөр жана сыйымдуулуктар да көрсөтөт. Ушунун негизинде өзгөрүлмө агын үчүн сызыктуу эмес карышылыктарды үч топко бөлүштүрүүгө болот: 1) аракеттүү, 2) эпкиндүү, 3) сыйымдуу. Бул топтордун ар бири башкарылуучу жана башкарылбоочу деп бөлүнөт.

Башкарылуучу сызыктуу эмес каршылыктар дайыма башкаруучу тизмекке кошулган бир же бир нече башкаруучу электроддордон (кыскычтардан) же башкаруучу түрмөктөрдөн турат. Агынга жана чыңалууга аракет кылып,эң башкы тизмектеги каршылыктын чоңдугун башкарууга мүмкүн. Атайын башкаруучу электроддор же оромдор жок болсо, башкаруучу агын же чыналуу эң башкы тизмектеги электроддор же оромдор аркылуу сызыктуу эмес каршылыкка аракет кылууга болот.

Сызыктуу эмес аракеттүү каршылыктын жалпы мүнөздөмөсү. Башкарылуучу сызыктуу эмес аракеттүү каршылыктар катары үч-(жана андан көп электроддуу) лампалар, тразисторлор тиристорлор кеңири таралууга ээ болду.

Башкарылбоочу сызыктуу эмес аракеттүү карышылыктарга электрлик жаа, германий жана кремний түзөткүчтөрү, триттик каршылыктар, термисторлор, бареттерлер, кызытма лампалар ж.б. булардын негизги касиеттери жана вольт-амперлик мүнөздөмөлөрү тогузунчу бапта талкууга алынган.

Сызыктуу эмес аракеттүү карышылыктарды, каршылык аркылуу агындан өтүшү менен жылуулук темпратурасынын каршылыкка жана вольт-амперлик мүнөздөмөнүн калыбына жасаган таасири аркылуу бөлүштүрүүгө болот.

Анткени, жылуулук жараяндары (жылытуу жана муздатуу жараяндары) инерциалдык жараяндар болот, анда каршылыктын, вольт-амперлик мүнөздөмөнүн сызыктуу эместиги негизинен карышылык аркылуу агын өткөндө темпратуранын өзгөрүшү менен шартталганы үчүн инерциалдык деп алынган.

Каршылыктын вольт-амперлик, мүнөздөмөнүн сызыктуу эместиги башка (жылуулук эмес)жараяндары аркылуу шартталса, анда инерциалдык эмес деп кабыл алынган.

Инерциалдык каршылыктардын топторуна электрлик кызытма лампасы, термистор, бареттер, ал эми инерциалдык эмес крышылыктардын топторуна электрондун лампалар, жана жарым өткөргүчтүү диоддор жана транзисторлор кирет.

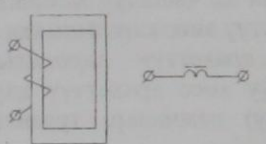
§12.2 Сызыктуу эмес эпкиндүү карышылыктарынын жалпы мүнөздөмөсү.

Сызыктуу эмес эпкиндүү карышылыктар, же сызыктуу эмес эпкиндүүлүктөр аркылуу туюк ферромагниттик материалдын өзөгүнө оролгон оромдордон турган эпкиндүү түрмөктөрдү түшүндүрүүгө болот. Булар үчүн өзөктөгү магнит агымынын ором аркылуу өтүүчү агындан көз карандылыгы сызыктуу эмес. Мындай түрмөктөрдүн эпкиндүү карышылыгы өзгөрүлмө ашгындын өтүшүнө өбөлгө түзгөн турактуу эмес, ал өзгөрүлмө агындын чоңдугунан көз каранды.

Болот өзөгүнөн турган эпкиндүү каршылыкты кээ бир учурда болот өзөктүү дроссел деп аташат.

Сызыктуу эмес эпкиндүүлүктөр башкарылуучу жана башкарылуучу эмес деп бөлүнүшөт, бирок инерциалдык эмес жана инерциалдуу деп бөлүнүшпөйт, себеби булардын сызыктуу эместиги ферромагниттик материалдын касиеттерине байланышкан, ал эми жылуулук эффектилери менен байланышпайт.

Электр түрмөктөрүндө сызыктуу эмес эпкиндүүлүктү оромдору бар туюк өзөк түрүндө белгиленет, (12.1, а-чийме) же 12.1,б-чиймедеги сыяктуу.



а) б)

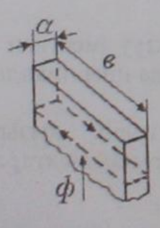
12.1-чийме

Сызыктуу эмес эпкиндүүлүктөрдүн өзөктөрүн салыштырмалуу төмөнкү жыштыктарда дайыма эки түрдүү жасашат: пакеттүү эшилме зым (спираль).

Пакеттүү өзөктөр шакек түрүндөгү ферромагниттик материалдын пластинкаларынан турат жана П-же Ш-образдуу калыпта болот.

Эшилме зым өзөктөрүн жука ферромагниттик лентадан жасашат, калыбы боюнчакысып оролгон саат пружинасы түрүндө болот.

Пакеттин пластиналарын жана эшилме зымдын өз-өзүнчө оромдорун бири-биринен эмал лагы менен, ошондой эле эрүүн айнек же башка обочолугу курамы менен бөлүшөт, анан бышырылат.



12.2-чийме

Жогорку жыштыктарда баракча өзөкчөлөрүндө жоготуулар тез өсөт, ошондуктан жогорку жыштыкта иштөө үчүн өзөктөрдү ферриттен жасашат.

Сызыктуу эмес эркиндүүлүктөрдүн өзөктөрүндөгү жоготуулары куюндуу агындар аркылуу шарттальшы. Эгер, болот өзөгү бар эпкиндүү түрмөк аркылуу өзгөрүлмө агын өтсө, анда өзөктө өзгөрүлмө магнит агымы пайда болот, мунун аракети астында өзөктүн баракчаларында куюндуу агындар түзүлөт. 12.2- чиймеде өзөктүн бир баракчасы көрсөтүлгөн.

Мейли магнитагымы көбөйүп жогору багытталсын (баракча узатасынан) . баракчанын тегиздигинде, магнит агымына перпендикулярдуу, электромагниттик эпкин мыйзамынын негизинде ЭКК пайда болот. Бул ЭКК андан куюндуу деп аталган агынды келтирет. Куюндуу агын аркылуу кошулган чөйрөсызык үзгүлтүктүү сызык менен 12.2-чиймеде көрсөтүлгөн. Ленцтин мыйзамы боюнч а куюндуу агын, аларды пайда кылган агымга салыштырмалуу агынды түзүүгө умтулат.

Куюндуу агынга баракчадагы зарденин жоголушу баракчанын чөйрөсызыгындагы келтирилген ЭККнын чарчысынан шайкеш, жана чөйрөсызыктын каршылыгына тескери шайкеш. Чөйрөсызыктарда пайда боуучу ЭКК, мындагы бириккен куюндуу агындар берилген баракчанын *в* жазылыгында баракчанын калыңдыгы *а* га, эпкиндин амплитудалык маанисине жана жыштыкка шайкештүү. Өз кезегинде чөйрөсызыктын карышылыгы чөйрөсызыкытын периметрине жана салыштырмалуу каршылыгына шайкеш. *в»а* болгондо чөйрөсызыктын периметри баракчанын калыңдыгынан дээрлик көз каранды эмес. Ошондуктан, куюндуу агындарга зарденин жоголушу эпкиндин амплитудасынын чарчысынын маанисине, жыштыктын чарчысына жана баракчанын калыңдыгынын чарчысына шайкештүү.

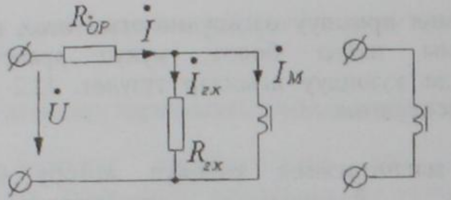
Баракчалуу өзөктө куюндуу агындарга жоготууну азайтуунун эки жолу бар: 1) Өзөктүү жука бири-биринен обочолонгон баракчалардан даярдашат; 2) ферромагниттик материалга кошулмаларды кошуу менен анын салыштырмалуу каршылыгын жогорулатуу.

Жыштык 50Гц болгондо баракчанын калыңдыгы 0,35-0,5мм; жогорку жыштык болгондо 0,005 мм ге чейин болот.

Өзөктө куюндуу агындардан жоготуудан тышкары, башка жоготуулар гистерезис жана магниттик илээшкектик менен байланышкан.

§ 12.3. Сызыктуу эмес эпкиндүүлүктүн алмаштыруу түзмөгү.

12.1, а-чиймедеги сызыктуу эмес эпикндүүлүктү эсептөөгө карата 12.3, а-чиймедеги түзмөк түрүндө берүүгө болот. Мында ойдогудай сызыктуу эмес эпкиндүүлүккө (жоготуу жок) жарым $R_{ГК}$ каршылыгы кошулган, өзөктө гистерезис жана куюндуу агындарга зарденин жоготуулары жоюштурулат, ал эми удаалаш оромдун өзүнүн аракеттүү R_{OP} каршылыгы кошулган; $\dot{U}$ -сызыктуу эмес эпикндүүлүктөгү чыңалуу.



а) б)

12.3-чийме

Буга чейин белгиленгендей, зарденин гистерезис жана куюндуу агындарга жоготуулары $P_{Г.К}$ ферромагниттик материалдын сапатынан жана өзөктүк баракчаларынын калыңдыгынан көз каранды.

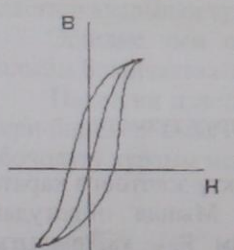
Эгер өзөктүн төмөнкү сапаттагы магниттик материалдан даярдалса, анда жоготуулар салыштырмалуу бир топ жогору, ал эми $R_{Г.К}$ каршылыгы да жогору жана $\dot I_{Г.К} = \frac{\dot U}{R_{Г.К}}$ ойдогудай сызыктуу эмес эпкиндүүлүктөн өтүүчү $\dot I_м$ агынына өлчөмдөш болушу мүмкүн. Бул учурду $R_{Г.К}$ каршылыгы бар бутакты эсептөөдө зарыл деп эске алуу керек.

Эгер өзөк жогорку сапаттагы магниттик жумшак материалдын жука баракчаларынан даярдалса, анда өзөктөгү жоготуулар аз, ал эми

$R_{Г.К} = \frac{U^2}{P_{Г.К}}$ каршылыгы абдан чоң жана каршылыгы $R_{Г.К}$ болгон бутакты эске албай, аны жок деп эсептеш керек.

Көп учурда, дагы бир жөнөкөйлөтүү киргизилет: оромдордун R_{OP} аракеттүү каршылыгын анчалык чоң эмес, деп андагы чыңалуунун төмөндөшү менен эсептеш керек. Ушул сыяктуу эле жөнөкөйлөтүү, сызыктуу эпкиндүүлүктөрдү эсептөөдө тез-тез кылынат. Бул учурда болот өзөктүү түрмөктүн каршылыгы анык эпкиндүү болуп саналат (тийешелүү алмаштыруу түзмөгү 12.3,б-чиймеде көрсөтүлгөн).

12.3, а-чиймедеги алмаштыруу түзмөгүнөн 12.3,б-чиймедеги алмаштыруу түзмөгүнө өтүү тизмекти женилдетип эсептөөгө умтулуу жолу б.е. Мында сызыктуу эмес негизги пайдалуу эффект эске алынат-эпкин В менен чыңалуулук Нтын ортосундагы сызыктуу эместиги. Кошулган зыяндуу эффектилер-өзөктөгү гистерезис жана куюндуу агындар себебинен болгон жоготуулар эске алынбайт.

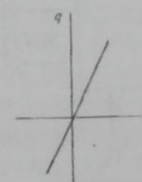


12.4-чийме

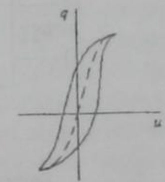
Мезгилдүү жараянда В менен Н тын ортосундагы сызыктуу эместик эске алынат, эсептөө ийри сызык аркылуу жүргүзүлүп абсциссалар чектик гистерезис илмегинин бутактарынын жогорулоочу жана төмөндөөчү абсциссаларынын жарым суммасына барабар (12.4-чийме)

§12.4. Сызыктуу эмес сыйымдуулук каршылыктарынын жалпы мүнөздөмөсү.

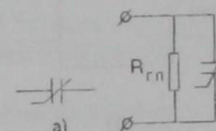
Дайыма колдонулуучу конденсаторлордо, обкладкалары диэлектриктик өтүмдүүлүгү электр майданынын чыңалуусунан функция болуп эсептелбеген заттар аркылуу бөлүнгөн. Булар үчүн бир обкладкасындагы q дүрмөттүн заматтык маанисинин обкладкалардын аралыгындагы u чыңалуунун заматтык маанисинен көз карандылыгы (кулон-вольттук мүнөздөмө) түз сызыкты көрсөтөт (12.5-чийме), ал эми булардын сыйымдуулугун u чыңалуусунан көз каранды эмес. Сызыктуу эмес конденсаторлор үчүн q нун u дан көз карандылыктары сызыктуу эмес. (12.6-чийме)



12.5-чийме



12.6-чийме



12.7-чийме

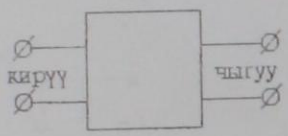
Сызыктуу эмес конденсаторлорду ошондой эле вариконд деп аташат. Электр түзмөктөрүндө 12.7,а-чиймеге ылайык белгилешет. Вариконддун обкладкаларынын ортосундагы мейкиндикти сегнетодиэлектирик менен толтурашат. Сегнетодиэлектрик зат деп, диэлектрик өтүмдүүлүгү электр майданынын чыңалуулугунан функция болсо айтабыз. «Сегнетодиэлектрик » деп аташканын себеби, биринчи жолу мындай касиет сегнето тузунун кристалында табылган. Элетирдик гистерезис деп электйир жылышуусу D нын өзгөрүшүнүн электр чыңалуулугунун өзгөрүшүнөн артта калуу кубулушун айтабыз. Ферромагниттик заттар сыяктуу эле координаталар D, E де гистерезис илмегинин аянты майдандын жай өзгөрүшүндө сигнетодиэлетириктин E нин бир мезгил ичиндеги өзгөрүшүндө электр гистерезисинин көлөм бирдигиндеги жоготулушун мүнөздөйт. Варикондордо гистерезисте жоготуусунан тышкаары дагы жоготуулар сегнетодиэлектириктин өткөргүчтүгү нөлгө барабар эместигине, ошондой эле поляризация жараяндарынын илээшкектигине шартталган.

Алмашуу түзмөгүндө варикондду жарыш кошулган ойдогудай (жоготуусу жок) вариконд түрүндө көрсөтүүгө болот жана бутактагы аракеттүү $R_{Г.П.}$ каршылыгындагы жоготууларды варикондо аракеттүү жоготуулар менен эсептөө жагынан окошоштурулат (4.7,б-чийме).

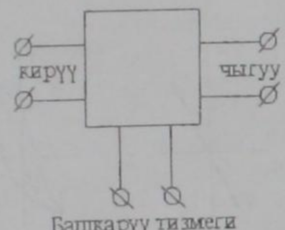
Варикондду жоготуулардын бар болушу зыяндуу сырткаары эффекти болуп саналат. Сегнетодиэлектириктин сапаты канча жогору болсо, гистерезис илмеги ошончолук тарыраак жана андан жоготуулар аз болот. Варикондогу камтыган электр тизмектеринин касиеттерин изилдөөдөгү жеңилдетүү үчүн гистерезисти жана башка жоготуулар дайыма эске алынбайт жана $q = f(u)$ көз карандылыгын 4.6-чиймеде үзгүлтүктүү ийри сызык түрүндө кабыл алынат. Анын абсциссасы бутактардагы гистересиздик илмектин чекиттик көтөрүүлүчү жана төмөндөөчү жарым суммасына барабар.

§12.5. Сызыктуу эмес электр тизмектеринин жардамы менен жүргүзүлүүчү негизги өзгөртүп түзүүлөр

12.8,а-чиймеде түзмөктүк төрт уюлдук курамына кирүүчү бир же бир нече сызыктуу эмес каршылыктар көрсөтүлгөн. Мындай төрт уюлдукту сызыктуу эмес деп айтабыз.



а)



б)

12.8-чийме

12.8,б-чиймеде сызыктуу эмес алты уюлдук көрсөтүлгөн. Төрт уюлдуктан айырмаланып ал дагы эки кошумча кыскычка (уюлга) ээ, ага чыңалууну жана агынды башкаруучу кошулат.

Сызыктуу эмес төрт уюлдук алты уюлдуктун жардамы менен бир нече керектүү өзгөртүүлөрдү жүргүзүүгө мүмкүн:

1.Өзгөрүлмө агынды турактуу агынга өзгөртүп түзүү. Буга негизделген түзүлүштөр түзөткүчтөр деп аталат.

2. Турактуу агынды өзгөрүлмө агынга автогенераторлор жана инверторлор деп аталган түзүлүштөрдүн жардамы менен өзгөртүп түзүү.

3. Жыштыкты көбөйтүүнү жүргүзүү, бул төрт уюлдуктун чыгуусундагы чыңалуунун жыштыгын кирүүдөгү чыңалуунун жыштынан бир нече жолу чоң кылып алуу. Төрт уюулдуктун жардамы менен жыштыкты көбөйтүүнү төрт уюлдуктарды жыштыкты көбөйтүүчүлөр деп аташат.

4. Жыштыкты көбөйтүүгө тескери аткарылуучу операцияны, жыштыкты бөлүүчү төрт уюлдук деп аташат.

5. Чыңалууну (агынды) стабилдештирүү (турактуу абалга келтирүү) үчүн, төрт уюулдуктун чыгуусунда чыңалууну (агынды) чоңдугу боюнча өзгөрүлбүүчү деп алынат, канчалык кирүүдөгү чыңалуунун чоңдугу өзгөрүлсө дагы. Мындай төрт уюлдукту чыңалуунун (агындын) стабилизатору (турактоочу) деп аташат.

6. Ченемдөөнү жүргүзүү. Ченемдөө жараяны деп, төрт уюлдуктун кирүүсүнөн өтүүчү жогорку жыштыктагы термелүүнүн амплитудасы (фаза

же жыштык) мындай өзгөрүлсө, анын өзгөрүү мүнөздөмөсү төмөнкү жыштыктагы башкаруучу белгинин өзгөрүү мүнөздөмөсү төмөнкү жыштыктагы башкаруучу белгинин өзгөрүү мүнөздөмөсүн кайталаса айтабыз. Бул үчүн дайындалган түзүлүштү ченмдөөчү(модулятор) деп аташат.

7. Ченемдөөгө тескери жүргүзүү үчүн, жогорку жыштыкта бекитилип ченемделген термелүүдөн төмөнкү жыштыктагы белгини алуу керек. Ченемдөөгө тескери түзүлүш демодулятор же детектор деп аталат.

8. Кирүүдөгү чыңалуунун калыбын каалагандай өзгөртүп түзүү. Мисалы, сызыктуу эмес төрт уюлдуктун кирүүсүнө синусоида калыбындагы чыңалууну берип, анын чыгуусунан тик бурчтуу же чоку түрүндөгү калыптарды алууга мүмкүн.

9. Чыңалууну (агынды) күчөтүүнү же ишке ашыруу үчүн, сызыктуу эмес түзүлүштүн чыгуусунан чоң чоңдуктагы чыңалууну алуу керек, анын кирүүсүндөгү башкаруучу чыңалууга салыштырмалуу. Башкаруучу чыңалуу турактуу же өзгөрүлмөлүү болушу мүмкүн.

Трансформаторлордун жардамы менен да чыңалууну күчөтүүгө болот, бирок башкаруучу тизмектеги зарденин кабыл алгычы сызыктуу эмес каршылыктардагы чыңалуунун күчөткүчтөрүндө жүз, миң андан тышкаары жүз миң жолу күчөткүчтүн чыгуусунан аз болушу мүмкүн, анда колдонулуп жүргөн трансформаторлордо бул зарделер жакындатылганда барабар. Сызыктуу эмес каршылыктардагы чыңалуунун күчөткүчтөрү күчөтүүнүн коэффициентин салмактуулук менен өзгөрткөндө өзгөрүлмөлүү гана эмес ошондой эле турактуу чыңалуунун күчөтүүгө мүмкүнчүлүк түзөт.

10. Кубаттуулукту күчөтүүнү жүргүзүү үчүн түзүлүштүн чыгуусундагы чоңураак кубаттулукту, башкаруучу тизмекке кирүүчү кубаттулуктан бөлүп алуу керек. Сызыктуу эмес түзүлүштөр электирдик жолдун жардамы менен функцияларды эки, үч жана андан жогорку жолу көбөйтүүдө кеңири колдонулат. Ошондой эле электирлик эсептөөчү жана эстеп калуучу түзүлүштөрдө сызыктуу эмес чыпка катары логикалык түзүлүштөрдө да колдонулат. Сөзсүз түрдө, бул түзүлүштөр техниканын өнүгүшүндө жана сызыктуу эмес тизмектердин касиеттерин окуп үйрөнүүдө жана да башка функцияларды аткарууда колдонулушу мүмкүн.

§12.6. Сызыктуу эмес тизмектерде байкалуучу кээ бир физикалык кубулуштар

Өзгөрлүмө агындын электр тизмектеринин карамындагы сызыктуу эмес эпкиндүүлүктө жана сызыктуу сыйымдуулукта же сызыктуу эмес сыйымдуулукта жана сызыктуу эпкиндүүлүктө, ошндой эле сызыктуу эмес эпкиндүүлүктө жана сызыктуу эмес сыйымдуулукта кандайдыр бир шарттарда (баардык шарттарда эмес) сызыктуу тизмектерде болбоочу физикалык кубулуштар пайда болот. Кээ, бир өзгөчө керектүүлөрүн кыскача кароо менен чектелели:

1. Жогорку гармоникада, тизмектеги термелүүлөрдүн күчөгөндүгү кирүүдөгү чыңалууда, бул гармоникалар болбосо пайда болот. Сызыктуу

тизмектерде жогорку гармоникадагы күчөгөн термелүүлөрдүн пайда болушу мүмкүн, качан гана кирүүдөгү чыңалууда бул гармоникалар бар болсо.

2. Субгармоникалык термелүүлөрдүн пайда болушу. Субгармоникалык деп,жыштыгы ЭКК булагынын жыштыгынан бүтүн санга аз болсо түшүнөбүз. Субгармоникалык термелүүлөр кандайдыр бир субгармониканы алып жүрөт. Өзгөчө субгармониканын ичиндеги термелүүлөрдү алып жүрөт. Өзгөчө $\frac{\omega}{3}, \frac{\omega}{2}, \frac{\omega}{5}$ ж.б. жыштыктарда булар байкалат (ω-ЭКК нүн булагынын жыштыгы)

3. Тизмектеги термелүүнүн m ω / n жыштыктагы гармоникада пайда болушу, мында m жана n бүтүн сандар.

4. Сызыктуу эмес тизмектеги өзгөрүлмө агында калыптанган режимдин мүнөздөмөлөрүнүн тизмектин буга чейинки мурунку режимдеги абалынан жана азыктандыруу тизмегинин ЭКК нүн булагынын баштапкы фазасынан көз карандылыгы. Бул кубулуш сызыктуу эмес электир тизмектеринин триггердик эффект болуу тилкесинде байкалышы мүмкүн. Бул кубулуштун мазмуну мында, сызыктуу эмес резонанстык тизмекти ЭКК нүн булагыны туташтырганда, мында эки режимдин бирөөсү пайда болушу мүмкүн. Кайсы режим пайда болоору мурдагы кошулуудагы генератордун баштапкы фазасынан жана жана тизмектин абалынан көз каранды.

5. *Автомодуляциянын пайда болушу.*Автомодуляция сызыктуу эмес электр тизмектериндеги агындардын жана чыңалуулардын амплитудаларынын мезгилдүү же мезгилдүүлүккө жакын өзгөрүү жараяндардын өзүнө алып жүрөт качан сырткы төмөнкү жыштыктагы белги аракет кылбаса. Каралган физикалык кубулуштар резонастык тизмектерде кээ бир гана учурларда ар бир тизмектин арымындагы параметрлерде орун алат. Практикалык жактан бул кубулуштар салыштырмалуу анда-санда байкалат. Мындан тышкаары бул кубулуштардын пайда болуу шарттарын изилдөө көпчүлүк учурда эпсиз көп математикалык эсептөөлөргө байланыштуу, ошондуктан курста бул кубулуштарды толук чагылдыруу өтө кыйын.

Сызыктуу эмес каршылыктарды координат окторуна салыштырмалуу мүнөздөмөлөрдүн симметриялуу даражасы боюнча бөлүү.

Сызыктуу эмес каршылыктарды активдүү, эпкиндүү жана сыйымдуу, Сызыктуу эмес каршылыктарды аракеттүү, эпкиндүү жана сыйымдуу, башкаруучу жана башкаруучу эмес (ал эми аракеттүү дагы инерциалдуу жана инерциалдуу эмес) мындай бөлүштүрүүдөн тышкаары, дагы ар бир белгиси координаттардын окторуна салыштырмалуу заматтык маанилер үчүн мүнөздөмөлөрдүн симметрия даражасы үчүн карата классификациялоого болот.

Мейли x жана y сызыктуу эмес каршылыктын иштөө режимин мүнөздөөчү чоңдуктар. Декарттык системде ордината огу боюнча x чоңдугун белгилеп, ал эми y чоңдугун абсцисса огу боюнча белгилеп жаткыралы.

- y (-x)= y (x) шарты аткарылуучу мүнөздөмөлөрдү симметриялуу, ал эми бул шартты канагаттандырбаса симметриялуу эмес деп аташат.

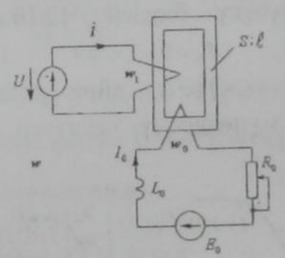
Симметриялуу мүнөздөмөлөргө сызыктуу эмес эпкиндүүлүк жана сыйымдуулук, ал эми аракеттүү каршылыктардын ичинен тириттик каршылык, бирдей электроддуу электрлик жаа, каршылыктардын кээ бир түрлөрү ээ болушат.

Бирок, сызыктуу эмес араткеттүү каршылыктардын негизги түрлөрү электрондук лампа, транзистор жана тиристор симметриялуу эмес мүнөздөмөлөргө ээ (тогузунчу бапты кара).

§ 12.7. Жөнөкөй башкаруучу сызыктуу эмес эпкиндүүлүк.

Жөнөкөй башкаруучу сызыктуу эмес эпкиндүүлүк 12.9-чиймеде көрсөтүлгөн. Ал ферромагниттик туюк өзөккө оролгон w_1 жана w_0 оромдордон турат. Өзөктүн туура кесилиш аянты $S(м^2)$, магнит сызыгынын орточо узундугу $\ell(м)$

w_1 орому өзгөрүлмө агындын тизмегине кошулган, ал аркылуу биринчи жана жогорку гармоникаларды кармтыган өзгөрүлүү i агыны өтөт.



12.9-чийме

Башкаруу түрмөгү (магниттөөчү) w_0 турактуу ЭККнүн булагы E_0 кошумча эпкиндүүлүк L_0 жана жөндөөчү аракеттүү R_0 каршылыгына туташтырылган. w_0 түрмөгү аркылуу турактуу агын $I_0 = \frac{E_0}{R_0}$ өтөт.

Өзгөрүлмө магнит агымы w_0 түрмөгүндө өзгөрүлмөлүү ЭККнүн пайда кылса да, өзгөрүлмөлүү агын ал аркылуу практикалык жактан өтпөйт, анткени кошумча L_0 эпкиндүүлүк өзгөрүлмө агын үчүн чоң маанидеги эпкиндүү каршылыкты пайда кылат.

Мейли, w_1 түрмогүнө жумшалган чыңалуу $U_m \cos\omega t$ барабар. Бул чыңалуу тескери белги менен алынган өздүк эпкиндин ЭККнө барабар (w_1 түрмөгүнүн аракеттүү каршылыгын эң кичине деп эсептейбиз):

$$U = -\ell_L = w_1 \frac{d\Phi}{dt} = U_m \cos\omega t \qquad (12.1)$$

Мындын магнит агымы

$$\Phi = \frac{U_m}{\omega w_1}\sin\omega t + \Phi_0 = \Phi_m \sin\omega t + \Phi_0; \qquad (12.2)$$

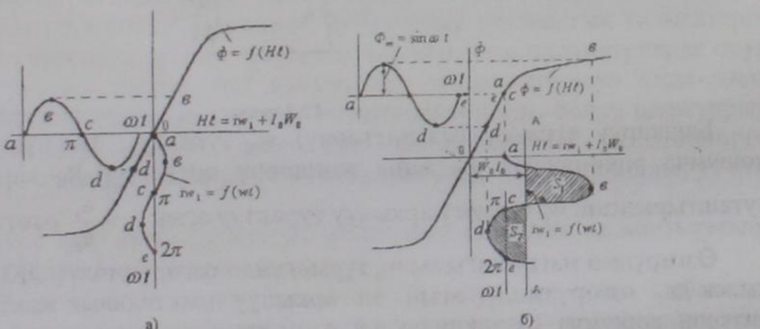
$$\Phi_m = \frac{U_m}{(\omega w_1)}; \qquad (12.3)$$

мында Φ_m-магнит агымынын өзгөрмөлмө түзүүчүсүнүн амплитудасы; Φ_0-магнит агымынын турактуу түзүүчүсү.

Башкаруучу сызыктуу эмес эпкиндүлүк w_0 түрмөгүндө турактуу агын I_0 ду өзгөртүү жолу менен i өзөрүлмө агынды башкарууга мүмкүнчүлүк түзөт.

12.10, а,б-чиймелеринин жардамы менен сызыктуу эмес эпкиндүүлүктүн иштөө режиминдеги башкаруу жобосун жана кээ бир чоңдуктардын убакыт боюнча өзгөрүү мүнөздөмөсүн көрсөтөбүз. Графикте $\Phi = f(H\ell)$ ийри сызыктары түрмөктүн өзөгүндөгү Ф магнит агымынын магнит майданынын чыңалуулугу Н тын өзөктөгү орточо магнит сызыгынын узундугу ℓ ге болгон көбөйтүндүсүнүн көз карандылыгын көрсөтөт.

12.10,а-чиймедеги туртуузулар качан $I_0 = 0$ болгондо учурга, ал эми 12.10,б-чиймеде качан гана $I_0 \neq 0$ болгон учурда ылайык келет. Эки чийме үчүн тең агымдын $\Phi_m \sin\omega t$ түзүүчүсү бирдей. 12.10,а-чийме үчүн агымдын тургузулган түзүүчүсү $\Phi_0 = 0$ ал 12.10,б-чиймеде $\Phi_0 \neq 0$. $\Phi = f(\omega t)$, $\Phi = f(H\ell)$ жана $iw_1 = f(\omega t)$ ийри сызыктарында эң негизги бирине туура келүүчү мүнөздөөчү чекиттер бирдей тамгалар менен белгиленген



12.10 — чийме

Графиктеги тургузууларды төмөнкү ирееттүүлүктө жүргүзөлү. Башталышында агымдын турактуу түзүүчүсү Φ_0 дун маанилерин коюп $\Phi_m \sin\omega t = f(\omega t)$ ийри сызыгын тургузабыз.

Анан өз эркинче ар кандай убакыт моменттерин беребиз, мисалы $\omega t = 0;\ \frac{\pi}{2};\ \pi;\ \frac{3\pi}{2};\ 2\pi;$ жана ωt ар бир мааниси үчүн $\Phi = f(H\ell)$ ийри сызыгынын жардамы менен ылайык келүүчү $H\ell$ маанилерин таап

$iw_1 + I_0 w_0 = f(\omega t)$ ийри сызыгын тургузабыз (12.10,а-чиймеси үчүн $I_0 w_0 = 0$). Ал ийри сызык үчүн убакыттын огу жогорудан төмөн а,с,е чекиттери аркылуу чиймeнин ылдыйкы бөлүгүнөн өтөт.

i агыны турактуу түзүүчүнү камтыйт, анткени түрмөктүн w_1 тизмегинде турактуу ЭКК булагы жана электрлик түзөткүчтөр жок.

12.10,б-чиймедеги А-А түз сызыгы $iw_1 = f(\omega t)$ ийри сызыгы үчүн нөлдүк болуп эсептелет i агыны бул түз сызыкка салыштырмалуу өзгөрүлөт, себеби анын $\omega t = 0$ дон $\omega t = 2\pi$ чейинки мезгилдеги орточо мааниси нөлгө барабар. Башкача айтканда, А-А түз сызыгын S_1 аянтын S_2 аянтына барабар болот деп жүргүзөбүз. Ордината огунан А-А түз сызыгынын бөлүнүү аралыгы $I_0 w_0$ барабар.

Агындарды эпкин жана туура кесилиш аянты аркылуу жазалы:

$$\Phi_m = B_m S; \qquad (12.4)$$

$$\Phi_0 = B_0 S; \qquad (12.5)$$

мында B_m-эпкиндин өзгөрмөлүү түзүүчүсүнүн амплитудасы; B_0-эпкиндин турактуу түзүүчүсү.

(12.3) жана (12.4) туюнтмаларынан

$$B_m = \frac{U_m}{(\omega\ w_1 S)} \qquad (12.6)$$

келип чыгат.

Эгер магнит эпкини B_m ди (Гс),S-(см^2) аркылуу өлчөсөк;

U_m ди $\frac{U}{\sqrt{2}}$ алмаштырсак, мында U w_1 түрмөгүндөгү чыңалуунун

чыныгы аракеттүү мааниси, анда

$$B_m = \frac{\sqrt{2}U\cdot 10^8}{2\pi f w_1 S} = \frac{U\cdot 10^8}{4{,}44\, f w_1 S} \qquad (12.7)$$

(12.6) формуласы магнит эпкининин амплитудасынын өзгөрүлмө түзүүчүсүн синусоидалык чыңалуунун U_m амплитудасы, f жыштыгы w_1 оромдордун саны жана S туура кесилиши аркылуу табууга мүмкүнчүлүк берет.

Толук агын мыйзамы боюнча магнит майданынын чыңалуулугун Н тын магнит сызыгынын орточо узундугу ℓ ге болгон көбөйтүндүсү. МКК алгебралык суммасына барабара болушу керек:

$$H\ell = iw_1 + I_0 w_0 \qquad (12.8)$$

Анткени, i агыны биринчи жана жогорку гармоникаларды өзүнө камтыса, анда (12.8) теңдемеси бир нече теңдемеге ажырайт; турактуу түзүүчүлөрдүн теңдемесине; биринчи, экинчи жана башка гармоникалардын теңдемелерине.

Турактуу түзүүчүлөрдүн теңдемеси

$$I_0 w_0 = H_0 \ell, \qquad (12.9)$$

мында H_0-майдандын чыңалуулугунун турактуу түзүүчүсү.

Өзгөрмө агын i биринчи, экинчи жна башка гармоникаларды камтыйт, бирок турактуу түзүүчүнү камтыбайт, анткени w_1 түрмөгүндө турактуу ЭКК булагы жана электр түзөткүчү жок.

Биринчи гармоника үчүн теңдеме

$$I_{1m} w_1 = H_{1m} \ell, \qquad (12.10)$$

мында I_{1m}-агын i нин биринчи гармоникасынын амплитудасы. H_{1m} - майдандын чыңалуулугунун биринчи гармоникасы. Ушул сыяктуу эле,

$$H_{2m} w_1 = H_{2m} \ell. \qquad (12.11)$$

(12.9)-(12.10) формулаларынан

$$H_0 = \frac{I_0 w_0}{\ell}; \qquad (12.12)$$

$$H_{1m} = \frac{I_{1m} w_1}{\ell}; \qquad (12.13)$$

$$H_{2m} = \frac{I_{2m} w_2}{\ell}; \qquad (12.14)$$

келип чыгат.

(12.12) формуласы H_0 майдандын чыңалуулугунун турактуу түзүүчүсү, агын I_0 турактуу түзүүчүсү аркылуу аныктоого мүмкүнчүлүк түзөт. (12.13) туюнтмасы H_{1m} I_{1m} аркылуу табууга мүмкүнчүлүк берет ж.б.у.с.

§12.8. Сызыктуу эмес өзгөрүлмө агындын электр тизмектерин эсептөөнүн жана анализдөөнүн жалпы мүнөздөөчү ыкмалары

Сызыктуу эмес кубулуштарды анализдөөдө жана сандык катнаштыктарды өзгөрүлмө агындын сызыктуу эмес тизмектеринде алуу өтө татаал жана жумушту көп талап кылат, сызыктуу электр тизмектерин эсептөөгө жана анализдөөгө салыштырып караганда.

Эреже катары, сызыктуу эмес электр тизмектеринде сызыктуу эмес эпкиндүүлүктөр, же сызыктуу эмес сыйымдуулуктар, же жылуулукка карата инерциалдуу эмес сызыктуу эмес аракеттүү каршылыктар камтылат.

Сызыктуу эмес аракеттүү каршылыктар жылуулукка карата инерциалдуу качан гана тизмектеги агын жана чыңалуу жогорку даражада синусоидалык болсо.

Сызыктуу эмес тизмектерде изилдөөнүн бардык ыкмаларын эки чоң топко бөлүүгө мүмкүн: аналитикалык жана графикалык. Аналитикалык ыкма графикалыктан айырмаланып параметрлердин айрым маанилери үчүн гана эмес, анализди жалпы түрдө жүргүзүүгө мүмкүндүк берет.

Аналитикалык ыкманын кемчилиги болуп сызыктуу эмес каршылыктардын мүнөздөмөлөрүн аналитикалык түрдө билдирүү жасалат, бул бир топ каталар менен байланышкан. Кээ бир өзгөрүлмө агындын татаал сызыктуу эмес электр тизмектерин эсептөөдө белгилүү даражадагы жакындоого алып келет.

Өзгөрмөлүү агындын сызыктуу эмес тизмектерин эсептөөнүн жана анализдөөнүн кеңири таралган ыкмалары төмөнкүдөй:

1. Заматтык маанилер үчүн сызыктуу эмес каршылыктардын мүнөздөмөлөрүн колдонуудагы графикалык;
2. Заматтык маанилерди бөлүктөп- сызыктуу жакындатуу үчүн сызыктуу эмес каршылыктардын мүнөздөмөлөрүн колдонуудагы аналитикалык;
3. Вольт- амперлик мүнөздөмөлөрүн биринчи гармоника боюнча колдонуудагы аналитикалык графикалык:
4. Вольт- амперлик мүнөздөмөлөрдү синусойдалык эмес чоңдуктарды чыныгы маанилери боюнча колдонуудагы аналитикалык же графикалык;
5. Биринчи жана бир же бир нече жогорку же төмөнкү гармоникалар боюнча эсептөөдөгү аналитикалык жол;
6. Сызыктуу ордун алмаштыруучу түзмөктүн жардамы менен.

Жогорудагы каралган ыкмалардын кээ бирөөнүн кыскача мүнөздөмөлөрүн карайлы. Берилген ыкмаларды колдонууда тизмектин мүнөзүнө, сызыктуу эмес каршылыктын вольт- амперлик мүнөздөмөлөрүнүн калыбына, ошондой эле кандай сызыктуу эмес кубулуш тизмекте изилденип жаткандыгын кароо максатка ылайыктуу болот. Канчалык сызыктуу эмес кубулуштун мүнөзү татаал болсо, аны анализдөө ыкмасы ошончолук татаалдашат. Тескерисинче, ынтайсыз сызыктуу кубулуштарды анализдөөдө жөнөкөйүрөөк чаралар колдонулат.

Заматтык маанилер үчүн сызыктуу эмес каршылыктардын мүнөздөмөлөрүн колдонуудагы графикалык ыкма.

Бул ыкманы, кандайдыр бир сызыктуу эмес каршылыкта иштөөчү чоңдукту убакыт боюнча өзгөрүү мыйзамы белгилүү болсо колдонууга болот, мисал катары агын, чыңалуу, дүрмөт.

Берилген ыкма төмөнкү ырааттуулукта жүрөт;

1. Коюлган анализдин негизинде физикалык шарттан чыгуучу сызыктуу эмес каршылыктын иштөөдө кандайдыр бир аныктоочу чоңдуктардын убакыт боюнча өзгөрүү мыйзамы табылат;
2. Заматтык маанилер үчүн сызыктуу эмес каршылыктын мүнөздөмөсүн жана графикалык түзүүлөрдү колдонуп сызыктуу эмес каршылыктын жумушун аныктоочу экинчи чоңдуктун убакыт боюнча өзгөрүү мыйзамы табылат;
3. Экинчи иреттин (пунктун) жыйынтыгы боюнча жардамчы графикалык түзүүлөр жолу жана жөнөкөй эсептөөлөр менен чыгуу чоңдугун жана түзмөктөгү изделүүчү мүнөздөгүчтөрдүн арасындагы катыштарды табышат.

Ыкманын өзгөчөлүгү болуп жөнөкөйлүгү жана көрсөтмөлүүлүгү, ошондой эле гистерезистик кубулуштарды эспке алуу оңойлугу эсептелет (онунчу бапты кара).

Заматтык маанилерди бөлүктөп-сызыктуу жакындатуу үчүн сызыктуу эмес каршылыктардын мүнөздөмөлөрүн колдонуугa аналитикалык ыкма.

Ыкманын негизги мазмуну болуп, сызыктуу эмес теңдеменин мезгилдүү чыгарылышын табуу жөнүндөгү маселени билдирүүдө сызыктуу теңдемелердин системинин мезгилдүү чыгарылышын табууга өтүү эсептелет.

Ыкманын негизги этаптары төмөнкүлөр:

1) Заматтык маанилер үчүн сызыктуу эмес каршылыктардын (сызыктуу эмес элементтин) вольт-амперлик (вебер-амперлик, кулон-вольттук) мүнөздөмөлөрүн үзүндү түз сызыктарга алмаштыруу;
2) Сызыктуу эмес дифференицалдык теңдемелерге сызыктуу теңдемелерди коюуштуруу 1 пункт (муну менен сызыктуу эмес дифференциалык теңдемелер сызыктуу теңдемелерге келтирилет). Ар бир сызыктуу эмес теңдемеге ошончолук теңдемелер ылайыкташат, канчалык үзүндү түз сызыктар сызыктуу эмес каршылыкты (элементти) алмаштырса;
3) Сызыктуу дифференциалдык теңдемелердин системинин чыгарылышы. Сызыктуу эмес каршылыктын мүнөздөмөсүнүн ар бир сызыктуу кертимине өзүнүн интегралдык турактуулуктарынын чыгарылышы ылайык келет;
4) Бир сызыктуу кертимдеги чыгарылышты экинчи бир сызыктуу керитимдеги чыгарылышка ыраттуулуктун негизинде интегралдык турактуулуктарды аныктоо.

Эң таасирдүү ыкма болуп, качан гана сызыктуу эмес элементтин мүнөздөмөсүн белгилүү көрсөткүчтүү жакындатууда кесинди түз сызыктарды мындайча алмаштырсак, орундаштырылган сызыктуу эмес элементтин иштөө режимин аныктоочу бир чоңдук, мисалы агым алмашып, ал эми экинчи бир чоңдук, мисалы жалгашуу агымы өзгөрүлбөсө эсептелет.

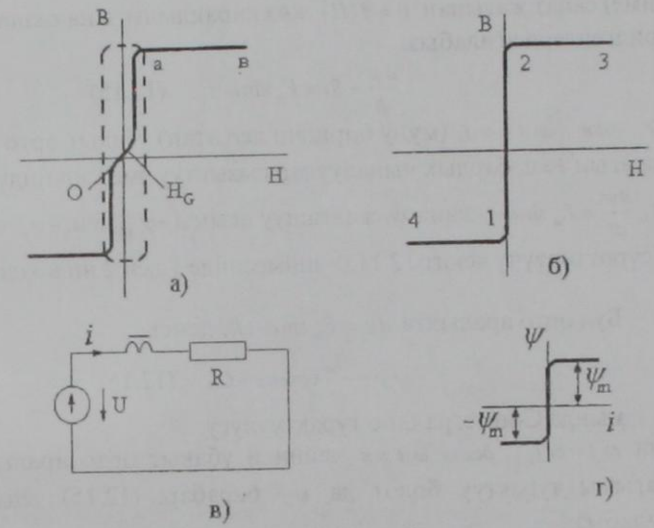
Дагы бир таасирдүү ыкма бул, эгер сызыктуу эмес элементтин вольт-амперлик мүнөздөмөсүн алмаштыруучу кесинди түз сызыктар координат окторунда дал келгендей кылып алуу мүмкүн болсо.

Бул учурлар үчүн маселелерди чыгаруу мисалдары:

Өзөгү тик бурчтуу магниттелүү ийри сызыгына жакын болгон эпикиндүү түрмөгүн кармаган электр тизмектерин эсептөө.

Кээ бир жогорку сапаттагы жумшак магнит материалдарынын магниттелүү ийри сызыктары, мисалы 65НП, 68НМП ж.б., келбети боюнча тик бурчтукка жакын: 12.11,а-чиймедеги 0-а кертиминдеги ийри сызык ордината огуна дээрлик дал келет, ал эми а — в кертиминде абсциссаогуна дээрлик жарыш жайгашкан.

12.11,а-чиймеде гистерезис илмеги үзгүлтүктүү сызык менен көрсөтүлгөн. H_C коэрцитивдик күчү бул материалдар үчүн эң аз жана болгону 1-10 А/м ди түзөт.



12.11- чийме

Өзөктөрү жогоруда каралган магниттик материалдардан жасалган эпкиндүүлүк түрмөктөрүн камтыган өзгөрүлмө агындын электр тизмектерин эсептөө бөлүктөп-сызыктуу жакындатуу ыкмасынын жардамы менен аткарылат. Эсептөөнү женилдетүү үчүн магниттелүү ийри сызыгын ойдогудай тик бурчтук менен алмашылат (12.11,б-чийме). 4-1 жана 2-3 кертимдери абсцисса огуна жарыш, ал эми 1-2 кертими ордината огуна дал келет.

Эгер сүрөттөлүүчү чекит 1-2 кертими аркылуу жылышса, анда өзөктөгү эпкин гана өзгөрүлөт, өзөктөгү майдандын чыңалуулугу дээрлик нөлгө барабар болгондо.

Сүрөттөлүүчү чекиттер 4-1 жана 2-3 кертимдери аркылуу кыймылга келгенде H майдандын чыңалуулугу гана өзгөрүлөт, ал эми өзөктөгү эпкин өзгөрүүсүз калат.

12.1-маселе. 12.11,в-чиймедеги түзмөк $u = e = E_m \sin \omega t$ синусоидалык ЭКК булагынан, берилген i агындан көз каранды болгон ψ жалгашуу агымынын сызыктуу эмес эпкиндүүлүгүнөн жана аракеттүү R каршылытан турат.

ψ жана iни аныктоо үчүн туюнтманы чыгаруу жана убакыт боюнча калыптанган режимде ψ жана i нин өзгөрүү графигин түзүү керек.

Чыгаруу. Белгилүү болгондой, ψ жалгашуу агымы өзөктөгү B эпкиндин өзөктүн туура кесилиш аянтына жана түрмөктөгү оромдордун санына көбөйткөнгө барабар, демек ψ =BSw, ал эми толук агын мыйзамы боюнча агын $i = \frac{H\ell}{w}$, себеби өзөктөгү магнит майданыны чыңалуулугуна шайкеш келет. Анда ψ жалгашуу агымынын i агындан көз карандылыгы

(12.11,г-чийме) сапат жагынан $B = f(H)$ көз карандылыгына окшош (12.11,б-чийме). Берилгендерден алабыз.

$$\frac{d\psi}{dt} + Ri = E_m \sin\omega t. \qquad (12.15)$$

$\omega t = 0$ дон $\omega t = \omega t_1$ (муну биринчи деп атап) убакыт орто аралыгында агын $i = 0$, бардык чыңалуулар сызыктуу эмес эпкиндүүлүккө туура келет, $\frac{d\psi}{dt} = E_m \sin\omega t$ жана ψ жалгашуу агымы $-\psi_m$ ден $+\psi_m$ чейин өзгөрүлөт (сүрөттөлүүчү чекит 12.11,б-чиймесинде 1 ден 2 ни көздөй жылышат)

Бул орто аралыкта $d\psi = E_m \sin\omega t dt$, демек,

$$\psi = -\frac{E_m}{\omega}\cos\omega t + C, \qquad (12.16)$$

мында С-интегралдоо турактуулугу.

Экинчи $\omega t = \omega t_1$ ден $\omega t = \pi$ чейинки убакыт орто аралыгында ψ жалгашуу агымы турактуу болот да ψ_m барабар; (12.15) теңдемесинен төмөнкүнү алабыз:

$$Ri = E_m \sin\omega t, \quad \text{же} \quad i = \frac{E_m}{R}\sin\omega t. \qquad (12.17)$$

Ошентип, i агыны убакыттын экинчи орто аралыгында синус мыйзамы боюнча өзгөрүлөт, ψ жалагшуу агымы турактуу жана ψ_m ге барабар. Мында сүрөттөлүүчү чекит 12.11,б-чиймесинде 2-3 кертим боюнча жылышат.

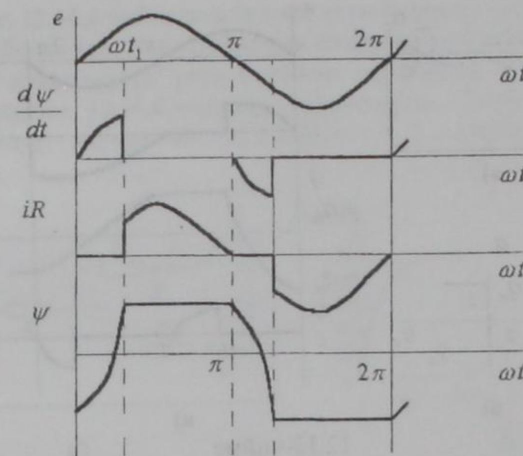
С интегралдоо турактуулугу жана ωt_1 маанилерин табабыз. С ны аныктоо үчүн (12.16) теңдемесин $\omega t = 0$ болгондогусун жазалы. $\omega t = 0$ болгондо $\psi = -\psi_m$, ошондуктан $-\psi_m = -\frac{E_m}{\omega} + C$. Мында $C = -\psi + \frac{E_m}{\omega}$. ωt_1 аныктоо үчүн, ошол эле (12.16) теңдемесин пайдаланып $\omega t = \omega t_1$ болгондо $\psi = \psi_m$ экенин эске алалы. Төмөнкүнүн алабыз

$$\psi_m = -\frac{E_m}{\omega}\cos\omega t_1 - \psi_m + \frac{E_m}{\omega}.$$

Мындан

$$\cos\omega t_1 = 1 - \frac{2\omega\psi_m}{E_m} \quad \text{же} \quad \omega t_1 = \arccos\left(1 - \frac{2\omega\psi_m}{E_m}\right)$$

i агындан, ψ жалгашуу агымынын жана $\frac{d\psi}{dt}$ өзгөрүү мүнөздөмөлөрү, качан $\frac{\omega\psi_m}{E_m} < 1$ болгондо 12.12-чиймеде көрсөтүлгөн.



12.12 – чийме

Эгер ЭКК амплитудасы $E_m < \omega\psi_m$ болсо, анда убакыттын экинчи орто аралыгы пайда болбойт, себеби мезгилдин бардык өтүшүндө агын $i = 0$.

Тик бурчтуу кулон-вольттук мүнөздөмөлүү сызыктуу эмес сыйымдуулукту камтыган электр тизмектерин эсептөө.

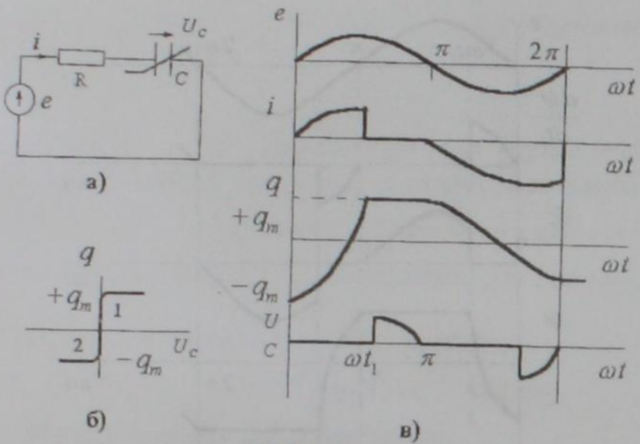
12.2-маселе. Жогорку эсептөө ыкманы 12.13,а-чиймедеги тизмек аркылуу карайлы. Ал $e = E_m \sin\omega t$ синусоидалык ЭКК булагынан, дээрлик тик бурчтук кулон-вольттук мүнөздөмөлүү (12.13,б-чийме) сызыктуу эмес сыйымдуулуктан жана R аракеттүү каршылыктан турат. Бул маселе шарттары боюнча каралган 12.1-маселеге жакын. Кирхгофтун экинчи мыйзамы боюнча $u_C + R\frac{\partial q}{dt} = e$.

Сыйымдуулукту кайрадан дүрмөттөө сүрөттөлүүчү чекит 2-1 кертеси боюнча кыймылга келет $q = f(u_C)$ мүнөздөмөсү мында, $u_C = 0$. Качан кайрадан дүрмөттө бүткөндө, булактын бардык чыңалуулары сыйымдуулукка жумшалат. $t = 0$ болгондо, $q = -q_m$. Кайрадан дүрмөттөө ортоаралыгында, качан $u_C = 0$ болгондо,

$$R\frac{\partial q}{\partial t} = E_m \sin\omega t; \qquad q = -\frac{E_m}{\omega R}\cos\omega t - q_m + \frac{E_m}{\omega R}.$$

Кайрадан дүрмөттөөнүн аягында ωt_1 болгондо q q_m дин маанисине жетет:

$$\cos\omega t_1 = 1 - \frac{2\omega R q_m}{E_m}.$$



12.13-чийме

ωt_1 ден π чейинки убакыт орто аралыгында $u_C = E_m \sin \omega t$.

i, q, u_C графиктери 12.13,в-чиймеде сүрөттөлүп көрсөтүлгөн.

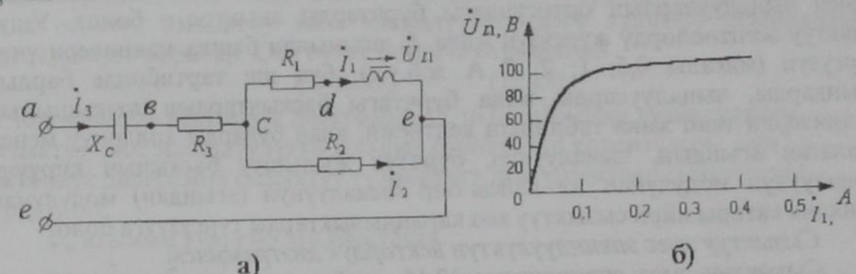
§12.9. Символикалык ыкманы колдонуу жана сызыктуу эмес тизмектер үчүн вектордук жана топографиялык диаграммаларды түзүү

Татаал бутакташкан сызыктуу эмес өзгөрүлмө агындын тизмектеринин иштөө режимдери жакындатуу жолу менен изилдөө, өзгөчө качан жогорку гармоникалары начар берилсе, көп учурда вектордук жана топографиялык диаграммаларды тургузуу жолу менен чыгарууга болот.

Диаграммалар ар бир гармоника үчүн өз-өзүнчө тургузулат. Бул тургузуулар сызыктуу тизмектер үчүн сыяктуу эле принципте аткарылат (биринчи бөлүк §3.11 кара). Айырмасы чыңалуунун биринчи гармоникасынын сызыктуу эмес каршылыкта агындын биринчи гармоникасынын көз карандылыгы сызыктуу эмес болуп эсептелет да аналитикалык билдирүүнү колдонуп графиктен алуудан же эсептөөдөн турат.

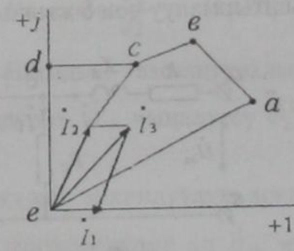
Эгер, ферромагниттик өзөктөгү жана агындын жогорку гармоникаларындагы жоготуулар эске алынбаса, анда сызыктуу эмес эпкиндүүлүктөгү чыңалуунун биринчи гармоникасы фазасы боюнча андагы агындын биринчи гармоникасынан 90^0 алдыда жүрөт. Эгер, болот өзөгүндөгү жана тизмектин аракеттүү каршылыктарнында агындын жогорку гармоникаларындагы жоготуулар эске алынса анда, бул бурч 90^0 кичине болот. Ушул сыяктуу, эгер сегнетодиэлектриктеги жана тизмектеги агындын жогорку гармоникаларындагы жоготуулардын болушу эске алынбаса, анда сызыктуу эмес сыйымдуулуктагы чыңалуунун биринчи гармоникасы ошол эле сыйымдуулуктагы агындын биринчи гармоникасынан 90^0 артта жүрөт.

12.3-маселе. 12.14,а-чиймедеги тизмек үчүн биринчи гармоника боюнча $I_1 = 0{,}2A$ болгондо, топографиялык диаграмманы түзгүлө. Сызыктуу эмес эпкиндүүлүк үчүн биринчи гармоника боюнча вольт — амперлик мүнөздөмө 12.14,б-чиймеде сүрөттөлгөн. Биринчи гармоника боюнча сыйымдуу каршылык $X_C = 229\,Ом$; $R_1 = 250\,Ом$; $R_2 = 407\,Ом$; $R_3 = 122\,Ом$.



12.14 — чийме

Чыгаруу. 12.14,а-чиймедеги тизмекке ылайык бутактардагы агындарды жана түйүн чекиттерин белгилейли. 12.15-чиймедеги $\dot I_1 = 0{,}2A$ агынынын +1 огу боюнча багыттайлы. e чекитинин потенциалын нөлгө барабар деп алалы. $\dot\varphi_d = \dot\varphi_e + \dot U_{L1}$ табалы.



12.15 — чийме

Сызыктуу эмес эпкиндүүлүктөгү $\dot U_{L1}$ чыңалуу $\dot I_1 = 0{,}2A$ болгондо, модулу боюнча 110 В барабар (12.14,б-чиймедеги ийри сызыктан табылган) жана баскычы боюнча $\dot I_1$ агындан 90^0ка алдыда жүрөт; $\dot\varphi_c = \dot\varphi_d + \dot I_1 R_1$;

$\dot I_1 R_1 = 0{,}2 \cdot 250 = 50\,B$ баскычы боюнча $\dot I_1$ менен дал келет.

Модулу боюнча божомол менен 122 В болгон чыңалуу U_{ce} нин аракети астында $\dot I_2$ агыны өтөт, сан мааниси $122/407 = 0{,}3\,A$ жана баскычы боюнча $\dot U_{ce}$ менен дал келет. Агын $\dot I_3 = \dot I_1 + \dot I_2$. Модулу боюнча агын $\dot I_3 \approx 0{,}41A$; $\dot\varphi_b = \dot\varphi_C = \dot I_3 R_3$; $\dot I_3 R_3 = 0{,}41 \cdot 122 = 50\,B$; $\dot\varphi_a = \dot\varphi_b = \dot I_3(-jX_C)$.

Сыйымдуулуктагы чыңалуу $\dot{U}_{ab}$ сан маани жагынан $0{,}41 \cdot 229 = 94\,B$ барабар жана баскычы боюнча $\dot{I}_3$ агындан 90^0ка артта жүрөт.

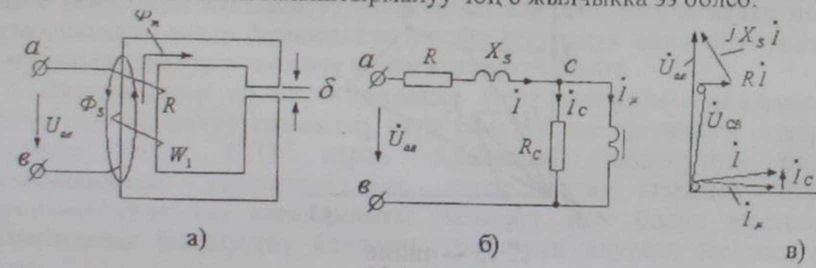
12.14,а-чиймедеги тизмекке кирүүдөгү чыңалуу, каралган иш тартибинде модулу боюнча 164 В барабар.

12.15-чийме аркылуу 12.14,а-чиймени тизмегиндеги каалаган агындар менен чыңалуулардын ортосундагы бурчтарды аныктоого болот. Ушул сыяктуу эсептөөлөрдү жүргүзүп жана I_1 агынынан башка маанилери үчүн тургузуп (мисалы 0,5; 1; 2; 3 А ж.б.у.с), бул иш тартибинде бардык агындарды, чыңалууларды жана бурчтагы баскычтардын жылышынын маанилерин таап жана таблицага келтирип, анан буларды колдонуу менен каалаган агындын, чыңалуунун, бурчтун жылышуу баскычын кирүүчү чыңалуунун модулунан же кайсы-бир чыңалуунун (агындан) модулунан функция катары ийри сызыктуу көз карандылыктарды тургузууга болот.

Сызыктуу эмес эпкиндүүлүктүн вектордук диаграммасы.

Сызыктуу эмес эпкиндүүлүк 12.16,а-чиймеде сүрөттөлгөн. Оромдун өзүнүн w аркеттүү каршылыгын R белгилейли. Ором аркылуу өтүүчү агын өзөктө магнит агымын пайда кылат. Бул агымдын чоң бөлүгү (Φ_m) өзөк боюнча чукул биригет, ал эми аз бөлүгү (Φ_S агымы) абага кетет. Φ_m агымы негизги агым деп аталат, ал эми Φ_S—чачыроочу агым.

Φ_S агымы Φ_m агымынын бир нече пайызын гана түзөөрү белгилүү. Бирок, кээде мындай иш тартиби болушу мүмкүн Φ_S агымы Φ_m агымына жакын ченемде болот. Бул иш тартиби болмок, эгерде өзөк чоң каныккан абалда иштесе же өзөк салыштырмалуу чоң δ жылчыкка ээ болсо.



12.16-чийме

Чындыгында, вектордук диаграмманы түзүүдө синусоидалык эмес агынды жана синусоидалык эмес агымды тең маанилүү синусоидалык чоңдук менен алмаштырууга болот.

Чачыраган жалгашуу $\psi_S = w_1\Phi_S$ агымынын I агынга болгон катышын чачыроо эпкиндүүлүгү деп аташат:

$$L_S = \psi_S / I = w_1\Phi_S / I \qquad (12.18)$$

$X_S = \omega L_S$ эпкиндүү каршылыгы чачыроо эпкиндүү каршылыгы деп аталат.

Сызыктуу эмес эпкиндүүлүктүн орун алмаштыруу түзмөгү 12.16,б-чиймеде сүрөттөлгөн. Мунун 12.16,а-чиймедеги түзмөктөн айырмасы

кошумча X_S каршылыгы кошулган. Түзмөктүн бутакталбаган бөлүгүндө w оромунун R аракеттүү каршылыгы жана X_S чачыроо эпкиндүү каршылыгы кошулган.

cb кертиминде эки бутак бар. Оң бутакты ойдогудай сызыктуу эмес эпкиндүүлүк түзөт, бул аркылуу I_μ магниттөө агымы өтөт. Сол бутакты R_C аракеттүү каршылык пайда кылат. Мындагы жоготуулар: P_C гистерезистеги жана өзөктүн сызыктуу эмес эпкиндүүлүгүндөгү куюндуу агындардагы жоготууларга барабар. Сол бутак боюнча өткөн агын

$$I_C = P_C / U_{cb} \qquad (12.19)$$

12.16,в-чиймеде вектордук диаграмма 12.16,б-чиймени түзмөгүндөгү сызыктуу эмес эпкиндүүлүккө ылайык сүрөттөлүп көрсөтүлгөн. Бул вектордук диаграмма сызыктуу түзмөктөгү диаграммалар сыяктуу эле тургузулат.

Φ_m агымын тургузуудан баштасак.

Эки $\dot{\Phi}_m$ жана $\dot{\Phi}_S$ агымдары w_1 оромун өтүп кетүү мүмкүнчүлүгүнө ээ жана 12.16,а-чиймеде өздүк эпкиндин ЭКК аракетке келтирет.

Ойдогудай сызыктуу эмес эпкиндүүлүктүн кыскычтарындагы $\dot{U}_{cb}$ чыңалуусу 12.16,а-чиймени түзмөгүндө негизги $\dot{\Phi}_m$ агымдын аракети астында w_1 оромунда пайда болгон өздүк эпкинге чоңдугу боюнча барабар, бирок багыты боюнча карама-каршы:

$$\dot{U}_{cb} = j\omega w_1 \frac{\dot{\Phi}_m}{\sqrt{2}} \qquad (12.20)$$

$\dot{\Phi}_m$ ди $\sqrt{2}$ бөлүү агымдын амплитудалык маанисинен чыныгы маанисине өткөнүн түшүндүрөт. $\dot{U}_{cb}$ чыңалуусу $\dot{\Phi}_m$ агымынан 90^0ка алдыда жүрөт.

$\dot{I}_\mu$ агыны-бул ойдогудай эпкиндүүлүк аркылуу агын (эпкиндүүлүк аркылуу, өзөктө зардени жоготуу жок); ал $\dot{U}_{cb}$ чыңалуусунан 90^0ка артта калат жана баскычы боюнча $\dot{\Phi}_m$ агымы менен дал келет. $\dot{I}_c$ агыны баскычы боюнча $\dot{U}_{cb}$ чыңалуусу менен дал келет.

Кирхгофтун биринчи мыйзамы боюнча

$$\dot{I} = \dot{I}_\mu + \dot{I}_c \qquad (12.21)$$

Түзмөктүн кирүүсүндөгү чыңалуу $\dot{U}_{ab}$: чыңалуу $\dot{U}_{cb}$ менен аракеттүү каршылыктагы чыңалуунун төмөндөшү $\dot{I}R$ жана чачыроо эпкиндүү каршылыгында $j\dot{I}X_c$ чыңалуунун төмөндөшүнүн геометриялык суммасына барабар.

$\dot{I}_\mu$ жана $\dot{I}_c$ агындары U_{cb} чыңалуусуна шайкеш эмес, демек түзмөктүн киришиндеги чыңалуу U_{ab}, эгер U_{ab} чыңалууну, мисалы 1,3 жолу жогорулатса анда I_μ жана I_c агындары барабар болбой 1,3 жолудан жогору болот.

Вектордук диаграмманы тургузууда U_{cb} чыңалуусу белгилүү деген тыянактан чыктык. U_{cb} чыңалуусу боюнча I_μ жана I_c агындарын аныктап алып, анан эпкиндүүлүк түрмөгүнүн кирүүчү кыскычтарынан U_{cb} чыңалуусун табабыз.

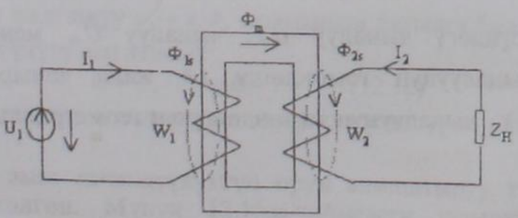
Бирок көпчүлүк учурда U_{cb} чыңалуусу белгилүү, ал эми U_{cb} чыңалуусу белгисиз болот. Ошондуктан, берилген U_{cb} чыңалуу боюнча вектордук диаграмманы тургузууда, башында түзмөктү изилдөөнүн иш тартибинде U_{cb} чыңалуу, U_{ab} чыңалуудан көпкө айырмаларын билүү өтө зарыл.

Эгерде, R жана X_S каршылыктарындагы чыңалуунун төмөндөшү U_{ab} салыштырмалуу эң кичине чоңдукту түзсө, мисалы болгону 3-8% ке U_{ab} дан, анда биринчи жакындашууда $U_{cb} \approx U_{ab}$ деп эсептөөгө болот. Эгерде, R жана X_S каршылыктарындагы чыңалуунун төмөндөшү U_{cb} чыңалуу карата эсептелинсе, анда U_{cb} чыңалууну аныктоо үчүн кошумча жумуш аткарууга туура келет, төмөнкүдөй: U_{cb} бир нече маанилнри үчүн вектордук диаграмманы тургузуу керек, мисалы 1; 09; 08; 0,7 U_{ab} дан; булардын ар биринин маанилери үчүн U_{cb} дан тиешелүү U_{ab} табылат, жыйынтыгы боюнча кошумча $U_{cb}=f(U_{ab})$ ийри сызыгы тургузулат, андан U_{cb} ны U_{ab} нын берилиши боюнча табышат, аягында гана изделген вектордук диаграмма тургузулат.

§12.10. Болот өзөгү бар трансформатор үчүн негизги катнаштыктар

Биринчи бөлүктүн 2-тиркемесинде трансформатордун жумушун мүнөздөөчү катнаштыктар каралган, булар үчүн майдан чыңалуулугу менен өзгөктөгү агымдын ортосундагы көз карандылык сызыктуу эле, ал эми өзөктөгү жоготуулар жоккок ээ болгон.

Трансформатордун биринчи (w_1) жана экинчи (w_2) оромдорунун арасындагы магниттик байланышты жакшыртуу үчүн, анын өзөгүн ферромагниттик материалдан жасашат (12.17-чийме).



12.17 - чийме

Берилген параграфта трансформатордун жумушун мүнөздөөчү майлдан чыңалуулугу менен ферромагниттик (болот) өзөгүнүн ортосундагы сызыктуу эмес көз карандылыгы жана өзөктөгү болгон жоготуулар гистерезис жана жана куюндуу агындар менен шартталаары көрсөтүлгөн.

Трансформатордогу бош жүрүш агынын азайтуу үчүн, анын өзөгүндөгү магнит агымына перпендикулярдуу жайгашкан аба жылчыгы мүмкүн болушунча азайтуу керек, же болбосо жылчык таптакыр болбошу керек.

Өзөкүтөгү агым майдан чыңалуулугунун ортосундагы сызыктуу эмес көз карандылыгын трансформатордун оромдорунан синусоидалык эмес агындар өтөт (синусоидалдык эместик негизинен бош жүрүш иш тартибине жакындаганда пайда болот).

Трансформатордун жумушун анализдөөчү, чындыгында эле синусоидалык эмес агынды жана агымды, алардын тең маанилүү чыныгы чоңдуктардын маанилери менен алмаштырып жүргүзүүгө болот:

$\dot{I}_1$-биринчи түрмөктөгү агындын чыныгы маанисинин комплекси;

$\dot{I}_2$-экинчи түрмөктөгү агындын чыныгы маанисинин комплекси;

Φ_m- негизги магнит агымынын комплестик амплитудасы, ал трансформатордун өзөгү боюнча өтүп, w_1 жана w_2 түрмөкө орун кирип өтүү менен бюуларда ЭКК аракетке келтирет.

Агым Φ_m ге салыштырмалуу анчалык чоң эмес чачыроонун болушунун натыйжасында, биринчи түрмөктөгү Φ_{1S} чачыроочу агым аба аркылуу биригишип, w_1 түрмөгүндө гана жармашуу агымын пайда кылат. Башка, ошондой эле Φ_m салыштырмалуу чоң эмес агым-бул экинчи түрмөктөгү чачыроочу агым Φ_{2S} аба аркылуу биригип, w_2 түрмөккө гана жармашат.

Жармашуу агымы $\dot{\Phi}_{1S}$ w_1 түрмөгү менен $\dot{I}_1$ агынына шайкеш келет деп эсептелет:

$$\dot{\psi}_{1S} = w_1\dot{\Phi}_{1S} = L_{1S}\dot{I}_1 \qquad (12.22)$$

$\dot{\psi}_{1S}$ жармашуу агымы менен $\dot{I}_1$ агындын арасындагы L_{1S} шайкештик коэффициенти биринчи түрмөктөгү *чачыроо эпкиндүүлүгү* деп аталат; L_{1S} оромдордун санынан жана биринчи түрмөктүн келбетинен көз каранды.

Ошондой эле, w_2 түрмөгүндөгү $\dot{\Phi}_{1S}$ агымынын жармашуу агымы экинчи чөйрөсызыктагы $\dot{I}_2$ агынга шайкеш деп кабыл алынган:

$$\dot{\psi}_{2S} = w_2\dot{\Phi}_{2S} = L_{2S}\dot{I}_2 \qquad (12.23)$$

ψ_{1S} жалгашуу агымы менен $\dot{I}_2$ агындын арасындагы L_{2S} шайкештик коэффициенти *экинчи түрмөктөгү чачыроо эпкиндүүлүгү* деп аталат; L_{2S} оромдордун санынан жана экинчи түрмөктүн келбетинен көз каранды.

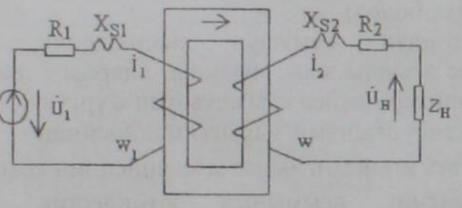
$\dot{\Phi}_{1S}$ чагыроо агымы менен шартталган биринч түрмөктөгү эпкиндүү каршылык.

$$x_{1S} = \omega L_{1S} \qquad (12.24)$$

Ушул сыяктуу, $\dot{\Phi}_{23}$ чагыроо агымы менен шартталган экинчи түрмөктөгү эпкиндүү каршылык

$$x_{23} = \omega L_{23} \qquad (12.25)$$

Мейли, R_1-биринчи түрмөктүн аракеттүү каршылыгы; R_2-экинчи түрмөктүн аракеттүү каршылыгы, Z_H — нагрузканын каршылыгы 12.18-чиймеде 12.17-чиймедеги түзмөктө трансформатордун сүрөттөлүшү келтирилген, бирок анда чагыроо агымдары менен шартталган аракеттүү жана эпкиндүү каршылыктар өзүлөрүнчө бөлүнүп көрсөтүлгө; R_1, X_{13}, R_2, X_{23} . Эки чөйрөсызык үчүн Кирхгофтун экинчи мыйзамы боюнча теңдеме жазалы.



12.8 – чийме

Биринчи чөйрөсызык үчүн

$$\dot{I}_1 R_1 + jX_{S1}\dot{I}_1 + j\omega W_1 \frac{\dot{\Phi}_m}{\sqrt{2}} = U_1 \qquad (12.26)$$

экинчи чөйрөсызык үчүн

$$\dot{I}_2 R_2 + jX_{S2}\dot{I}_2 + j\omega W_2 \frac{\dot{\Phi}_m}{\sqrt{2}} + \dot{U}_H = 0 \qquad (12.27)$$

мында $j\omega W_1 \frac{\dot{\Phi}_m}{\sqrt{2}}$- чыңалуу, сан жагынан w_1 түрмөгүндө негизги жумушчу агым $\dot{\Phi}_m$ аракетке келген ЭКК барабар. $\dot{\Phi}_m$ ди $\sqrt{2}$ бөлүү амплитудалык мааниден чыныгы мааниге өтүүнү түшүндүрөт. Ушул сыяктуу эле, $j\omega W_2 \frac{\dot{\Phi}_m}{\sqrt{2}}$- чыңалуу сан жагынан w_2 түрмөгүндө негизги жумушчу агым $\dot{\Phi}_m$ аркылуу аракетке келген ЭКК ге барабар.

$\dot{I}_1$ агынды тарнсформатордун бош жүрүшүндө $\dot{I}_0$ аркылуу белгилейли. Баш жүрүштө трансформатордун МКК $\dot{I}_0 W_1$ барабар. $\dot{I}_2$ агыны бар кезде трансформатордун МКК $\dot{I}_1 W_1 + \dot{I}_2 W_2$ барабар. Трансформаторду мындайча келбеттештирет $\dot{I}_1 R_1$ жана $j\dot{I}_1 X_{S1}$ чыңалууларынын төмөндөшү $\omega W_1 \frac{\dot{\Phi}_m}{\sqrt{2}}$ чыңалунун төмөндөшүнө караганда көпкө кичине деп.

Эгерде, муну эске алсак, анда туура келбеттештирилген трансформаторлор үчүн (12.6) теңдемесин мындайча жазууга болот:

$$j\omega w_1 \frac{\dot{\Phi}_m}{\sqrt{2}} \approx \dot{U}_1 \qquad (12.26^{I})$$

(12.26^{I}) теңдемеси бош жүрүш үчүн, ошодой эле нагрузка үчүн да туура болот. Башка сөз менен айтканда, бош жүрүштөн нагрузкадагы иш тартибинде өткөндө Φ_m агымы практикалык жактан чоңдугу боюнча өзгөрүүсүз калат.

Бирок, эгерде бул эки иш тартибинде Φ_m агымы бирдей болсо, анда бул эки иш тартибинде пайда болуучу анын МККрү да барабар болушат

$$\dot{I}_1 w_1 + \dot{I}_2 w_2 = \dot{I}_0 w_1 \qquad (12.28)$$

мындан, барабарсыздыктын эки бөлүгүн тең w_1ге бөлсөк, алабыз

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + \dot{I}_2^{I} \qquad (12.28)$$

мында $\dot{I}_2 = -\dot{I}_2 \frac{w_2}{w_1}$.

Ошентип, биринчи чөйрөсызыктын агыны $\dot{I}_1$ эки агындын геометриялык суммасы катары берилиши мүмкүн: бош жүрүш агыны $\dot{I}_0^{I}$ жана $\dot{I}_2^{I}$экинчи агыны. $\dot{I}_2^{I}$ агыны экинчи агын менен келтирилген (биринчи түрмөктүн оромдорунун санына) деп аталат. Ал сан жагынан w_2/w_1 өзгөргөндүгү $\dot{I}_2$ агынга барабар.

Мындан тышкары, туура келбеттештирилген трансформаторлордо $\dot{I}_2 R_2$ жана $j\dot{I}_2 X_{s2}$ чыңалуулардын төмөндөшү $j\omega W \frac{\dot{\Phi}_m}{\sqrt{2}}$ ге салыштырмалуу аз, ошондуктан (12.27) теңдемесинен төмөнкү келип чыгат

$$j\omega w_2 \frac{\dot{\Phi}_m}{\sqrt{2}} \approx -U_H \qquad (12.29)$$

Эгерде (12.26^{I})ти (12.29)га мүчөлөп бөлсөк жана модулдарына өтсөк, анда алабыз

$$U_1 / U_H \approx w_1 / w_2 \qquad (12.30)$$

Трансформаторго кирүүдөгү чыңалууга, анын чыгуудагы чыңалууга (нагрузкадагы) болгон катышы жакындатылган түрдө, биринчи түрмөктөгү оромдордун санына экинчи түрмөктүн оромдорунун санына болгон катышына барабар.

Туура келбеттештирилген трансформаторлордо нагрузка учурунда номиналга жакын, анда I_0 агын I_1 агындын 1-10%ин гана түзө алат, ошондуктан (12.28) теңдемесин жакындатып мындай берүүгө болот:

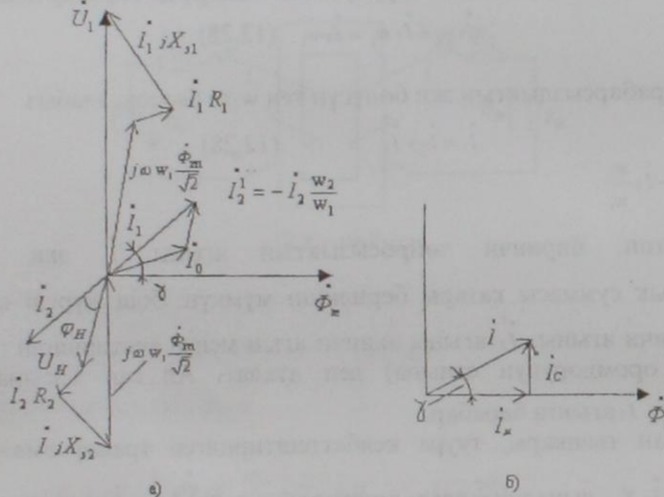
$$\dot{I}_1 w_1 \approx \dot{I}_1 w_2$$

Нагрузка учурунда I_1 жана I_2 агындардын модулдарынын ортосу номиналга жакын, төмөнкүдөй жакындаштырылган катнаштык орун алат:

$$I_1 / I_2 \approx w_2 / w_1 \qquad (12.31)$$

I_1 агын I_2 агынга мүмкүн болушунча шайкеш. Бул шайкештик бош жүрүш агындын эсебинен кичине бузулат.

Экинчи чөйрөсызыктын аракеттүү каршылыктарында зарде бөлүнүп чыгат, ал биринчи чөйрөсызыктан экинчиге магнит агымы аркылуу берилет жана түзмөктүн камсыздандыруу булагы менен толукталат.
Болот өзөгү бар трансформатордун вектордук диаграммасы.



12.19 – чийме

12.19, а-чиймеде эпкиндүүлүк нагрузкасы $Z_н=R_н+j\ X_н$ болгондо вектордук диаграмма сүрөттүлгөн.
Диаграмманы тургузууну $\dot I_2$ агындан баштайлы, аны өз эркинче жайгаштырып. $\varphi_н=arctgX_н/R_н$ бурчунун астында нагрузкадагы $\dot U_н$ чыңалуунун вектору жайгашат. $\dot U_н$ векторуна $\dot I_2\ R_2$ жана $\dot I_2 j\ X_{S2}$ векторлорун кошобуз. Экинчи чөйрөсызыктагы чыңалуулардын төмөндөшүнүн суммасы нөлгө барабар. Бул $j\omega w_2 \frac{\dot\Phi_m}{\sqrt2}$ векторун тургузууга мъмкънчълък берет

Андан кийин $\dot\Phi_m$ векторун тургузабыз (ал $j\omega w_2 \frac{\dot\Phi_m}{\sqrt2}$ векторунан 90^0 артта жүрөт).

Трансформатордун өзөгүндө, сызыктуу эмес эпкиндүүлүктүн өзөгү сыяктуу жоготуу бар, ал гизтерезис жана куюндуу агындар менен шартталган. Ушунун натыйжасында бош жүрүш $\dot I_0$ агыны $\dot I_\mu$ магниттөөчү

агындын $\dot I_c$ жоготуу агындын геометриялык суммасынан түзүлөт (12.19,б-чийме):

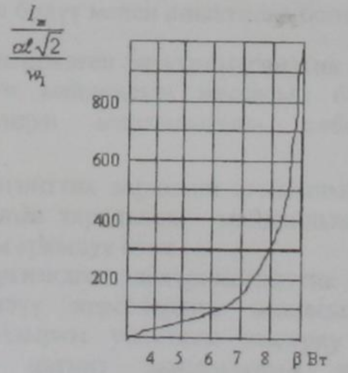
$$\dot I_0 = \dot I_\mu + \dot I_c .$$

$\dot I_\mu$ агыны баскычы боюнча $\dot\Phi_m$ агымы менен дал келет, ал эми $\dot I_c$ агыны $\dot\Phi_m$ 90^0 алдыда жүрөт. $\dot I_\mu$ жана $\dot I$ агындарын, ошондой эле сызыктуу эмес эпкиндүүлүк үчүн аныктоого болот.

Бош жүрүш агыны $\dot I_0\ \dot\Phi_m$ агымынан кандайдыр бир γ бурчуна алдыда жүрөт.

(12.28) теңдемесине ылайык $\dot I_1$ агыны $\dot I_0$ агыны менен $\dot I_2^1 = -\dot I_2 \frac{w_2}{w_1}$ агындын геометриалык суммасына барабар. $\dot I_1 R_1$, $\dot I_1 j\ X_{S1}$ жана $j\omega w_1 \frac{\dot\Phi_m}{\sqrt2}$ чыңалууларынын төмөндөшүнүн геометриялык суммасы биринчи чөйрөсызыктагы кирүү $\dot U_1$ чыңалуусун берет. 4.19-чиймедеги диаграмманы ыңгайлуу максатында чыңалуунун модулдары, ошондой эле агындардын модулдарынын арасындагы катнаштыктар, чындыгында каралган эмес.

12.4-маселе. Жогорлатуучу трансформатор трансформатордук Э41 болот өзөгүнө ээ баракчалардын калыңдыгы 0,5 мм барабар. Болот өзөгүнө ээ болгон баракчалардын калыңдыгы 0,5 мм Магниттөөчү ийри сызыгы $H = 0{,}71sh(5{,}75B)$. Өзөк аба жылчыгы жок тегерек калыпка ээ болгон пластиналардан жасалган: $w_1 = 250;\ w_2 = 1750;\ S = 2{,}2см^2,\ l = 2{,}5см,$ R_1 жана X_{S1} эске албай, бош жүрүш $\dot I_0$ агынын $U_1 = 15B$ жана f=50Гц болгондо аныктоо керек.



12.20 – чийме

Чыгаруу. Эпкиндин амплитудасы $B_m = \frac{U}{4{,}44 f w_1 S} = 1{,}22T$ Көбөйтүндү $\beta B_m = 5{,}75 \cdot 1{,}22 = 7{,}02$

12.20-чиймедеги ийри сызык боюнча $\beta B_m = 7{,}02$ болгондо табабыз $w_1 I_\mu / \left(\alpha l \sqrt2\right) = 185$. Бирок $\alpha l \sqrt2 / w_1 = 0{,}7 \cdot 0{,}25\sqrt2 / 250 = 10^{-3}$. Демек, $I_\mu = 0{,}185A$.

Өзөктүн массасы $m = 7{,}8(Г/см^3)\cdot 2{,}2(см^2)\cdot 25(см) = 0{,}428(кг)$ 12.1-таблицасын табабыз: $P_{1,0} = 1{,}6вт/кг$, $P_{1,5} = 3{,}6вт/кг$; $n = 5{,}69\lg(3{,}6/1{,}6) \approx 1{,}13$.

Болоттогу салыштырмалу $B_m = 1{,}22T$, $P_c = 1{,}6\cdot 1{,}22^{1.13}\cdot 1 = 2{,}1Вт/кг$

Массасы 0,428 кг болгондо өзөктөгү толук жоготуулар

$P_c = 0{,}428\cdot 2{,}1 = 0{,}9$ Вт

Өзөк аркылуу шартталган агын жоготуулары $I_c = P_c/U_1 = 0{,}9/15 = 0{,}06$ А

Бош жүрүш I_0 агыны практикалык жактан I_μ агынына барабар.

12.1-таблица

Болоттун маркасы	Баракчанын калындыгы, мм	$P_{1,0}$, Вт/кг	$P_{1,5}$, Вт/кг
Э41	0,5	1,6	3,6
Э42	0,5	1,4	3,2
Э43	0,5	1,25	2,9
Э41	0,35	1,35	3,2
Э42	0,35	1,2	2,8
Э43	0,35	1,05	2,5

ҮЧҮНЧҮ БӨЛҮК

ЭЛЕКТРОМАГНИТТИК МАЙДАН НАЗАРИЯТЫ

ОН ҮЧҮНЧҮ БАП
ЭЛЕКТРОСТАТИКАЛЫК МАЙДАН

§13.1. Киришүү

Электромагниттик майдан тууралу,бири- бирин өз ара шарттаган жан өз ара байланышкан электр жана магнит майдандарынын көптүгү аркылуу мүнөздөлүүчү материянын түрүн түшүнүүгө болот. Электромагниттик майдан — бул байкоого мүмкүн болгон өзүнө мүнөздүү электрдик жана магниттик касиеттерге ээ. Майданда жайгашкан электр дүрмөттөрүнө жана агындарга майдандын күч аракет кылышы аркылуу негизги вектордук чоңдуктар болгон электр майданынын чыңалуулугун жана магнит майданынын магниттик эпкинин аныктоо эсептелет.

Электромагниттик майдан боштукта электромагниттик толкундар түрүндө өз эркинче бар болушу мүмкүн. Бул — материянын өзгөчө калыбы экендигин күбөлөндүрөт. Ушул эле убакта электромагниттик майдан материяны жөнөкөй калыбын мүнөздөөчү зардеге, массага жана кыймыл санына ээ. Электромагниттик майдандын көлөм бирдигиндеги массасы, жекече көлөм бирдигиндеги майдандын зардесин боштукта жарык ылдамдыгына барабар болгон электромагниттик толкундун таралуу ылдамдыгынын чарчысына бөлүү менен аныктоого болот. $\left(m_{эм} = \dfrac{W_м}{\vartheta^2}\right)$.

Көлөм бирдигине келтирилген электромагниттик майдандын кыймыл саны, көлөм брдигиндеги майдандын массасын боштукта таралуучу электромагниттик толкундун ылдамдыгына көбөйткөнгө барабар $(\alpha = m_{эм}\cdot\vartheta)$.

Бир эле убакта электромагниттик зарденин агымынын кыймылы менен электромагниттик майдандын таралышы майдандын массасынын жана кыймыл санынын кыймылы аркылуу өтөт.

Көлөм бирдигине киргизилген электромагниттик майдандын массасы өлчөмдөш башка белгилүү нерселердин массасына (тыгыздыгына) салыштырмалуу эң аз. Азыркы убактагы жогорку жетишкендиктерге карабай, электр жана магнит майданынын чыңалуулуктарынын маанилеринен, көлөм бирдигиндеги майдандын массасы болгону $10^{-17} \div 10^{-12}\,кг/м^3$. Буга карабай майдандын массага ээ болушу негизги жобо (принципиалдык) мааниде, себеби бул анык болгон электромагниттик майдандагы белгилүү жараяндардын инерциалуулугу чагылдырылган.

Бул учурда электромагниттик майдан мейкиндикте үзгүлтүксүз бөлүнгөн, ал эми башка учурда анын дискреттүү түзүлүшү, майдандын квант түрүндө нурдануусу аркылуу байкалган. Электромагниттик майдан нерсеге, ал эми нерсе майданга айланышы мүмүкүн. Мисалы, электрон жана позитрон электромагниттик нурдануунун эки квантына айланат, ал эми фотондун жоголушу менен электрон жана позитрон жубу пайда болот. Майдандын нерсеге, ал эми нерсенин майданга айланышы материянын бир түрүнүн экинчи бир түргө айлнышын шарттайт. Мейкиндик жана убакыт — бул электромагниттик майдандын бар болушунун калыбы болуп эсептелет.

Майдандын назариятын кароодо айрым (эң жөнөкөй түзүлүштөн) жалпы (эң татаал түзүлүшкө) кадам кылабыз. Буга ылайыкташтырып башында электр жана магнит майдандарын убакыт боюнча өзгөрүлбөйт деп, майдандарды өз - өзүнчө карайбыз. Электростатикалык майданды карайлы.

§13.2. Электростатикалык майдандын аныктамасы

Электростатикалык майдан — бул электромагниттик майдандын айрым бир түрү болуп эсептелет. Ал байкоочуга салыштырмалуу жана убакыт боюнча өзгөрүлбөгөн, мейкиндикте кыймылсыз электр дүрмөттөрүнүн көптүгүнөн пайда болот.

Физика курсунда белгилүү, ар кандай нерсе электромагнит майданы менен курчалган элементардык дүрмөттөлгөн бөлүкчөлөрдөн турат.

Элементардык дүрмөттөр (электрон менен протондун дүрмөттөрү) өзүнүн жана сырткы өз ара аракеттенүүчү электр майданынын байланыштары аркылуу мүнөздөлөт. Ар кандай нерседе, бардык учурда мейкиндикте микроскопиялык бир тектүү эместик бар болот. Атомдордун жана молекулалардын курамына кирүүчү элементардык дүрмөттөлгөн бөлүкчөлөр үзгүлтүксүз башаламан кыймылда болот. Демек, микроскопиялык бир тектүү эместиктен тышкары мейкиндикте ар дайым убакыттын чектеш моментинде элементардык дүрмөттөрдүн жайгашышы бирдей эмес.

Майдан назариятында нерсенин макроскопиялык бир тектүү эместигин мейкиндикте жана убакыт ичинде ортолотот, же жараяндарды макросопиялык түшүнүк менен карашат.

Дүрмөттөлгөн нерседе (эгер, анын жалпы дүрмөтү убакыт боюнча өзгөрүлбөйт) элементардык дүрмөттөр баш аламан кыймылда. Ошондуктан, нерсенин эң жакынкы беттеринде элементардык дүрмөттөр пайда кылуучу магнит майданы жокко эсе. Бул электростатикалык майданда электромагниттик майдандын бир гана электр компонентин кароого мүмкүнчүлүк түзөт.

Дүрмөт аркылуу (нерсенин дүрмөтү), бул нерседеги элементардык электр дүрмөттөрүнүн суммасына барабар болгон скалярдык чоңдукту түшүнүүгө болот.

Мындан улам, бирдей жана изотроптук чөйрөдөгү майдан менен иш жүргүзөбүз. Мындай чөйрөдө, майдандын бардык чекиттери үчүн электрлик касиеттер бирдей жана багыттарынан көз каранды эмес.

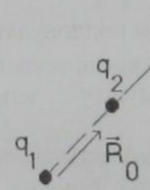
Электростатикалык майдан өзүнө жайгаштырган электр дүрмөтүнө мехникалык күч аракет кылууга мүмүкүнчүлүккө ээ да, бул дүрмөттүн чоңдугуна түз шайкеш.

Электр майданын аныктоонун негизинен, анын механикалык күчтүн пайда кылышына шартталган. Ал Кулондун мыйзамы аркылуу жазылат.

§13.2. Кулондун мыйзамы.

Эки чекиттик дүрмөт q_1 жана q_2 боштукта өз ара аракеттенишүү күчү $\bar{F}$ дүрмөттөрдүн көбөйтүндүсүнө түз шайкеш, ал эми алардын арасындагы аралыктын R чарчысына тескери шайкеш.

$$\bar{F} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\bar{R}_0, \qquad (13.1)$$



13.1-чийме

Бул күч чекиттик дүрмөттөрдү туташтыруучу сызык боюнча багытталган. Бирдей белгиге ээ болгон дүрмөттөр бири-биринен түртүлүшүүгө, ал эми карама-каршы белгидеги дүрмөттөр жакындашууга умтулат: мында $\bar{R}_0$- вектор бирдиги, дүрмөттөрдү туташтруучу сызык боюнча багытталган ($\bar{R}_0$дун үстүндөгү жебе мейкиндиктеги векторду билгизет).

СИ ни колдонууда R аралыгы метр (м); дүрмөттөр — кулон (К); электр турактулугу $\varepsilon_0 = 8{,}86 \cdot 10^{-12}$- фарада бөлүнгөн метр (Ф/м) аркылуу өлчөнүшөт. Анда күчтү ньютон (Н) боюнча алабыз.

Чекиттик дүрмөттөр аркылуу төмөнкүлөр айкалыштырылат: нерселердин арасындагы аралыктан көп кичине болгон өз ара аракеттенишүүчү дүрмөттөрдүн жайгашкан нерселердин сызыктуу өлчөмдөрү.

§13.3. Электростатикалык майдандын чыңалуулугу жана потенциалы

Ар кандай майдан кандайдыр бир негизги чоңдуктар аркылуу мүнөздөлөт. Электростатикалык майданды мүнөздөөчү негизги чоңдуктар болуп $\bar{E}$ чыңалуулугу жана φ потенциал эсептелет.

Электростатикалык майдандын чыңалуулугу -бул ар бир чекитте, чоңдугу жана багыты боюнча аныкталуучу вектордук чоңдук; потенциал скалярдык чоңдук болуп эсептелет. Потенциалдын мааниси майдандын ар бир чекитинде кандайдыр бир сан менен аныкталат.

Электростатикалык майдан аныкталат, эгер бул майдандын бардык чекиттеринде $\bar{E}$ нин же φ нин өзгөрүү мыйзамы белгилүү болсо.

Эгер, электростатикалык майданга эң кичине (кыймылсыз) оң дүрмөттү жайгаштырса, ал өзүнүн болушу менен майданды пайда кылган нерседеги дүрмөттөрдүн кайра бөлүнүшүнө кандайдыр бир өзгөртүү жазабаса, анда дүрмөткө аракет кылган күчтүн q дүрмөтүнүн чоңдугуна болгон катышы берилген чекиттеги майдандын чыңалуулугун аныктайт:

$$\bar{E} = \lim_{q \to 0} \frac{\bar{F}}{q}. \qquad (13.2)$$

Ошентип, $\bar{E}$-бул берилген майдандын чекитине киргизилген дүрмөт, майданды өзгөртпөөчү шартында аныкталуучу майдандын күч мүнөздөгүчү (бул дүрмөт киргизгенге чейинки жайгашуусунда).

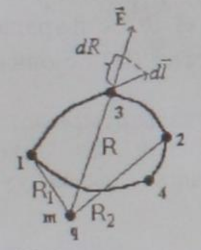
Мындан, майданга киргизилген q чекиттик дүрмөт чоңдугуна аракет кылган $\bar{f}$ күчү $\bar{f} = q\bar{E}$, ал эми чыңалуулугу сан жагынан дүрмөткө аракет кылуучу күчкө барабар, чоңдугу боюнча бирге барабар

Эгер, майдан бир нече дүрмөттөрдөн (q_1, q_2, q_3, ...) пайда болсо, анда анын чыңалуулугу дүрмөттөрдүн өз-өзүнчө чыңалуулктарын геометриялык суммасына барабар:

$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 + ...$, же электр майданын эсептөөдө каттоо ыкмасы колдонулат.

Майдандын күчү, аткаруучу жумуштан, дүрмөттүн жылышусунан, ошондой эле потенциал менен байланышкан жумушту жана потенциалдардын айырмасы тууралу суроону карайлы.

Электр майданына кандайдыр бир дүрмөт q жайгаштыралы. Дүрмөткө $q\bar{E}$ күчү аракет кылат. Мейли q дүрмөтү 132 жолу боюнча 1 чекитинен 2 чекитине жылышсын (13.2-чийме).



13.2-чийме

Анткени, жолдун ар бир чекитинде дүрмөткө аракет кылуучу $q\bar{E}$ күчүнүн багыты $d\bar{l}$ жолдун элементине дал келбеши мүмкүн, анда дүрмөттү $d\bar{l}$ жолуна жылыштыруучу жумуш, күчтүн жолдун элементине болгон көбөйтүндүсү $q\bar{E}d\bar{l}$ менен аныкталат. Дүрмөттү 1 чекитинен 2 чекитине 132 жолу боюнча алып барууга кеткен жумуш элементардык жумуштардын $q\bar{E}d\bar{l}$ суммасы сыяктуу аныкталат. Бул сумманы сызыкту интеграл $q\int_1^2 \bar{E}d\bar{l}$ түрүндө жазууга болот.

Дүрмөт q каалагандай болушу мүмкүн. Аны бирге барабар деп алалы (бирдик дүрмөт). Потенциалдардын айырмасы $\varphi_1 - \varphi_2$ тууралу бирдик дүрмөтүн баштапкы 1 чекитинен акыркы 2 чекитине которуудагы кеткен майдан күчүнүн жумушун түшүнүү кабыл алынган:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \bar{E}d\bar{l} \qquad (13.3)$$

(13.3) формуласы аркылуу 1 жана 2 чекитиндеги потенциалдардын айырмасын, майдандын чыңалуулугунан сызыктуу интеграл деп аныктоо мүмкүнчүлүк берет.

Эгер жолдун акыркы 2 чекитинин потенциалы нөлгө барабар болсо, анда 1 чекитинин потенциалы (качан $\varphi_2 = 0$) аныкталышы мүмкүн болмок:

$$\varphi_1 = \int_1^2 \bar{E}d\bar{l},$$

демек, майдандын өз эркинче алынган 1 чекитинин потенциалы нөлгө барабар болгон бирдик оң дүрмөтүн, майдандын бир чекиттен экинчи бир чекитке которууда аткаруучу майдандын күчүнүн жумушу катары аныкталышы мүмкүн.

Нөлдүк потенциалы бар чекит тууралу майдандын каалаган чекитин алууга болот. Эгер мындай чекит алынса, анда майдандын бардык чекиттеринин потенциалы бир жолу гана аныкталат.

Кээ бир учурларда нөлдүк потенциалы бар чекит чексиздикте жайгашышы кабыл алынат. Ошондуктан, физика курстарында потенциалды майдандын бирдик дүрмөтү, берилген бир чекиттен чексиздикке которуу күчүнүн жумушу тууралу аныктоо таралган:

$$\varphi_1 = \int_1^\infty \bar{E}d\bar{l}$$

Дайыма потенциалы нөл болгон чекит жердин үстүнкү бетинде жайгашат деп санашат (жер электростатиканын шартында өткөрүүчү нерсе, ошондуктан бул чекит жердин үстүнкү бетинде же катмарында жайгашабы баары бир).

Ошентип, майдандын потенциалынын каалаган чекити, майдандын кандай чекитине нөлдүк потенциал берилгендигине көз каранды, же потенциал турактуу чоңдуктун тактыгына чейин аныкталат. Бирок, бул негизги чечүүчү мааниге ээ эмес, анткени практикада майдандын кандайдыр бир чекитинин потенциалы эмес, потенциалдын айырмасы жана ал потенциалдардын координаталар боюнча туундусу маанилүү.

Потенциалдардын айырмасын эркинче турактуулукту потенциал аныкталуучу тактыкта түзүүдө алынат жана ал потенциалдардын айрмасына кирбейт. Потенциалдын координаталар боюнча туунду чоңдугуна эркинче алынган турактуулук жогорудагыдай айтылбайт, анткени турактуу чоңдуктан туунду нөлгө барабар.

§13.4. Электр майданы-бул потенциалдык майдан

Майдандын чекиттик дүрмөттөрүндөгү потенциалдардын айырмасы үчүн тюнтмаларды түзөлү. Бул максатта 13.2-чийменин m чекитинде майданды түзгөн q_1 чекиттик оң дүрмөт жайгашсын дейли, ал эми арада орун алган 3 чекити аркылуу 1 чекитинен 2 чекитине $q = 1$ бирдик оң дүрмөт жылсын.

m чекитинен баштапкы 1 чекитине чейинки аралык R_1; m чекитинен аягындагы 2 чекитине чейинки аралык R_2; m чекитинен 132 жолундагы өз эркинче 3 чекитине аралык R деп белгилейли. Майдандын чыңалуулугу $\bar{E}$нин жана $d\bar{l}$ жолдун элементинин багыттары арадагы 3 чектинде 13.2-чиймеде көрсөтүлгөн. Скалярдык көбөйтүндү $\bar{E}d\bar{l} = EdR$, мында dR m чекитин 3 чекитине туташтыруучу радиус багытындагы $d\bar{l}$ жолдун элементинин проекциясы.

Майдандын чыңалуулугунун аныктамасына ылайык $\bar{E} = \bar{F}/q$. Кулондун мыйзамы боюнча

$$\bar{F} = \frac{q_1 q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}\bar{R}_0.$$

Анткени $|\bar{R}_0| = 1$ жана $q = 1$,анда чекиттик дүрмөттүн майданындагы майдандын чыңалуулугунун модулу

$$E = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_2}.$$

(13.3) формуласындагы $\bar{E}d\bar{l}$ дин ордуна $\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R^2}dR$ коюп

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \bar{E}d\bar{l} = \int_1^2 EdR = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^2 \frac{dR}{R^2} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right). \qquad (13.4)$$

Ошентип, жолдун (1 жана 2 чекиттериндеги) баштапкы жана аяккы чекиттеринин арасындагы потенциалдардын айырмасы чекиттердин жайгашышынан гана көз каранды, ал эми баштапкы чекиттен аягындагы чекитке жылышуу жолунан көз каранды эмес. Башкача айтканда, эгер жылышуу 1 чекитинен 2 чекитине жүрбөй, башка кандайдыр бир башка жол менен, мисалы 142 жол аркылуу, анда бул учурда алынган потенциалдардын айырмасы $\varphi_1 - \varphi_2$ 132 жолунда 1 чекитинен 2 чекитине жылышуудагы $\varphi_1 - \varphi_2$ потенциалдарынын айырмасына барабар.

Эгерде, майдан чекиттик дүрмөттөрдүн көптүгүнөн түзүлсө, анда бул жыйынтык ар бир чекиттик дүрмөттөр өз-өзүнчө түзгөн майдан үчүн жеткиликтүү. Анткени бир тектүү изотроптук электр майданы үчүн каттоо негизги жобо жеткиликтүү. Анда $\varphi_1 - \varphi_2$ потенциалдардын айырмасы чоңдугу жөнүндөгү жыйынтык көз карандысыздык жолдун 1 чекитинен 2 чекитине жылышуунун өтүшү жана чекиттик дүрмөттөрдүн көптүгүнөн түзүлгөн электр майданы үчүн да жеткиликтүү.

Эгер13241 (13.2-чийме) туюк жол боюнча өтсө, анда жолдун баштапкы 1 чекит жана жолдун аягындагы 2 чекитке дал келишет. (13.4) формуласынын сол жана оң бөлүктөрү нөлгө барабар болот:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 0 = \oint \bar{E}d\bar{l}. \qquad (13.5)$$

(Интеграл белгисиндеги тегерек, интеграл туюк чөйрөсызык аркылуу алынарын билгизет).

(13.5) формуласы электростатикалык майдан, каалаган туюк жол аркылуу электр майданынын чыңалуулугунан алынган сызыктуу интеграл нөлгө барабар экендигин күбөлөндүрөт.

Физикалык жактан бул туюк жол боюнча кыймылдаганда майдандын күчү белгилүү бир жумуш аткаруу менен түшүндүрө алат. Ошондой эле жумуш майдандын күчүнө каршы сырткы күчтөр аркылуу аткарылат.

Эгер майдандын күчү аткарган жумушту оң деп, ал эми майдандын күчүнө каршы аткарылган жумушту терс деп шарттасак, анда «оң» жана «терс» жумуштардын суммасы нөлгө барабар.

(13.5) барабарсыздыгын талкуулоого алынса: каалаган туюк чөйрөсызык узатасынан $\bar{E}$ векторнун айлануусу нөлгө барабар. Бул катнаштык электростатикалык майдандын негизги касиетин өзүнө туюндурат. Жогорку өз алдынчага окшогон катнаштык үчүн аткарылган майдан потенциалдык деп аталат. Потенциалдык болуп, электростатикалык майдан гана эсептелбестен, ошондой эле бардык гравитациялык майдандар (материалдык нерселердин ортосундагы оордук күчүнүн майданы), ысытылган нерселердин жанындагы калыптанган температуралык майдандар ж.б.у.с.

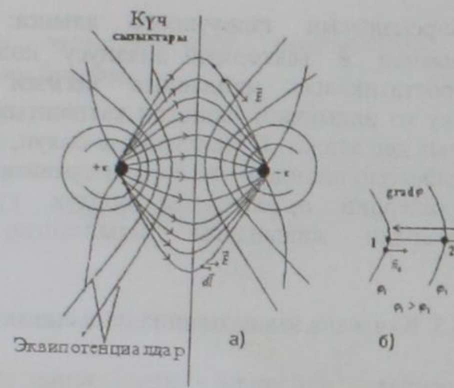
§13.5. Күч жана эквипотенциалдык сызыктар

Электростатикалык майданды күч жана эквипотенциалдык сызыктардын көптүгү аркылуу мүнөздөөгө болот.

Күч сызыктары — бул оң дүрмөттөлгөн нерседен башталып терс дүрмөттөлгөн нерседен бүткөн майданда жүргүзүлүүчү ой менен алынган сызык. Ал сызык мындай жүргүзүлөт, каалаган чекитте ага жаныма, бул чекитте $\bar{E}$майдан чыңалуулугунун багытын берет. Күч сызыгынын узатасында эң кичине оң дүрмөт кыймылдаса, эгер ал майданда эркин кыймылдоого мүмкүнчүлүккө ээ, бирок инерцияга ээ болбосо. Ошентип, күч сызыктар баштапкы (оң дүрмөттөлгөн нерсени) жана аяккы (терс дүрмөттөлгөн нерсени) өзүнө камтыйт. Анткени оң жана терс дүрмөттөр пайда кылган майдан бир эле чекитте болушу мүмкүн эмес, анда майдандын электр күч сызыктары өзү менен өзү туюк сызыкты түзүшү мүмкүн эмес.

Электростатикалык майданда эквипотенциалдык (бирдей потенциалдык) беттер жүрүгүзүлүшү мүмкүн. Эквипотенциалдык бет аркылуу бир эле потенциалга ээ майдандын чекиттеринин көптүгүн түшүнүүгө болот. Эгер ой менен электростатикалык майданды кандайдыр бир кесүүчү тегиздиктен жиреп өтсө, анда алынган кесилиште эквипотенциалдык бет менен бирге тегиздиктин кесип өткөн издери көрүнөт. Аларды эквипотенциалдык сызыктар (же эквипотенциалдар) деп аташат. Эквипотенциалдык беттин аныктамасынан келип чыгат, себеби бул аркылуу жылышуу потенциалдын өзгөрүшүнө мүмкүнчүлүк бербейт. Ушул сыяктуу эквипотенциалдык сызыктардын узатасына жылышуу потенциалдын өзгөрүшү менен байланышкан эмес.

Эквипотенциалдык жана күч сызктары майдандын каалаган чекиттеринде түз бурчтун астында кесип өтөт. 13.3,а-чиймеде эки дүрмөттөлгөн нерсе сүрөттөлгөн жана бир нече күч жана эквипотенциалдык сызыктар өткөрүлгөн.



13.3 — чийме

Күч сызыктарына карама-каршы электростатикалык майдандын эквипотенциалдык сызыктары өз-өзү менен туюк сызыктар болуп эсептелет. Жогорда айтылгандай, электр майданынын чыңалуулугу $\bar{E}$ жана потенциал φ нин интеграл түрүндөгү [(13.4)формула] байланыш бар. Мындан тышкары $\bar{E}$ жана φ нин ортосунда дифференциал түрүндөгү байланыш бар.

§13.6. Чыңалуулукту потенциалдын градиенти түрүндө көрсөтүү

Электростатикалык майдан, мурда белгилегендей потенциалдык майдан болуп эсептелет. Майдандын эки жакын жайгашкан чекиттеринин ортосунда жалпы учурда кандайдыр бир потенциалдардын айырмасы орун алган.

Эгер бул айырмачылыкты алынган чекиттердин арасындагы эң кыска аралыктарга бөлсөк, анда алынган чоңдук потенциалдын өзгөрүү ылдамдыгын чекиттердин арасындагы кыска аралыктын багыты боюнча мүнөздөйт. Бул ылдамдык узатасынан алынган чекиттердин багытынан көз каранды болот.

Математика курсунда скалярдык функциянын градиенти деген түшүнүк колдонулат. *Скалярдык функциянын градиенти* деп, скалярдык функциянын өзгөрүү ылдамдыгын, анын эң жогорку өсүү багытында болсо айтабыз. Градиентти аныктоодо эки жобо орун алган : 1) эки жакын жаткан чекиттерден алынган багыт мындайча алынат, потенциалдын өзгөрүү ылдамдыгы максималдуу; 2) багыты мындай скалярдык функция бул багытта жогорулайт (төмөндөйт). 13.3,б —чиймеде эки эң жакын жайгашкан эквипотенциалдык кесиндилер сүрөттөлгөн. Анын бири φ_1 потенциалына, экинчиси φ_2 потенциалына ээ. Мейли $\varphi_1 > \varphi_2$. Анда келтирилген аныктамага ылайык потенциалдын градиенти 13.3,б-чиймеде вектор болуп сүрөттөлгөн, эквипотенциалдык сызыктарга

перпендикулярдуу жана φ_2 ден φ_1 ди көздөй багытталган (потенциалы жогрулоо жагына).

Электр майданынын чыңалуулугунун багыты потенциалы (φ_1) жогорудан потенциалы (φ_2) төмөндү көздөй багытталган. Эгер dn аркылуу перпендикуляр боюнча (нормал боюнча) эквипотенциалдык беттердин арасындагы аралыкты, ал эми

$d\bar{n}$ вектору аркылуу дал келүүчү $\bar{E}$ багытын белгилейбиз: $d\bar{n} = \bar{n}^0 dn$(мында $\bar{n}^0$ бирдик вектор $d\bar{n}$ багыты боюнча), анда (13.4) формуласынын негизинде төмөнкүнү жазууга болот:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \bar{E} d\bar{l} \approx \bar{E} d\bar{n} = -d\varphi,$$

мында $d\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ потенциалдын 1 чекитинен 2 чекитине өткөндө өсүүнү көрсөтөт.

Анткени $\bar{E}$ жана $d\bar{n}$ векторлору багыттары боюнча дал келишет. Анда $\bar{E}\,d\bar{n}$ көбөйтүндүсү $\bar{E}$ модулунун $d\bar{n}$ модулуна болгон көбөйтүндүсүнө барабар

($\bar{E}\,d\bar{n} = Edn$). Ошентип, $Edn = -d\varphi$. Мындан майдандын чыңалуулугу $E = -\frac{d\varphi}{dn}$.

Майдандын чыңалуулугунун вектору $\bar{E} = \bar{E}n^0$.

Демек,

$$\bar{E} = -\frac{d\varphi}{dn}\bar{n}^0. \qquad (13.6)$$

Өз кезегинде, градиенттин аныктамасынан

$$grad\varphi = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{dn}(-\bar{n}^0) = \frac{-d\varphi}{dn}(-\bar{n}^0) \qquad (13.7)$$

(13.6) жана (13.7) коюштарууда,

$$\bar{E} = -grad\varphi. \qquad (13.8)$$

(13.8) катнаштыгын төмөнкүдөй талкууга алсак: майдандын кандайдыр бир бетиндеги чыңалуулук бул чекиттеги тескери белги менен алынган потенциалдын өзгөрүү ылдамдыгына барабар. Минус белгиси $\bar{E}$ нин багыты менен $grad\varphi$ нин багыты карама-каршы экендигин көрсөтөт (13.3,б-чийме).

Нормал $d\bar{n}$ жалпы учурда кандайдыр бир координатанын огунун багыты менен дал келбей жайгашышы мүмкүн. Ошондуктан, жалпы учурда потенциалдын градиентин координаталык окторго үч проекциянын суммасы түрүндө көрсөтүүгө болот. Мисалы, декарттык координат системасында:

$$grad\varphi = \bar{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \bar{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \bar{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \qquad (13.9)$$

мында $\bar{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} - x$ огунун багыты боюнча φ өзгөрүү ылдамдыгы; $\frac{\partial\varphi}{\partial x}$ - ылдамдыктын (ылдамдык-вектордук чоңдук) сандык мааниси (модул) $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ – декарттык системада x,y,z октору боюнча ылайыкташкан бирдик орттор (векторлор).

Чыңалуулук вектору $\bar{E} = \bar{i}E_x + \bar{j}E_y + \bar{k}E_z$. Ошентип $\bar{i}E_x + \bar{j}E_y + \bar{k}E_z = -$

$$\left(\bar{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \bar{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \bar{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z},\right).$$

Эки вектор бири-бирине барабар, качан гана булардын ылайыкташуучу проекциялары барабар болсо. Демек,

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \qquad (13.10)$$

(13.10) формуласынын мындай түшүнүүгө болот: майдандын чыңалуулугунун x огуна болгон проекциясы потенциалдын өзгөрүү ылдамдыгынын тескери белги менен алынган x огундагы проекциясына барабар ж.б.у.с.

§13.7. Гамильтондун дифференциалдык оператору (набла оператору)

Скалярдык жана вектордук чоңдуктардын үстүнөн ар кандай операцияларды жазууда кыскартуу үчүн Гамильтондун дифференциалдык оператору (набла оператору) колдонулат.

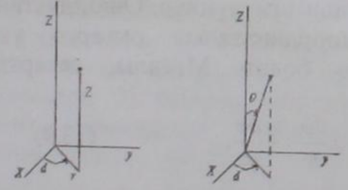
Гамильтондун дифференциалдык оператору тууралу үч координатанын октору боюнча айрым туундулардын суммасын буларга ылайыкташкан бирдик векторлорго (орттор) болгон көбөйтүндүсүн түшүнүүгө болот. Декарттык координаталар системинде аны мындайча жазууга болот

$$\nabla = \bar{i}\frac{\partial}{\partial x} + \bar{j}\frac{\partial}{\partial y} + \bar{k}\frac{\partial}{\partial z}.$$

Ал өзүнө вектордук жана дифференциалдык касиеттерди айкалыштырат жана скалярдык, вектордук функцияларда колдонулушу мүмкүн. Берилген функциянын үстүнөн иш жүргүзүүдө (координаталар боюнча аларды диференциалдоо, же «мейкиндикте» диференциалдоо) набла операторунун оң жагынан жазууну баштоо керек.

Оператор ∇ ны потенциал φ колдонобуз. Ушул максатта

$$\nabla\varphi = \left(\bar{i}\frac{\partial}{\partial x} + \bar{j}\frac{\partial}{\partial y} + \bar{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\varphi = \bar{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \bar{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \bar{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}.$$



а) б)

13.4 чийме

Эгер акыркы формуланы (13.9) га салыштырсак, анда барбарсыздыктын оң жактары буларда бирдей. Демек, сол жактары да барабар: $grad\varphi = \nabla\varphi$, $\nabla\varphi$ жазуусу $grad\varphi$ жазуусуна тең маанилүү, ал эми сол жагына кандайдыр бир скалярдык функцияны кайрадан жазууга (каралган учурда k га карата) оператор ∇ скалярдык фнкциядан градиент алууну түшүндүрөт.

Потенциалдын градиентинин цилиндирдик координаталар системиндеги формуласы (13.4,а-чийме):

$$grad\varphi = \bar{r}^0\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \bar{\alpha}^0\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} + \bar{z}^0\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \qquad (13.11)$$

Потенциалдын градиентинин сфералык координаталар системинде формуласы (13.4,б-чийме):

$$grad\varphi = \bar{R}^0\frac{\partial\varphi}{R} + \bar{\theta}^0\frac{\partial\varphi}{\partial\theta} + \bar{\alpha}^0\frac{1}{R\sin\theta}\cdot\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha} \qquad (13.12)$$

§13.8. Поляризация вектору

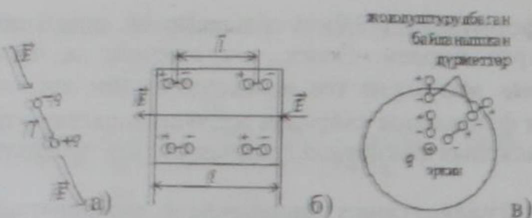
Бош жана байланышкан дүрмөттөр. Нерсенин поляризацияланышы. Дүрмөттөрдү бош деп айтабыз, эгер майдандын күч аракети астында дүрмөттөр нерседе эркин кыймылга келсе, булардын кыймылы молекулалардын ички күчтөрүнөн чектелбейт.

Байланышкан электр дүрмөттөрү тууралу нерселердин курамына кирүүчү жана молекулалардын ички күчтөрүнүн белгилүү жайгашышына кармалса түшүнөбүз. Мындай дүрмөттөр берилген нерсеге «байланыштуу», жана андан ажыратылбайт. Оң байланышкан дүрмөттөрдүн суммасы терс байланышкан дүрмөттөрдүн суммасына барабар.

Эгерде, кандайдыр бир диэлектрлик нерсени электр майданына жайгаштырсак, анда ал поляризациаланат.

Поляризация тууралу электр майданынын таасири астында нерседе жайгашкан байланышкан дүрмөттөрдүн тартиптүү өзгөрүшүн түшүнөбүз. Бул жайгашуунун өзгөрүшүндө нерседеги терс байланышкан дүрмөттөр потенциалы жогору карай багытта, ал эми оң байланышкан дүрмөттөр потенциалы төмөндү карай багытта жылышууда байкалат. Дүрмөттөрдүн жылышуусу ошончолук болот электр майданынын байланышкан дүрмөттөргө болгон күч аракети молеклалардын ички күчтөрү менен теңдешкендей болсо. Поляризациянын негизинде нерсенин бетинде байланышкан дүрмөттөрдү ачып көрсөткөн сыяктуу болот.

Поляризация вектору . $\bar{q}\cdot l$ көбөйтүндүсүн электрлик момент деп аталат, булар l(дипол) аралыкта жайгашкан чоңдуктары боюнча бирдей, бирок багыттары боюнча карама-каршы. Бул вектордук чоңдук $-q$ дүрмөтүнөн $+q$ дүрмөтүнө багытталган. (13.5,а-чийме).



13.5 — чийме

Поляризацияланган нерседе молекулалар электрлик жагынан өзүлөрүн диполь катары көрсөтөт. Сырткы электрлик майдандын таасири астында мейкиндикте мындай багыттарды табууга умтулушат, булардын электрлик моменти электр майданынын чыңалуулугунун векторуна жарыша багытталат. Нерсенин V көлөмүндө жайгашкан диполдордун суммасынын электрлик моменти, тиешелүү V көлөмүндө, нөлгө умтулса поляризация вектору деп аталат жана $\vec{P}$ аркылуу белгиленет.

$$\vec{P} = \lim_{V\to 0}\frac{\sum \vec{p}_i}{V} \qquad (13.13)$$

көпчүлүк диэлектриктер үчүн $\vec{P}$ электр майданынын чыңалуулугу $\vec{E}$ге шайкеш. Экөөнүн ортосундагы шайкештик коэффициенти $\varkappa = \varepsilon_0 \chi$ (χ - электрлик баамдуулук):

$$\vec{P} = \varkappa \vec{E} \qquad (13.14)$$

Диэлектриктерди поляризация убагында, буларда жүрүүчү жараяндардан көз карандылыгынан эки топко бөлүүгө болот.

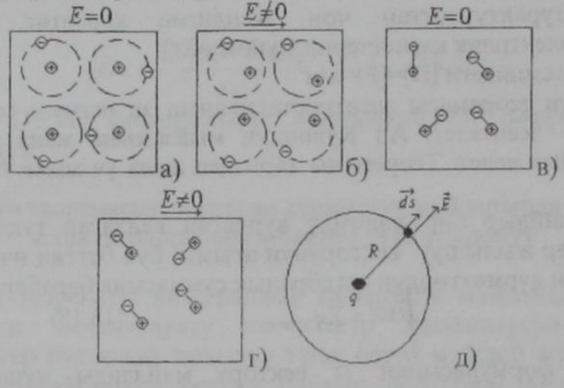
Биринчи топко кирүүчү диэлектриктерде, молекулалар сырткы электр майданынын таасири жокто электр жагынан нейтралдуу болушат, мында оң жана терс дүрмөттөрдүн аракеттүү борборлору дал келишет. Мындай диэлектриктерге суутек, азот, парафин жана башкалар кирет.

Биринчи топтогу диэлектриктердин поляризацияланышы төмөнкүдөй болот: сырткы электр майданынын аракети астында молекуланын оң дүрмөтүнүн аракеттүү борбору сырткы майдан боюнча жылышат, ал эми терс дүрмөттөрдүн (электрондук орбита) аракеттүү борбору майданга каршы багытталган. Жыйынтыгында молекула диполь болуп эсептелет.

Бул молекулалардын дүрмөттөрүнүн жылышы сырткы майдандын чыңалуулугунун чоңдугуна шайкеш. «Аралашууларга» ички молекулалык күчтөр каршы аракетте болот.

Экинчи топко кирүүчү диэлектриктердин молекулалар сырткы электр майданы жокто өзүн диполдор катары көрсөтөт, себеби бул молекулалардын оң жана терс дүрмөттөрүнүн аракеттүү борборлору сырткы электр майданынын жоктугунан дал келишпейт (полярдык молекулалар). Диэлектриктин полярдык молекулалары болуп, мисалы хлордуу суутек эсептелет.

Жылуулук кыймылынын негизинде диполдор баш аламан жайгашышат, анткени сырткы электр майданынын жоктугунан булардын электр майдандары өз ара нейтралдашат.



13.6- чийме

Экинчи топтогу диэлектриктердин поляризацияланышы мындан турат: полярдык молекулалар мындайча бурулууга умтулушат, булардын электрлик моменти сырткы электр майданы боюнча багытталат.

Биринчи топтун диэлектрикеринин поляризацияланышы 13.6,а-жана б-чиймеде; экинчи топтуку 13.6,в жана г-чиймеде көрсөтүлгөн. 13.6,а жана в качан сырткы майдан жок учурга туура келет; 13.6,б жана г-сырткы майдандын болушуна туура келет.

§13.9. $\vec{D}$ электр эпкин вектору. Интегралдык калыптагы Гаусстун теоремасы.

$\vec{E}$ жана $\vec{P}$ векторлорунан жана электротехникалык эсептөөлөрдөн тышкары, дагы электр эпкин вектору, же электр жылышуу вектору колдонулат.

$\vec{D}$ вектору эки вектордун суммасына барабар: боштукта майданды мүнөздөөчү вектору $\varepsilon_0\vec{E}$ жана каралып жаткан майдандын чекитинде диэлектриктин поляризациялануу жөндөмдүүлүгүн мүнөздөөчү $\vec{P}$ поляризация вектору :

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$$

Анткени

$$\vec{P} = \varkappa\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E}\frac{\varkappa}{\varepsilon_0}\,, \qquad (13.15)$$

анда

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}\left(1 + \frac{\varkappa}{\varepsilon_0}\right) = \varepsilon_0\varepsilon\vec{E} = \varepsilon_a\vec{E}, \qquad (13.16)$$

мында

$$\varepsilon_a = \varepsilon_0\varepsilon\,;\ \varepsilon = 1 - \chi. \qquad (13.17)$$

Салыштырмалуу диэлектриктик өткөрүмдүүлүк нөлдүк өлчөмгө ээ; ал канча жолу нерсенин абсолюттук диэлектриктик өткөрүмдүүлүк (ε_a) электрлик туруктуулуктан чоң экендигин көрсөтөт, ошондой эле (боштуктун электрлик касиеттерин мүнөздөйт)

СИ системиндеги [D]=[P]=к/м^2.

Гаусстун теоремасы электростатиканын эң негизги теоремаларынын бири болуп эсептелет. Ал Кулондун мыйзамына жана каттоо негизги жобого ылайык келет. Теореманы таризден жана үч ыкма түрүндө жазууга болот.

1. Кандайдыр бир көлөмдү курчаган каалаган туюк бет аркылуу электр жылышуу векторунун агымы, бул беттин ичине жайгашкан эркин дүрмөттөрдүн алгебралык суммасына барабар:

$$\oint\limits_S \bar{D}d\bar{s} = \sum q_{эркин} \qquad (13.18)$$

(13.18) формуласынан $\bar{D}$ вектору майданды мүнөздөөчү болуп эсептелет да башка бирдей шарттарда чөйрөнүн (ε чоңдугунан) диэлектриктик касиеттеринен көз каранды болбойт.

2. Себеби $\bar{D} = \varepsilon_0\varepsilon\bar{E}$, анда бир тектүү изотроптук чөйрө үчүн Гаусстун теоремасы мындай калыпта жазууга болот:

$$\oint \bar{E}d\bar{s} = \frac{\sum q_{эркин}}{\varepsilon_0\varepsilon} \qquad (13.19)$$

себеби, электр майданынын чыңалуулук векторунун агымы каалаган туюк бет калыңдыгында $\varepsilon_0\varepsilon$ көбөйтүндүсүнө бөлүнгөн бул беттин ичинде жайгашкан эркин дүрмөттөрдүн суммасына барабар.

(13.19) формуласынан $\bar{E}$ вектору майданды мүнөздөгүчү катары экендиги келип чыгат жана $\bar{D}$ векторунан айырмаланып ар кандай бирдей шарттарда чөйрөнүн (ε чоңдугунан) диэлектриктик касиеттеринен көз каранды.

$\bar{D}$ агымынын вектору бирдей гана дүрмөттөрдүн суммасынан аныкталат жана туюк беттин ичинде булардын жайгашышынан көз каранды эмес.

3. Каалаган туюк бет аркылуу $\bar{E}$ векторунун агымы эркин дүрмөттөрдүн ($\sum q_{эркин}$) суммасынан гана түзүлбөстөн, ошондой эле беттин ичинде жайгашкан, байланышкан дүрмөттөрдүн ($\sum q_{байл...}$) суммасынан түзүлөт.

Физика курсунан белгилүү, каалаган туюк беттин калыңдыгындагы поляризация векторунун агымы, бул беттин ичинде жайгашкан терс белги менен алынган, байланышкан дүрөттөрдүн алгебралык суммасына барабар:

$$\sum q_{байл} = -\oint \bar{P}d\bar{s}\,, \qquad (13.20)$$

(13.18) формуласын төмөнкүчө жазууга болот:

$$\oint \bar{D}d\bar{s} = \oint\left(\varepsilon_0\bar{E} + \bar{P}\right)d\bar{s} = \varepsilon_0\oint \bar{E}d\bar{s} + \oint \bar{P}d\bar{s} = \sum q_{эркин}$$

Демек,

$$\varepsilon_0\oint \bar{E}d\bar{s} = \sum q_{эркин} - \oint \bar{P}d\bar{s} = \sum q_{эркин} + \sum q_{байл}$$

же

$$\oint \bar{E}d\bar{s} = \frac{\sum q_{эркин} + \sum q_{байл}}{\varepsilon_0} \qquad (13.21)$$

(13.20) жана (13.21) формулалары өзүлөрүнүн оң бөлүктөрү боюнча айырмаланышат.

§13.10. Гаусстун теоремасын чекиттик дүрмөттүн майданында чыңалуулукту жана потенциалды аныктоо үчүн колдонуу

Гаусстун теоремасы интегралдык калыптагы майдандын кандайдыр бир чекитинде чыңалуулукту же электр жылышуусун табуу үчүн колдонулат, эгер бул чекит аркылуу туюк бетти мындай жүргүзсөк, туюк беттин ичинде жайгашкан беттин бардык чекиттери дүрмөткө карата бирдей (симметриялуу) шарттарда болот.

Мындай бет болуп ар качан сфера (эгер дүрмөт чекиттик болсо) же цилиндрдин каптал жак бети (эгер дүрмөт «сызыктуу») эсептелет. Беттин бардык чекиттеринин симметриялуу жыйгашышынын негизинде дүрмөткө салыштырмалуу майдандын чыңалуулугунун сан маанилери бирдей болот.

Мисал катары Гаусстун теоремасын колдонуп дүрмөттөн R аралыкта алыстатылган чекиттик дүрмөттүн чекитте пайда кылган майдандын чыңалуулугун табабыз. Ушул максатта берилген чекит аркылуу радиусу R болгон сфералык бетти дүрмөт сферанын борборунда жайгашкан деп жүргүзөбүз да, бул сферага Гаусстун теоремасын колдонобуз (13.6,д-чийме).

Сфералык беттин элементи $d\bar{s}$ сфера бетине перпендикулярдуу жана (сырткы ички тегиздиктин көлөмүнө салыштырмалуу) нормалга крата багытталган.

Берилген мисалда сферанын ар бир чекитинде $\frac{q}{E}$ жана $d\bar{S}$ багыттары боюнча дал келишет. Алардын арасындагы бурч нөлгө барабар. Эгер $\bar{E}$ нин сандык маанилерин сферанын бардык чекитинде бирдей болсо, анда Eни интеграл белгисинин сыртына чыгарууга болот

$$\oint \bar{E}d\bar{s} = \oint Eds\cos 0^0 = E\oint ds = E\cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon}\,.$$

Демек, R аралыгында чекиттик q дүрмөтү пайда кылган чыңалуулук

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}\,. \qquad (13.22)$$

Майдандын чыңалуулугу сферанын симметриялуулугунан сфералык координат системасында бир гана R дик түзүүчүгө ээ. Анда

$$E = E_R = -\frac{\partial\varphi}{\partial R}$$

Мындан

$$\varphi = -\int E dR = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R} + C. \qquad (13.23)$$

Ошентип, чекиттик дүрмөттүн майданынын потенциалы потенциал аныкталуучу чекитке чейинки чекиттик R аралыктын биринчи даражасына тескери шайкеш; С-потенциал аныкталуучу тактыкка чейинки интегралдык турактуулукту көрсөтөт. Эсептесек, ушул сыяктуу эле формулалар Е жана φ үчүн Кулондун мыйзамын колдонууда §13.4 алынган.

§13.11. Дифференциалдык калыптагы Гаусстун теоремасы

Интегралдык калыптагы Гаустун теоремасы, кандайдыр бир көлөмдү чектөөчү S бети аркылуу $\bar{D}$ вектор агымынын арасындагы байланышты, жана бул көлөмдүн ичинде жайгашкан дүрмөттөрдүн алгебралык суммасын билдирет.

Интегралдык калыптагы Гаусстун теоремасынын жардамы менен берилген майдандын чекитинде $\bar{D}$ сызыгынын агышын майдандын ошол эле чекитиндеги эркин дүрмөттөрдүн тыгыздыгы менен кандай байланышкандыгын аныктоого болбойт. Бул суроого жоопту дифференциалдык калыптагы Гаусстун теоремасы берет. Буга өтүү үчүн (13.18) теңдеменин эки жагын тең бирдей скалярдык чоңдукка-туюк S бетинин ичине жайгашкан V көлөмүнө бөлөбүз:

$$\frac{\oint \bar{D} d\bar{S}}{V} = \frac{\sum q_{эркин}}{V}. \qquad (а)$$

(а) формуласы каалаган чоңдуктагы V көлөмү үчүн ылайыктуу болот. Көлөмдү нөлгө умтултабыз:

$$\lim_{V\to 0} \frac{\oint \bar{D} d\bar{s}}{V} = \lim_{V\to 0}\frac{\sum q_{эркин}}{V}. \qquad (б)$$

Көлөмдүн нөлгө умтулушу менен $\oint \bar{D} d\bar{s}$ дагы нөлгө умтулат, бирок чексиз кичине чоңдуктардын катышы $\oint \bar{D} d\bar{s}$ жана V аякы чоңдук болуп эсептелет. Кандайдыр бир чектелген көлөмдүн туюк бетинин калыңдыгындагы вектордук чоңдуктун агымынын көлөм V га болгон катышы *вектордун дивергенциясы* $\bar{D}$ ($div\bar{D}$) деп аталат. Көпчүлүк учурда «дивергенция» атоосунун ордуна «ажыроо» же «башы» $\bar{D}$ вектору колдонулат.

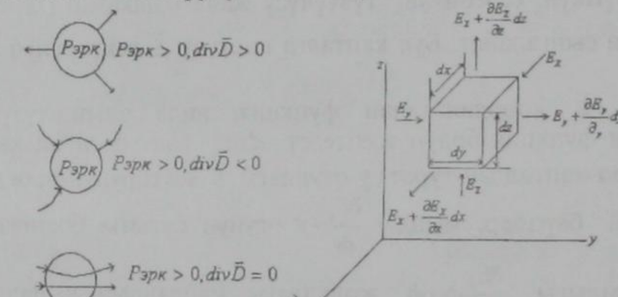
(б) барабарсыздыгынын оң бөлүгүндө эркин дүрмөттөн көлөмдүк тыгыздыгы берилген, ал $\rho_{эркин}$ аркылуу белгиленет.

Демек, Гаусстун теоремасын дифференциалдык калыпта мындайча жазууга болот (биринчи калыпта жазуу):

$$div\bar{D} = \rho_{эркин}, \qquad (13.22)$$

анткени $\bar{D}$ нын сызыктарын башы майдандын берилген чекитинде, бул чекиттеги эркин дүрмөттөрдүн тыгыздык чоңдугу менен аныкталат. Эгер берилген чекитте дүрмөттөрүнүн көлөмдүк тыгыздыгы оң болсо ($\rho_{эркин}>0$),

анда $\bar{D}$ векторунун сызыктары берилген майдандын чекитин курчаган чексиз кичине көлөмдөн башталат (оң башы, 13.7,а-чийме). Эгер майдандын берилген чекитинде $\rho_{эркин}<0$, анда $\bar{D}$ векторунун сызыктары чексиз кичине көлөм ичинде жайгашкан чекитке кирет. Аягында, эгер майдандын кандайдыр бир чекитинде $\rho_{эркин}=0$ болсо, анда майдандын берилген чекитинде $\bar{D}$ сызыктарынын агып кетиши жана кириши жок, себеби берилген чекитте $\bar{D}$ векторунун сызыктары башталбайт жана бүтпөйт.



а) б)

13.7 – чийме

Эгер чөйрө бир тектүү жана изотроптуу болсо, анда $\varepsilon_a = const$. (13.22)нин ордуна башка формула жазабыз:

$$div\,\varepsilon_a \bar{E} = \rho_{эркин};$$

ε_a ны дивергенция белгисининин сыртына чыгарабыз: $\varepsilon_a div\vec{E} = S_{эркин}$

демек,

$$div\bar{E} = \rho_{эркин} / \varepsilon_a. \qquad (13.24)$$

(13.24) формуласы Гаусстын теоремасынын экинчи калыптагы жазылышын өзүнө камтыйт. Ал жалаң гана бир тектүү жана изотроптуу чөйрө үчүн жеткиликтүү. Бир тектүү эмес чөйрөдө ε_a координатадан функция болуп эсептелет, ошондуктан ε_a ны дивергенция белгисинин сыртына чыгарууга мүмкүн эмес.

(13.21) формуласын дифференциалдык калыпта мындайча жазууга болот (жазуунун үчүнчү калыбы):

$$div\bar{E} = \frac{\rho_{эркин} - \rho_{байл}}{\varepsilon_0} \qquad (13.25)$$

Демек, $\bar{E}$ векторунун башы $\bar{D}$ векторунун башынын айырмасы эркин гана болбостон, ошондой эле байланышкан дүрмөттөр болуп эсептелет.

Ар кандай координаталар системинде $div\bar{E}$ өзүлөрүнчө ачылышат.

§13.12. Декарттык координат системинде $div\bar{E}$ үчүн билдирүүлөрдүн жыйынтыгы

Мейкиндикте кырлары dx, dy, dz болгон эң кичине параллелепипедди бөлүп алабыз. Параллелепиппеддин кырларын декарттык системдердин окторуна жарыш жайгаштырабыз (13.7,б-чийме). Берилген көлөмдөн $\overline{E}$ векторунун башын табуу үчүн көлөмгө кирүүчү жана чыгуучу агымдардын айырмасын түзөбүз жана агымдардын айырмасын кырлары dx, dy, dz барабар болгон параллелепипеддин көлөм чоңдугуна бөлөбүз.

Аянты $dxdz$ болгон сол жак капталына $\overline{E}$ вектору түзүүчүлөрдүн бир гана өтүшү мүмкүн, себеби $\bar{j}E_y$ түзүүчүсү жана башкалар ($\bar{i}E_x$ жана $\bar{k}E_z$) каптал боюнча сыйгаланат. Бул капталга кирүүчү $\overline{E}$ векторунун агымы E_y $dxdz$ барабар.

Анткени $\overline{E}$ координатадан функция, анда анын түзүүчүсү да координатадан функция болуп эсептелет. $dxdz$ аянтынын оң капталы dy аралыктагы сол капталдан турат. у огундагы $\overline{E}$ векторунун проекциясы ал үчүн $E_y+\frac{\partial E_y}{\partial y}dy$ барабар, мында $\frac{\partial E_y}{\partial y}$ -y огунун багыты боюнча E_y тин өзгөрүү ылдамдыгы, $\frac{\partial E_y}{\partial y}dy$ - dy жолундагы майдандын чыңалуулугунун «игректик» түзүүчүсүнүн өсүшү.

$dxdz$ аянтынын оң капталынан чыккан агым $(E_y+\frac{\partial E_y}{\partial y}dy)\cdot dxdz$ барабар. $dxdz$ аянтынын капталы аркылуу башкы $\frac{\partial E_y}{\partial_y}dxdydz$ барабар. Ушул эле жол менен $dydz$ аянтынын капталы аркылуу агымдардын айырмасын алабыз.

$div\overline{E}$ни табуу үчүн бардык капталдардагы агымдардын айырмасын кошобуз жана $dxdydz$ параллелепипеддин көлөмүнө бөлүп төмөнкүнү алабыз

$$div\overline{E}=\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial E_z}. \qquad (13.26)$$

Дивергенцияны алуудагы операцияны жазуу үчүн набла операторун колдонуу. Мурда көрсөтүлгөндөй ∇ операторун скалярдык функцияга көбөйтүү, бул скалярдык функциядан градиент алганга бирдей күчтө, ∇ операторун вектордук функцияга скалярдык көбөйтүү, мисалы $\overline{E}$ функциясына, бул вектордук функциядан дивергенцияны алууну түшүндүрөрүн көрсөтөлү.

$\nabla\overline{E}$ көбөйтүндүсүн төмөнкүдөй жазууга болот:

$$\nabla\overline{E}=\left(\bar{i}\frac{\partial}{\partial x}+\bar{j}\frac{\partial}{\partial y}+\bar{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(\bar{i}E_x+\bar{j}E_y+\bar{k}E_z\right)=\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}. \qquad (13.27)$$

[бир аттуу орторду (бирдик сан багыт) скалярдык көбөйтүндүсү бирге барабар, ал эми бир атту эместики нөлгө барабар экендиги эске алынды:

$\bar{i}\bar{i}=\bar{j}\bar{j}=\bar{k}\bar{k}=1\cdot1\cdot\cos0^{0}=1;\quad \bar{i}\bar{j}=\bar{i}\bar{k}=\bar{j}\bar{k}=1\cdot1\cdot\cos90^{0}=0.$]

(13.26) жана (13.27) формулаларынын оң бөлүктөрү барабар; демек, сол бөлүктөрү да барабар болушу керек. Ошондуктан, $\nabla\overline{E}=div\overline{E}$, себеби, чындыгында эле ∇ операторун $\overline{E}$ векторуна көбөйтүү, бул вектордон дивергенцияны алууну түшүндүрөт.

Цилиндирлик жана сфералык координаталар системасында $div\overline{E}$ көрсөтүү. Далилдөөсү жок эле $div\overline{E}$ни жазалы: цилиндирлик координат системинде

$$div\overline{E}=\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(rE_r)+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial E_\alpha}{\partial\alpha}+\frac{\partial E_z}{\partial z}, \qquad (13.28)$$

сфералык координат системинде

$$div\overline{E}=\frac{1}{R^2}\cdot\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2E_R\right)+\frac{1}{R\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta E_\theta)+\frac{1}{R\sin\theta}\cdot\frac{\partial E_\alpha}{\partial\alpha}. \qquad (13.29)$$

§13.13. Пуассондун жана Лапластын теңдемелери

Пуассондун жана Лапластын теңдемелери электростатиканын негизги дифференциалдык теңдемелери болуп эсептелет. Алар Гаусстын теоремасынын дифференциалдык калыбынан келип чыгат. Чындыгында, $\overline{E}=-grand\varphi$ экендиги белгилүү. Ушул эле убакта (13.23) Гаусстын теоремасына ылайык: $div\overline{E}=\rho_{эркин}/\varepsilon_a$.

(13.23)кө (13.18)тен $\overline{E}$нин маанисин коюуп

$$div\overline{E}=div(-grad\varphi)=\frac{\rho_{эркин}}{\varepsilon_a}$$

алабыз.

Алуу белгисин дивергенциянын сыртына чыгарабыз:

$$divgrad\varphi=-\frac{\rho_{эркин}}{\varepsilon_a}.$$

$grad\varphi$ нин ордуна анын тең маанилүү $\nabla\varphi$ ни жазабыз; div нын ордуна ∇ ны жазабыз.

Анда

$$\nabla(\nabla\varphi)=-\frac{\rho_{эркин}}{\varepsilon_a}, \qquad (13.29^{I})$$

жана

$$\nabla^2\varphi=-\frac{\rho_{эркин}}{\varepsilon_a}. \qquad (13.29)$$

(13.29) теңдемесин *Пуассондун теңдемеси* деп аталат. Качан $\rho_{эркин}=0$ болгондо, айрым Пуассондун теңдемесинин түрү Лапластын теңдемеси деп аташат:

$$\nabla^2\varphi=0. \qquad (13.30)$$

$\nabla^2 = divgrad$ операторун *Лапластын оператору,* же *лапласиан* деп аталат, кээде Δ символу аркылуу белгиленет. Ошондуктан, Пуассондун теңдемесин жазуунун башкача калыбын кезиктирүүгө болот:

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho_{эркин}}{\varepsilon_a}.$$

$\nabla^2\varphi$ ни декарттын координата системинде ачабыз. Ушул максатта эки ∇ жана $\nabla\varphi$ көбөйтүүчүлөрдүн көбөйтүндүсүн толук (кеңири) түрдө жазабыз

$$\nabla(\nabla\varphi) = \left(\bar{i}\frac{\partial}{\partial x} + \bar{j}\frac{\partial}{\partial y} + \bar{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(\bar{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \bar{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \bar{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right).$$

Ар бир мүчөлөрү боюнча көбөйтүп

$$\nabla^2\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$$

алабыз.

Ошентип, Пуассондун теңдемесин декарттык координат системинде төмөнкүдөй кылып жазабыз:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho_{эркин}}{\varepsilon_a}. \qquad (13.31)$$

Лапластын теңдемеси декарттык координат системинде:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0. \qquad (13.32)$$

Далилдөөсү жок $\nabla^2\varphi$ формуласын цилиндирдик координат системинде келтиребиз

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial z^2}, \qquad (13.33)$$

сфералык координат системинде

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{R^2}\cdot\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2\frac{\partial\varphi}{\partial R}\right) + \frac{1}{R^2\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{R^2\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2}. \qquad (13.34)$$

Пуассондун теңдемеси майдандын каалаган чекитинде φ ден алынган экинчи катардагы айрым туундусу менен бул майдандын чекитиндеги эркин дүрмөттөрдүн көлөмдүк тыгыздыгынын ортосундагы байланышты билдирет. Ушул эле убакта, кандайдыр бир чекиттеги майдандан потенциалы майданды пайда кылган бардык дүрмөттөрдөн көз каранды, берилген чекитте жайгашкан эркин дүрмөттөрдүн чоңдуктары сыяктуу эле. Пуассондун теңдемеси 1820-жылдан бери потенциалдык майдандарды (электрлик жана магниттик) изилдөөдө колдонулуп келе жатат.

Лапластын теңдемеси (1780ж) башталышында аалам механикасынын потенциалдык майдандарын жазуу үчүн колдонулган, кийинчерээк электр майдандарын жазууда колдонула баштаган.

Пуассондун теңдемесин жалпы түрдө жазуу тууралу суроону карайлы.

Анда алалы: V көлөмүндөгү-көлөмдүк (ρ), беттик (σ) жана сызыктуу (τ) дүрмөттөр. Бул дүрмөттөрдү чекиттик дүрмөттөрдүн көптүгү түрүндө карайлы: $\rho dv, \sigma ds, \tau dl$; dV – көлөмдүн элементи; ds- дүрмөттөлгөн беттин элементи; dl- дүрмөттөлгөн октун узундугунун элементи. Мейкиндиктин

кандайдыр бир чекитинде ρdv дан R аралыкта алыстатылган потенциалдын $d\varphi$ түзүүчүсү (13.23) формуласына ылайык $\frac{\rho dV}{4\pi\varepsilon_a R}$ барабар.

Потенциалдын беттик жана сызыктуу дүрмөттөрүнүн түзүүчүлөрүн чекиттик катары карасак, ушул сыяктуу аныктасак:

$$\frac{\sigma ds}{4\pi\varepsilon_a R} \text{ жана } \frac{\tau dl}{4\pi\varepsilon_0 R}.$$

φ нин толук маанисин майдандын бардык дүрмөттөрүнөн потенциалды түзүүчүлөрдүн суммасы (интегралы) катары аныктасак:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int_v \frac{\rho dv}{R} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int_S \frac{\sigma ds}{R} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int_l \frac{\tau dl}{R}. \qquad (13.35)$$

(13.35) формуласындагы ρ, σ жана τ, R радиусунан функциялар болуп эсептелет. (13.35) формуласы негизинен салыштырмалуу көп колдонулбайт, анткени σ нын тегиздикте, τ нын узундукта жана ρ көлөм боюнча бөлүнүшү электроддордун конфигурациясынан көз каранды, эреже катары эсептөөнү баштоодо белгисиз. Ошондуктан, интегралдоону жүргүзүү кыйынчыраак, анткени ρ, σ жана τ радиус R ден кандайча көз карандылыкта экендиги белгисиз.

(13.35) формуласын колдонууда майданды пайда кылган дүрмөттөр нөлгө барабар сыяктуу потенциал чексиздикте нөлгө барабар деп кабыл алынат жана чектелген (чексиз узундукта эмес) аймакта (болбосо интеграл таралган түрдө болушу мүмкүн) бөлүштүрүлгөн.

§13.14. Өткөрүүчү нерсенин жана диэлектриктин бөлүнүү чегиндеги шарттар

Чектик шарттар. Чектик шарттар тууралу, ар кандай электрлик касиеттери менен чөйрөнүн бөлүнүү чегиндеги майдандын баш ийүү шартын түшүнөбүз.

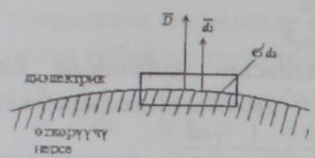
"Өтмө жараяндар" бөлүмүн окуп үйрөнүүдө коммутация мыйзамдары жана баштапкы шарттар жөнүндөгү суроо эң чоң мааниге ээ. Себеби, булар классикалык ыкма менен маселелерди чыгарууда интегралдык турактуулуктарды аныктоого мүмкүнчүлүк берет. Классикалык ыкмада алар ачык, толугу менен ал оператордук ыкмада көмүскө (толугу менен эмес) түрүндө колдонулду (биринчи бөлүктү кара). Бул ыкмаларды колдонбой өтмө жараяндардын бир дагы маселесин чыгарууга мүмкүн эмес.

Электр майданын чектик шарттарынын, баштапкы шарттардын жана өтмө жараяндардагы коммутация мыйзамдарынын кызматтарын бир эле убакта өткөзүүгө болот.

Лапластын теңдемесин (же Пуассондун) интегралдап чыгарууга интегралдык турактуулуктар кирет. Буларды чектик шарттардын негизинде аныкталат. Чектик шарттарды кеңири толугу менен ортого салууда, электростатиканын шарттарын өткөрүүчү нерсенин ичиндеги майдан жөнүндөгү суроону карайлы.

Электростатиканын шарттарында өткөрүүчү нерсенин ичиндеги майдан. Электростатикалык майданда жайгашкан өткөрүүчү нерседе электростатикалык эпкин кубулушунун негизинде дүрмөттөрдүн бөлүнүшү жүрөт. Терс дүрмөттөр потенциалы эң жогору болгон жагын караган нерсенин бетин көздөй, ал эми оң дүрмөттөр карама-каршы жакты көздөй жылышат (15.8-чийме).

13.8 – чийме



13.9 – чийме

Нерсенин бардык чекиттери бирдей потенциалга ээ. Эгер кайсы бир чекиттердин ортосунда потенциалдардын айырмасы пайда болсо, анда анын аракети астында дүрмөттөрдүн тартиптүү кыймылы пайда болмок, бул электростатикалык майдан жөнүндөгү түшүнүктү тескерилентет.

Нерсенин бети эквипотенциалдуу. Майдандын сырткы чыңалуулугунун вектору беттин каалаган чекитинде ага түз бурч аркылуу келет. *Өткөрүүчү нерсенин ичиндеги майдандын чыңалуулугу нөлгө барабар,* анткени сырткы майдан нерсенин бетинде жайгашкан дүрмөттөрдүн майданы менен жоюуштурулат.

Өткөрүүчү нерсенин жана диэлектриктин бөлүнүү чегиндеги шарттар. Өткөрүүчү нерсе-диэлектрик чегинде өткөрүүчү нерседе агын жок болгондо эки шарт аткарылат:

1) майдандын чыңалуулугунун тангенциалдык (бетке жаныма) түзүүчүсү болбойт

$$E_t = 0; \qquad (13.36)$$

2) Электрлик жылышуу $\vec{D}$ вектору диэлектриктин каалаган чекитинде, өзгөчө өткөрүүчү нерсенин бетинин жакынкы чегинде, өткөрүүчү нерсенин бетинин бул чекитиндеги σ дүрмөттүн тыгыздыгына сан жагынан барабар:

$$\vec{D} = \sigma . \qquad (13.37)$$

Биринчи шартты карайлы. Өткөрүүчү нерсенин бетинин бардык чекиттери бирдей эле потенциалга ээ. Демек, бетте бири-бирине жакын жайгашкан каалаган эки чекиттин арасындагы потенциалдын өсүшү $d\varphi = 0$, бирок $d\varphi = E_t dl$, демек, $E_t dl = 0$.

Анткени, беттеги чекиттердин арасындагы dl жолдун элементи нөлгө барабар эмес, анда E_t нөлгө барабар.

Экинчи шартты далилдөө үчүн ой менен чексиз кичине параллелепипедди бөлүп алабыз (13.9-чийме). Анын жогорку капталы өткөрүүчү нерсенин бетине жарыш жана диэлектрикте жайгашкан. Астыңкы

капталы өткөрүүчү нерседе жайгашкан. Параллелепипеддин бийиктигин эң кичине деп алабыз.

Параллелепипедге Гаусстын теоремасын колдонобуз. Сызыктуу өлчөмдөрүнүн кичинелигинен параллелепипеддин ичине калган өткөрүүчү нерсенин ds бетинин бардык чекиттеринде дүрмөттүн тыгыздыгы σ бирдей деп кабыл алынган. Каралуучу көлөмдүн ичиндеги толук дүрмөт σ ds ке барабар.

$\vec{D}$ векторунун агымы көлөмдүн жогорку капталы аркылуу $\vec{D}\vec{ds} = Dds$. $\vec{D}$ векторунун агымы көлөмдүн чекелериндеги капталдарынын өтө кичинелигинен жана $\vec{D}$ вектору алар аркылуу сыйгалангандыгынан жокко эсе. Көлөмдүн "түбү" аркылуу агым ошондой эле жок, себеби өткөрүүчү нерсенин ичинде $E = 0$ жана $D = 0$ (өткөрүүчү нерсенин ε_o акыркы чоңдук болуп эсептелет). Ошентип, көлөмдөн чыккан $\vec{D}$ векторунун агымы $Dds = \sigma ds$ же $D = \sigma$ барабар.

§ 13.15. Эки диэлектриктин бөлүнүү чегиндеги шарттар

Ар кандай диэлектриктин өткөрүмдүүлүгү бар эки диэлектриктин бөлүнүү чегинде төмөнкүдөй эки шарт аткарылат:

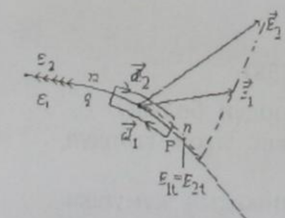
1) майдан чыңалуулугунун тангенциалдык түзүүчүлөрү бири-бирине барабар:

$$E_{1t} = E_{2t}, \qquad (13.38)$$

2) Электр эпкининин нормалдык түзүүчүлөрү барабар:

$$D_{2n} = D_{2o}. \qquad (13.39)$$

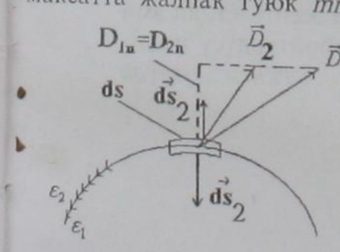
1-индекси биринчи диэлектрикке, 2-индекс экинчи диэлектрикке тиешелүү.



Биринчи шарт каалаган туюк чөйрөсызык боюнча майдандын потенциалы $\oint E dl = 0$ болорунан келип чыгат. Экинчи шарт өзүн Гаусстын теоремасынын натыйжасы экендигин көрсөтөт.

13.10 – чийме

Биринчи шарттын жеткиликтүүлүгү тууралу далилдөөнү карайлы. Ушул максатта жалпак туюк *mnpqm* (13.10-чийме) чөйрөсызыгын бөлүп алалы



жана бул аркылуу электр майданынын чыңалуулугунун векторунун айлануусун түзөлү.

13.11 – чийме

Чөйрөсызыктын жогорку жагында диэлектриктин-диэлектриктик өткөрүмдүүлүгү ε_2, ал эми төмөнкү жагында диэлектриктик өткөрүмдүүлүгү

ε_1. mn жагынын узундугу pq жагынын узундугуна барабар, $d\vec{l}$ аркылуу белгилейли. Чөйрөсызыкты мындайча алабыз np жана qm өлчөмдөрү чексиз кичине болушуп $d\vec{l}$ ге салыштырмалуу өтө кичине. Ошондуктан, интегралдын түзүүчүсү $\oint E_1 d\vec{l}$ вертикалдык жактары боюнча, булардын эң кичинелигинен эске алынбайт. mn жолундагы $\oint E_1 d\vec{l}$ түзүүчүсү $\overline{E_2}\overline{dl_2} = E_{2l}dl$ барабар, pq жолунда $\overline{E}\,\overline{dl_1} = -E_{1l}dl$ барабар. «Алуу» белгисинин пайда болушу pq жолундагы узундуктун элементи жана $\overline{E_1}$ векторунун жаныма түзүүчүсү карама-каршы жактарга багытталган ($\cos 180^0 = -1$).

Ошентип, $\oint E d\vec{l} = E_{2l}dl - E_{1l}dl = 0$ же $E_{1l} = E_{2l}$.

Экинчи шарттын тууралыгына жана жеткиликтүүлүгүнө ишенели. Ушул максатта эки чөйрөнүн бөлүнүү чегине параллелепипеддин эң кичине өлчөмүн бөлүп алалы (13.11-чийме). Бөлүнгөн көлөмдүн ичинде байланышкан дүрмөттөр бар жана эркин (бөлүнүү чегинде эркин дүрмөттөрдүн бар экендигин өзүнчө карайлы) дүрмөттөр жок, ошондуктан $\oint \overline{D} d\bar{s} = 0$.

$\overline{D}$ векторунун агымы:

жогорку капталынын аянты ds аркылуу: $\overline{D_2}\overline{ds_2} = D_{2n}ds_2$;

төмөнкү капталы аркылуу: $\overline{D_1}\overline{ds_1} = D_1 ds\cos 180^0 = -D_{1n}ds$; $\left|\overline{ds_1}\right| = \left|\overline{ds_2}\right| = ds$.

Демек,

$$\oint \overline{D} d\bar{s} = -D_{1n}ds + D_{2n}ds = 0 \qquad \text{же} \qquad D_{1n} = D_{2n}.$$

Эки чөйрөнүн бөлүнүү чегинде эркин дүрмөттөрдүн σ тыгыздыгы бар болушу (бул кээде гана кездешет)

$$\oint \overline{D} d\bar{s} = -D_{2n}ds + D_{1n}ds = \sigma ds,$$

бул үчүн

$$D_{2n} = D_{1n} = \sigma, \qquad (13.38)$$

себеби, эки чөйрөнүн бөлүнүү чегинде эркин дүрмөттөрдүн болушу $\overline{D}$ векторунун нормалдык түзүүчүсү, бөлүнүү чегинде эркин дүрмөттөрдүн тыгыздык чоңдугуна чукул өзгөрөт.

§13.3 белгилүү, бирдик дүрмөтүн которууда потенциалдын жумушка жөндөмдүүлүгү ыйгарылат. Бөлүнүү чегинде бир диэлектриктен, экинчиге өтүүдө, мисалы n чекитинен p чекитине өтүүдө 13.10-чиймеде чыңалуулуктун нормалдык түзүүчүсү аяккы чоңдук болуп эсептелет, ал эми

np жолунун узундугу нөлгө умтулат. Булардын көбөйтүндүсү нөлгө барабар. Ошондуктан, *эки диэлектриктин бөлүнүү чегинен өтүүдө потенциал чукул өзгөрүүгө дуушар болбойт.*

ОН ТӨРТҮНЧҮ БАП
ӨТКӨРҮЧҮҮ ЧӨЙРӨДӨГҮ ТУРАКТУУ АГЫНДЫН ЭЛЕКТР МАЙДАНЫ

§ 14.1. Агын жана агындын тыгыздыгы

Эгер өткөрүүчү чөйрөдө (панзат өткөргүчтөрүндө, жерде, суюктарда) сырткы булактардын аракети астында электр майданы жаралса, анда бул аркылуу электр агыны агат.

Эркин электрондордун панзатта жана иондордун суюктуктарда электр майданынын аракети астында иретүү кыймылын *өткөргүчтүктүн агыны* деп атоо кабыл алынган.

Дүрмөттөрдү алып жүрүүчүлөр өзүлөрүнүн иреттүү кыймылында, жылуулук кыймылында болушкан нерсенин башка бөлүкчөлөрү менен көптөгөн кагышууларга дуушар болот. Бул кагылышуулар дүрмөттөрдү алып жүрүүчүлөрдүн иреттүү кыймылын татаалдантат жана өткөрүүчү чөйрөдө агындын өтүшүнө каршылыкты пайда кылуунун себепкери болот.

Агындын өткөрүү жөндөмдүүлүгүн мүнөздөөчү чөйрөнүн касиетин салыштырмалуу өткөргүчтүк γ деп аташат. Салыштырмалуу өткөргүчтүүлүк γ өткөрүүчү материалдын физикалык касиеттерин жана температурадан көз каранды, өлчөм бирдиги $\text{Ом}^{-1}\cdot \text{м}^{-1}$=См/м.

Өткөрүүчү чөйрөдө электр майданы, бул бапта каралуучу мыйзамга баш иет.

Өткөрүүчү чөйрөдө электр майданынын, негизги чоңдугу болуп агындын тыгыздыгы $\vec{\delta}$ эсептелет. Бул вектордук чоңдук электр майданынын чыңалуусугу боюнча багытталган. Ал сан жагынан ΔS беттин элементи (берилген чекитте майдандын чыңалуулугунун багытына перпендикулярдуу) аркылуу өтүүчү Δi агынынын бул беттин ΔS чоңдугуна болгон катышына барабар.

Эгерде бет аяккы өлчөмдөргө ээ болсо, анда бул бет көп чектеш бөлүнүүчүгө бөлүнүшү, бардык элементтерде агындын тыгыздыгынын векторунун багыты жана беттин элементтеринин багыты ар кандай болушу мүмкүн. Агын мындайча аныкталат:

$$I = \int_s \vec{\delta} d\vec{s}.$$

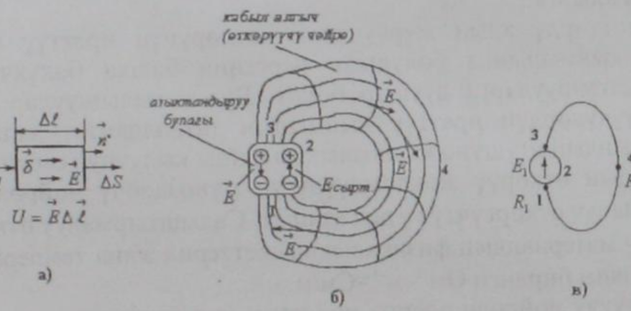
Ошентип, <u>*агын-бул агын тыгызлагынан векторунун агымы болуп эсептелет.*</u>

Агын, агын тыгыздыгынан айырмаланып алгебралык скалярдык мүнөздөгү чоңдук.

Туруктуу агындардын өткөрүүчү нерселердин ичининен ошондой эле булардан тышкары өтүшү менен туруктуу (убакыт боюнча өзгөрбөгөн) магнит майдандарынын бар болушун ырастайт. Анткени, бул майдандар убакыт боюнча өзгөрүлбөйт, анда майданда электромагниттик эпкин кубулушу пайда болбойт, себеби турактуу агын менен жаралган магнит майданы турактуу агындын электр майданына таасир тийгизбейт. Ошондуктан, турактуу агындын электр жана магнит майдандарын өзү-өзүнчө кароого туура келет.

§ 14.2. Дифференциалдык калыптагы Омдун мыйзамы жана Кирхгофтун экинчи мыйзамы.

Өткөрүүчү чөйрөдө ΔV көлөмдөгү, чоң эмес параллелипедди бөлүп алабыз. Параллелепипеддин кырынын узундугу Δl, туура кесилиши аянты ΔS. Бул параллелепипедди мындайча жайгаштырабыз, мындагы майдандын чыңалуулугунун багыты кырга жарыш болот (14.1,а-чийме).



14.1-чийме

Көлөмдүн абдан кичинелигинен, майдандын электр чыңалуугу $\vec{E}$ бардык элементардык көлөмдө бирдей деп эсептеп:

$\Delta\vec{l}=\Delta\vec{l}\eta^0$; $\Delta\vec{S}=\Delta\vec{S}\eta^0$ мында η^0, $-\Delta\vec{l}$, $\vec{\Delta}S$; жана $\vec{E}$ багытындагы бирдик вектору. Агын $I=\int\vec{\delta}d\vec{s}=\vec{\delta}\Delta\vec{S}$. Көлөмдүн элементиндеги чыңалуу

$U=\vec{E}\Delta\vec{l}=RI$.

Көлөмдүн элементинин каршылыгы $R=\frac{\Delta l}{\gamma\Delta S}$

$RI=\vec{E}\Delta\vec{l}$ - барабарсыздыгына, R жана I нин тең маанилерин коюп.

$\frac{\Delta l}{\gamma\Delta S}\vec{\delta}\Delta S\vec{n^0}=\vec{E}\Delta l\vec{n^0}$, алабыз

мында

$$\vec{\delta}=\gamma\vec{E}. \qquad (14.1)$$

(14.1) формуласы дифференциалдык калыптагы Омдун мыйзамы деп аталат. Ал берилген чекиттеги агындын тыгыздыгы менен ошол эле чекиттеги майдандын чыңалуулугунун ортосундагы байланышты белгилейт.

(14.1) теңдемеси ЭКК булактарынан тышкары аймактар үчүн туура келет. ЭККнүн булактары камтыган аймактарда кулон (электростатикалык) майданынан тышкары дагы электр тизмегинде үзгүлтүксүз дүрмөттөрдүн кыймылын камсыз кылган сырткы электр майданы деп аталган майдан бар болот.

Сырткы <u>электр майданы</u> тууралу, химиялык, электрохимиялык, жылуулук жана электр жылуулук жараяндары аркылуу шартталган электр майданын түшүнөбүз.

Майдандын сырткы чыңалуулугун $\vec{E}_{сырт}$ деп белгилейбиз. ЭККнүн булактары камтыган аймактарда, майдандын чыңалуулугунун толук мааниси кулондун чыңалуулугу менен сырткы майдан чыңалуулугунун геометриалык суммасына барабар $\vec{E}+\vec{E}_{сырт}$.

14.1,б- чиймеде камсыздандыруучу булактан жана кабыл алгычтан турган турактуу агындын электр тизмегинин түзмөктүк сүрөттөлүшү көрсөтүлгөн.

Сырткы ЭККнүн булагы камсыздандыруу булагынын ичине сырткы майдандын чыңалуулугу $\vec{E}_{сырт}$ пайда кылат.

Булактын ичиндеги сырткы майдандын чыңалуулугунан сызыктуу интеграл ЭККнүн (E_1)булагы деп аталат:

$$\int_1^3\vec{E}_{сырт}\,d\vec{l}=E_1 \qquad (14.2)$$

Сырткы майдандын аракети астында булакта электр дүрмөттөрүнүн үзгүлтүксүз болүнүшү жүрөт. Оң дүрмөттөр булактын плюсун карай, ал эми терс дүрмөттөр минусун карай жылышат.

Бул дүрмөттөр булактын ички жана сырткы аймактарында электр майданын пайда кылат, чыңалуулугу электростатикалык (кулондук) майдандын чыңалуулугу сыяктуу оң дүрмөттөрдөн терс дүрмөттөрдү көздөй багытталган.

Тизмекте турактуу агындын өтүшү менен бир электр дүрмөттөрү үзгүлтүксүз башкаларга алмашышат, мурдагы убакыт моменттери сыяктуу эле. Ошентип, майдандын сүрөтү макроскопиялык мааниде чектеш убакыт моменттерин кайталайт. Майдан-статикалык мүнөздөмөнү алып жүргөн сыяктуу. Бул өткөрүүчү чөйрөдө дүрмөттөрдүн бөлүнүшүнөн пайда болгон майданды, *кулондук майдан* деп атоого негиз болду, ал эми анын чыңалуулугу, кулондук майдандын чыңалуулугу Е.

Булактын ичинде кулондук майдан сырткы майдандын багытына каршы багытталган. Булактын ичинде майдандын чыңалуулугунун толук мааниси $\vec{E}=\vec{E}_{сырт}$ барабар. Булактан тышкары кулондук майдан оң электроддон терсти карай багытталган. Бул майдандын аракети астында булактан тышкары аймакта дүрмөттөрдүн иреттүү кыймылы жүрөт. Тизмек аркылуу агын өткөндө $|\vec{E}_{сырт}|>|\vec{E}|$. Ажыратылган тизмекте $|\vec{E}_{сырт}|=|\vec{E}|$.

Дифференциалдык калыпта Омдун мыйзамы ЭККнүн булактары камтыган аймактар үчүн, төмөнкү түрдө жазылат:

$$\vec{\delta} = \gamma(\vec{E} + \vec{E}_{сырт}). \qquad (14.3)$$

(14.3) теңдемесин дифференциалдык калыптагы Омдун жалпылаштырган мыйзымы деп аталат.

Эгер (14.3) теңтемесинин эки бөлүгүнөн тең өзүнө ЭККнүн булагын кошкон туюк чөйрө сызык боюнча интеграл алсак, анда (14.3) теңтемесинен Киргофтун экинчи мыйзамы алынат. Ошондуктан, (14.3) теңдемесин, ошондой эле дифференциалдык калыптагы Кирхгофтун экинчи мыйзамы деп аташат.

14.1, в-чиймеде I агыны өтүүчү туюк чөйрөсызык сүрөттөлгөн. 123 кертиминде сырткы ЭККнүн булагы E_1орун алган. 341 кертеминин сырткы ЭККнүн булагы жок. 123 кертиминде каршылыгын R_1 аркылуу, а эми R аркылуу 341 кертиминде каршылыгын белгилейбиз. Туюк чөйрөсызыктын бардык кертимдеринин туура кесилиш аянтын, эң кичине деп алабыз. Себеби агындын тыгыздыгынын багытын жана майдандын чыңалуулугун берилген чекитте, ошол эле чекиттеги жолдун $\vec{dl}$ элементинин багыты менен дал келет деп эсептейбиз.

(14.3) түн эки жагын $\frac{\vec{dl}}{\gamma}$ көбөйтөбүз жана 12341 туюк чөйрөсызыгынан узатасы боюнча айланынуу түзөбүз (14.1,в-чийме):

$$\oint \frac{\vec{\delta}\, d\vec{l}}{\gamma} = \oint (\vec{E} + \vec{E}_{сырт})\, d\vec{l}$$

Суммадан алынган интеграл суммалардын интегралына барабар. Ошондуктан

$$\oint (\vec{E} + \vec{E}_{сырт})\, d\vec{l} = \oint \vec{E}\, d\vec{l} + \oint \vec{E}_{сырт}\, d\vec{l}$$

Кулондук майдандын потенциалдык мүнөзүнүн негизинде $\oint \vec{E}\, d\vec{l} = 0$.

Өз кегизинде

$$\oint \vec{E}_{сырт}\, d\vec{l} = \int_{123} \vec{E}_{сырт}\, d\vec{l} + \int_{341} \vec{E}_{сырт}\, d\vec{l},$$

бирок $\int_{123} \vec{E}_{сырт}\, d\vec{l}$ сырткы E_1ЭККнө барабар, ал эми $\int_{341} \vec{E}_{сырт}\, d\vec{l} = 0$ анткени 341 кертеминде сырткы ЭКК жок.

$\oint \frac{\vec{\delta}\, d\vec{l}}{\gamma}$ чоңдугун эсептөө үчүн интеграл алдындагы чоңдуктарды S туура кесилиш аянтка көбөйтүп жана бөлөбүз, δ агындын тыгыздыгынан I агынга өтүп жана $\frac{dl}{\gamma S}$ ти dR жолундагы кертимдин каршылыгына алмаштырабыз. Төмөнкүнү алабыз:

$$\frac{\vec{\delta}\, d\vec{l}}{\gamma}\frac{S}{S} = \frac{IdR}{\gamma S} = IdR;$$

$$\oint \frac{\vec{\delta}\, d\vec{l}}{\gamma} = I\oint dR = I\int_{123} dR + \int_{123} dR = IR_1 + IR.$$

Ошентип, (14.3) теңдемесинен Кирхгофтун экинчи мыйзамы боюнча түзүлгөн $I(R_1+R)=E_1$ теңдемеси пайда болду.

§14.3. Дифференциалык калыптагы Кирхгофтун биринчи мыйзамы

Эгер, өткөрүүчү чөйрөдө кандайдыр бир көлөмдү бөлүп алсак, ал аркылуу убакыт боюнча өзгөрүлбөгөн турактуу агын өтсө, анда көлөмгө кирген агын, көлөмдөн чыккан агынга барабар болушу керек. Же болбосо, электр дүрмөттөрү бул көлөмгө топтолмок да тажрыйба аткарылбайт болчу. Көлөмгө кирген жана көлөмдөн чыккан агындардын суммасын мындай жазууга болот:

$$\oint \delta\, d\vec{s} = 0 \qquad (14.4)$$

эгер, (14.4)түн сол жана оң бөлүктөрүн бирдей эле санга бөлсөк (сөз болуп жаткан көлөмгө) анда барабарсыздыктын аткарылышы туура

$$\frac{\oint \vec{\delta}\, d\vec{s}}{V} = 0$$

Балким, акыркы барабарсыздык ошондо да ыктуу болуп эсептелет, эгер туюк беттин ичинде жайгашкан көлөмдү нөлгө умтултабыз:

$$\lim_{v\to 0}\frac{\oint \vec{\delta}\, ds}{V} = div\,\vec{\delta} = 0.$$

Ошентип, убакыт боюнча өзгөрүлбөгөн турактуу агын үчүн өткөрүүчү нерсенин майданы:

$$div\,\vec{\delta} = 0. \qquad (14.5)$$

Бул формуланы дифференциалдык калыптагы Кирхгофтун биринчи мыйзамы деп аташат. Ал калыптанган режимде (турактуу агында) майдан каалаган чекитте башы жана агып кетүүчү агын өткөрүмдүлүгүн $\vec{\delta}$ жок болорун түшүндүрөт.

§ 14.4. Дифференциалдык калыптагы Джоул-Ленцтин мыйзамы.

Өткөрүүчү чөйрөдөгү электр майданы үчүн Лапластын теңдемеси.

Биринчи бапта белгиленгендей, каршылыгы R болгон кайсы-бир өткөргүчтө турактуу I агыны өтсө, анда убакыт бирдигинде (секундада) I^2R барабар болгон зарде бөлүнүп чыгат. Өткөрүүчү чөйрөнүн көлөм бирдигинде жана убакыт бирдиги ичинде бөлүнүп чыккан зардени аныктайлы (ушул максатта 14.1,а-чиймени колдонолу):

$$\frac{I^2R}{V}=\frac{(\delta\Delta S)^2}{\Delta l\Delta S}\left(\frac{\Delta l}{\gamma\Delta S}\right)=\frac{\delta^2}{\gamma}=\gamma E^2. \qquad (14.6)$$

Демек, өткөрүчү нерсенин көлөм бирдигинде жана убакыт бирдигинде зарденин бөлүнүшү, сан жагынан γE^2 барабар.

Электростатикалык майдан сыяктуу эле, электр майданынын чыңалуулугу өткөрүүчү чөйрөдө $\vec{E}=-grad\varphi$

$$div\,\vec{\delta}=div\gamma\,\vec{E}=0 \qquad (14.7)$$

Эгер, чекиттен чекитке чейин чөйрөнүн γ өзгөрбөсө, анда чөйрөдө тең өлчөмдүү жана изотроптуу, ошондо γ туруктуу чоңдук катары дивергенция белгисинин сыртына чыгарууга болот. Демек, $div\gamma\,\vec{E}=0$ ордуна $\gamma div\,\vec{E}=0$ жазууга болот, же

$$div\,\vec{E}=0 \qquad (14.8)$$

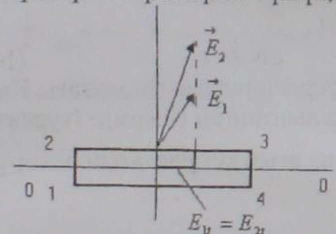
себеби $\quad div(-grad\varphi)=0$

же $\quad \nabla^2\varphi=0 \qquad (14.9)$

Ошентип, бир тектүү өткөрүүчүү нерседеги майдан Лапластын теңдемесине баш иет. Өткөрүүчү нерседе туруктуу агындын майданы потенциалдык майдан болуп эсептелет. Мында, булактар камтыбаган аймактарда $\oint\vec{E}d\,\vec{l}=0$.

§ 14.5. Агындын өткөргүчтүгү γ_1 чөйрөдөн өткөргүчтүгү γ_2 чөйрөгө өтүшү. Чектик шарттар.

Агындын өткөргүчтүгү бир чөйрөдөн өткөргүчтүгү башка чөйрөгө өтүүдө кандай чектик шарттар аткарыларын түшүндүрөлү.



14.2- чийме

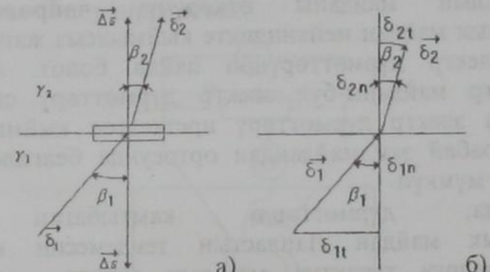
14.2-чиймедеги ОО сызыгы чөйрөлөрдүн бөлүүнүн чеги. Жалпак 1234 туюк чөйрөсызыгынын чегин алалы. Бул чөйрөсызыктын узундугунда циркуляцияны түзөлү.12 жана 34 жактары 23 жана 41 жактарына салллыштырмалуу өтө кичине (акыркынын узундугун dℓ аркылуу белгилейли).

Анткени, $\oint\vec{E}d\,\vec{l}$ каалаган туюк чөйрөсызыктын узундугунда нөлгө барабар, анда ал 1234 чөйрөсызыгы үчүн да нөлгө барабар.
12 жана 34 кесиндилеринин кичинелигинен бул жолдордун узундугундагы интегралды түзүүчүлөрдү эске албайбыз:

$$E_{1t}dl-E_{2t}dl=0,\ \text{же}\ \ E_{1t}=E_{2t} \qquad (14.10)$$

Бул барабарсыздык (13.38) барабарсыздыгы менен дал келет.
Бөлүнүү чегинде агындардын тыгыздыктарын нормалдык түзүүчүлөрү барабар. Муну далилдейли.

Бөлүнүү чегинде жалпайган параллелепипедди бөлөлү, (14.3,а-чийме). Көлөмдүн ылдыйкы капталы аркылуу кирүүчү $\vec{\delta}$ векторунун агымы $-\delta_{1n}\Delta S$ барабар; көлөмдүн жогорку капталы аркылуу чыгуучу $\vec{\delta}$ векторунун агымы $\delta_{2n}\Delta S$ барабар. Анда $\oint\vec{\delta}\,d\vec{s}=0$, анда: $-\delta_{1n}\Delta S+\delta_{2n}\Delta S=0$;



14.3 – чийме

$$\delta_{1n}=\delta_{2n}. \ (14.11)$$

Демек, агындын бир өткөргүчтүү чөйрөдөн башка бир өткөргүчтүү чөйрөгө өткөндө вектордун тангенциалдуу түзүүчүсү $\vec{E}$ үзгүлтүксүз, себеби $E_{1t}=E_{2t}$ (бирок $E_{1n}\neq E_{2n}$) жана агындын тыгыздыгынын нормалдуу төзүүчүсү да үзгүлтүксүз

$$\delta_{1n}=\delta_{2n}\ (\text{бирок}\ \delta_{1t}\neq\delta_{2t}).$$

Мындан келип чыгат, $\vec{E}$ жана $\vec{\delta}$ векторлорунун толук маанилери жалпы учурда бөлүнүү чегинде чукул өзгөрүшөт. Түшүү β_1 жана сынуу β_2 бурчтарынын ортосундагы байланышты табалы. 14.3.б-чиймеге ылайык:

$$tg\beta_1=\frac{\delta_{1t}}{\delta_{1n}}=\frac{E_{1t}\gamma_1}{\delta_{1n}};$$

$$tg\beta_2 = \frac{\delta_{2t}}{\delta_{2n}} = \frac{E_{2t}\gamma_2}{\delta_{2n}}.$$

Же

$$\frac{tg\beta_1}{tg\beta_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}. \qquad (14.12)$$

Эгер, агын өткөргүчтүгү жогору чөйрөдөн (мисалы, панзат) өткөргүчтүгү төмөн чөйрөгө (мисалы, жерге) өтсө, анда сынуу бурчунун тангенси $tg\beta_2 = tg\beta_1 \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$ түшүү бурчунун тангенсинен кичине болот. Демек, β_2 бурчу β_1 бурчунан кичине. Эгер γ_2 эң кичине болсо, анда $\beta_2 \to 0$ умтулат.

§ 14.6. Өткөрүүчү чөйрөнүн майданы менен электростатикалык майдандын ортосундагы анология (окшоштук)

Өзүлөрүнүн жаратылышы боюнча электростатикалык майдан жана турактуу агындын майданы өткөрүчүү чөйрөдө ар кандай. Электростатикалык майдан мейкиндикте кыймылсыз жана убакыт боюнча өзгөрүлбөөчү электр дүрмөттөрүнөн пайда болот. Анда, өткөрүчүү чөйрөдөгү электр майданы-бул электр дүрмөттөрү сырткы булактын аракети астында электр дүрмөттөрү иреттелген кыймылга ээ болуучу майдан. Ага карабай эки майдандан ортосунда белгиленген формалдуу аналогия болушу мүмкүн.

Чындыгында, дүрмөттөрдү камтыбаган аймактардагы электростатикалык майдан Лапластын теңдемесин канататтандырат. Өткөрүчүү чөйрөдөгү турактуу агындын электр майданы сырткы булактарсыз, ошондой эле аны канататтандырат. Эки майдан тең майдандын чыңалуулугунун вектору $\vec{E}$ менен бирдикте болот. Электр жылуушусунан вектору $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ агындын тыгыздыгынын вектору $\vec{\delta} = \gamma \vec{E}$ менен салыштырууга болот. Агымдын вектору $\vec{D}$ (аны ψ тамгасы менен белгилейбиз) $\psi = \int \vec{\delta} d\vec{s}$ менен электр агынын тыгыздыгынын вектору $I = \int \vec{\delta}\, d\vec{S}$ салыштырууга болот.

Эки диэлектриктин бөлүнүү бетинде чектик шарттар: $E_{1t}=E_{2t}$ жана $D_{1n}=D_{2n}$.
Ар кандай өткөрүмдүүлүктөгү эки чөйрөнүн бөлүнүү бетинде чектик шарттары $E_{1t}=E_{2t}$ жана $\delta_{1n}=\delta_{2n}$.

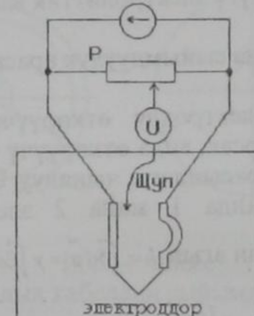
Эгерде эки майдан бир эле теңдемени $\nabla^2\varphi = 0$ канааттандырса жана буларда окшош чоңдуктар үчүн теңдештүү чектик шарттар аткарылса, анда бирдиктүүлүк теоремасын негизинде чектелүүчү беттер бирдей калыпта болсо, мындай деп айтууга болот, бул эки майданда майдандын сүрөтү эквипотенциалдык сызыктар жана күч сызыктарынын көптүгү бирдей болот.

Бул формалдуу аналогия практикада кеңири колдонулат. Мисалы, эгер кайсы-бир электростатикалык майдан үйрөнүлсө, анда ал жөнүндө билдирүүлөр өткөрүүчү чөйрөдө геометриалык окшоштук майданына келтирүүгө болбойт.

§ 14.7. Майдандарды эксперименталдык изилдөө

Эгер чекиттик беттердин (электроддор) калыбы татаал болсо, анда майданды аналитикалык эсептөөнү жүргүзүү өтө татаал. Түздөн-түз электростатикалык майдандын чекиттеринин потенциалы, буга зонддорду киргизип аныктоого мүмкүнчүлүк болбой жатат, анткени индикаторлордон камсыздандырылган эң кичине кубаттуулуктагы зонддор, өзүлөрүнүн катышуусу менен майданды обочолонто калат.

Мындай учурда майданды эксперименталдык түрдө моделде, башкача айткан моделдөөгө жакындаштырылат, же электролиттик ваннага же катуу моделге изилденилет. Электролиттик ваннада эки ченемдүү майданды моделлөө кандайча болорун карайлы.



14.4 — чийме

Электролити бар ваннага (мисалы, кычкылданган суу) электроддору жайгаштырылат (14.4-чийме). Калыбы жана булардын өз ара жайгашышы изилденүүчү электростатикалык ваннанын өзүндөй болушу керек. Изилденүүчү майдандын азыраак обочолонтуу максатында ваннанын капталдарынын сызыктуу өлчөмдөгү ылайыкташтырылган изилденүүчү майдандын кертиминин сызыктуу өлчөмдөрүнөн бир нече жолу чоң болушу керек. Электроддор төмөнкү жыштыктагы (50Гц) ЭККнүн булагы менен туташтырылат. Камсыздандыруу булагы катары турактуу агындын ЭКК пайдаланууга болбойт, анткени турактуу агын аркылуу кычкылданган сууда электролиз жүрөт жана газдын көбүкчөлөрү электроддорго камалоо, изилденүүчү майданды обочолонтот. Электролиз боюнча агын өтөт.

Жардамчы реостат Р, зонд (шуп) жана нөлдук индикатор Uнун жардамы менен майданда эквипотенциалдык сызыктардын көптүгүн алып таштоого болот. Ишке ашыруу үчүн реостаттын кыймылдаткычы кайсы-бир белгиленген орунга тургузулат индикатор нөлдө болушу үчүн зонд мындай жылдырылат да чекиттердин көптүгү табылат, буларды потенциалы реостаттын кыймылдаткычындагы потенциалга барабар. Андан ары реостаттын кыймылдаткычын жаңы орунга жылдырылат жана эквипотенциалдын чекиттерин координаталары аныкталат ж.б.у.с. Аягында эквипотенциалдардын көптүгү боюнча күч сызыктардын торчосу тургузулат. Торчону тургузууда майдандын каалаган чекиттериндеги күч сызыктар эквипотенциалдарга, ошондой эле электроддордун беттерине перпендикулярдуу болушу керек. Электростатикалык майданда күч сызыктар электроддордун беттерине перпендикулярдуу. Өткөрүүчү чөйрөнүн майданында күч сызыктар, мындайча айтканда электроддордун беттерине өтө перпендикулярдуу эмес. Эгерде, электроддордун өткөргүчтүгү электролиттин өткөргүчтүгүнөн бир топ чоң болсо, анда [(14.12) формуласын кара] эң жогорку даражадагы тактыкта күч сызыктар электроддордун беттеринде түз бурчтун астында келишет.

Катуу моделде эки ченемдүү майданды моделдөө атайын чыгарылган электр өткөрүүчү кагазда (дайыма кагазга графитти же көөнү кошушат) ишке ашырышат. Панзат электроддордун кагазга коюп ага өзгөрүлмөлүү чыңалуу же туруктуу агын кошулат. Агын кагаз аркылуу өтөт. Эквипотенциалдардын көптүгү электролиттик ванна сыяктуу эле алынат.

§ 14.8. Өткөргүчтүк жана сыйымдуулук арасындагы катнаштыктар

Эгерде, кайсы-бир электродду өткөрүүчү чөйрөгө жайгаштырып ЭККнүн булагына туташтырсак, анда өткөрүүчү чөйрөдө агын өтөт. Эгерде 1 жана 2 электроддордун арасындагы чыңалуу U_{12} ге барабар жана чөйрө аркылуу I агыны өтөт, анда 1 жана 2 электроддордун арасындагы өткөргүчтүк $G=I/U_{12}$. Анткени агын $I=\int\vec{\delta}d\vec{s}=\gamma\int\vec{E}d\vec{s}$ жана $U_{12}=\int_1^2\vec{E}d\vec{l}$, анда

$$G=\frac{\gamma\int\vec{E}d\vec{s}}{\int_1^2\vec{E}d\vec{l}} \qquad (14.13)$$

Өз кезегинде электр майданында электроддордун конфигурациясы сыяктуу электроддордун эки бөлүгүнүн ортосундагы сыйымдуулукта чоңдугу боюнча бирдей, бирок Q дүрмөттүн белгиси боюнча карама-каршы жайгашкан, пайда кылган агым ψ электр эпкининин вектору $\vec{D}$

$$\psi=Q=\int\vec{D}d\vec{s};$$

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{\varepsilon_a\int\vec{E}d\vec{s}}{\int_1^2\vec{E}d\vec{l}}. \qquad (14.14)$$

Эгер (14.14)тү (14.13) бөлсөк, анда кыскарткандан кийин алабыз

$$C/G=\varepsilon_a/\gamma\ , \qquad (14.15)$$

себеби, абсолюттук диэлектриктик өткөрүмдүүлүгү ε_a диэлектрик менен бөлүнгөн эки нерсенин ортосундагы сыйымдуулук C, ошол эле нерселердин ортосундагы G өткөргүчтүкө тиешелүү, эгер алардын электр өткөргүчтүгү γ болгон чөйрөнү киргизсек $\varepsilon_a\,\gamma$ га кандайча тиешелүү.

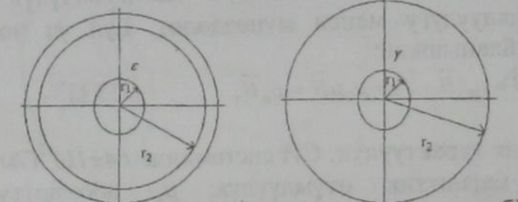
(14.15) катнаштагы белгилүү туюнтмалардан кайсы-бир нерселердин ортосундагы сыйымдуулуктан өткөргүчтүүлүк үчүн туюнтма алуу же тескери операцияны жасоо. Мисалы, эки өткөрүүчү сызыктын сыйымдуулугу

$$C=\frac{\pi\varepsilon_a l}{\ln\frac{d}{r}}, \qquad (14.16)$$

мында ℓ-өткөргүчтөрдүн узундугу; d--өткөргүчтөрдүн окторунун ортосундагы аралык, r--өткөргүчтүн радиусу.

Өткөргүчтүгү γ болгон батырылган чөйрөгө эки жарыш өткөргүчтүн ортосундагы өткөргүчтүүлүк үчүн туюнтма алуу үчүн (14.15) ылайык (14.20) ε_a ны γ га алмаштыруу керек. Анда алабыз

$$G=\frac{\pi\gamma l}{\ln(d/r)} \qquad (14.17)$$



а) б)

14.5 — чийме

Же, башка мисал. Каксиалдык кабелдин сыйымдуулугу (14.5,а-чийме):

$$C=\frac{2\pi\varepsilon_a l}{\ln(r_2/r_1)}.$$

Өткөргүчтүүлүгү γ болгон бөлүнгөн чөйрөдөгү узундугу бир октуу эки цилиндирдин ортосундагы өткөргүчтүүлүк.
(14.5,б-чийме) ,

$$G=\frac{2\pi\gamma l}{\ln(r_1/r_2)}.$$

Аналогияны эң татаал майдандарга таратууга болот. Мисалы, эгер, γ_e өткөргүчтүүлүгү бар чөйрөдө пайда болгон бир тектүү майданга γ_i өткөргүчтүүлүгү бар шарды киргизсек, анда ага

($\varphi_i=\varphi_0+E_0R\frac{3\varepsilon_e}{2\varepsilon_e+\varepsilon_i}\cos\theta=\varphi_0E_0\frac{3\varepsilon_e}{2\varepsilon_e+\varepsilon_i}Z$, Z=Rcosθ ички аймактын потенциалы) ылайык шардын ичиндеги потенциалды төмөнкүдөй аныктайбыз:

$$\varphi_i=\varphi_0+E_0\frac{3\gamma_e}{2\gamma_e+\gamma_i}Z$$

ОН БЕШИНЧИ БАП
ТУРАКТУУ АГЫНДЫН МАГНИТ МАЙДАНЫ

§ 15.1. Магнит майданын мүнөздөөчү негизги чоңдуктардын байланышы. Магнит майданындагы механикалык күчтөр

Туруктуу агындын магнит майданы-бул убакыт боюнча өзгөрүлбөгөн электромагниттик майдандын курамдык бөлүгүнүн бири. Ал байкоочуга салыштырмалуу мейкиндикте кыймылдабаган, өткөрүүчү нерсе боюнча өтүүчү убакыт боюнча өзгөрүлбөгөн агындардан пайда болот. Ошентсе да, туруктуу агындардын өтүшүндө электромагниттик майдандын экинчи курамдык бөлүгү бар, бул электр майданы, бирок ал убакыт боюнча өзгөрүлбөйт, ошондуктан магнит майданына таасир тийгизбейт. Ушуга жараша туруктуу агындын магнит майданын электрликке көз каранды эмес деп кароого болот.

Магнит майданы $\overline{B}$ магнит эпкини, $\overline{J}$ магнитөөчүлүк жана $\overline{H}$ магнит майданынын чыңалуулугу менен мүнөздөлөт. Бул үч чоңдук төмөнкү формула менен байланышкан:

$$\overline{B} = \mu_0(\overline{H} + \overline{J}) = \mu_0 \mu \overline{H} = \mu_a \overline{H}, \qquad (15.1)$$

мында μ_0-магниттик туруктуулук, СИ системинде $4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м барабар; μ – салыштырмалуу магниттик өтүмдүүлүк; μ_a- абсолюттук магниттик өтүмдүүлүк.

Магнит майданынын негизги көрсөткүчтөрүнүн бири болуп, бул майданга жайгашкан агыны бар өткөргүчкө аракети эсептелет. Тажрыйба көрсөткөндөй агыны $I\,d\overline{l}$ узундуктагы өткөргүчтүн элементине $\overline{F}$ күчү менен аракет кылган магнит майданы төмөнкүдөй аныкталат:

$$\overline{F} = I\left[d\overline{l}\,\overline{B}\right] \qquad (15.2)$$

Бул күч берилген чекиттеги майдандын эпкинине жана $I\overline{dl}$ (15.1,а-чийме) агындын элементине перпендикулярдуу багытталган.

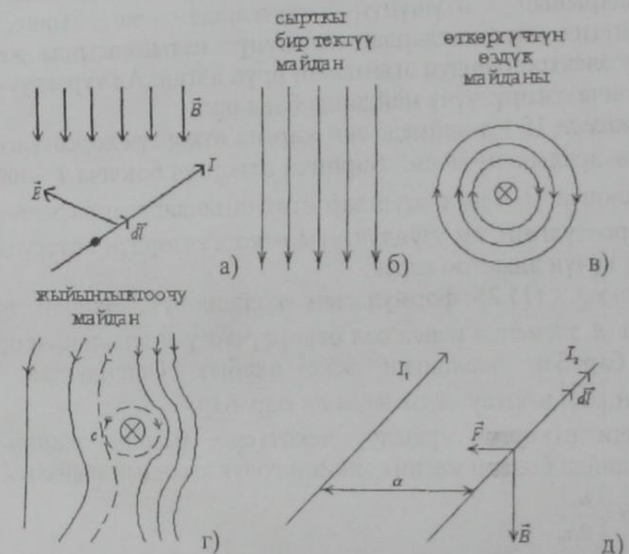
Эгер $\overline{B}$ эпкини жана $\overline{dl}$ узундуктагы элемент жарыш болсо, анда агындын элементи магнит майданы тарабынан механикалык аракетке дуушар болбойт. Агындын элементине магнит майданынын механикалык аракети максималдуу болушу мүмкүн, качан $\overline{B}$ жана $\overline{dl}$ өз ара перпендикулярдуу болсо.

(15.1) формуласынан, эпкин-бул майдандын күчтүк мүнөздөмөсү, $\overline{B}$ га перпендикулярдуу жайгашкан $I\,\overline{dl}$ агындын элементи майдандын берилген чекитине киргизилсе, анда аныкталуучу шарты бул чекитке агындын элементи киргенге чейин болгон магнит майданын өзгөртпөсө. Башкача сөз менен айтканда, айтылган жайгашуу боюнча агындын эпкининин элементи сан жагынан төмөнкүдөй

$$B = \lim_{(Idl) \to 0} \frac{F}{Idl}.$$

Майданды обочолонтпоо шартын эске алуу менен агындын элементин (15.2) ылайык киргизкенде айтылуучу нерсе, эпкин мындай күч катары аныкталышы мүмкүн, dl узундуктагы өткөргүчкө аракет этүүчү бирге барабар, эгер ал аркылуу I агыны өтсө, бул дагы бирге барабар.

СИ системасында эпкиндин бирдиги тесла $(1T = 1B \cdot c / м^2)$ эсептелет.



15.1-чийме

Магнит майданынын агынга болгон механикалык аракетин, магнит күч сызыктарынын деформацияланышы жөнүндөгү көрүнүштөн чыгып же Лоренц күчү (§ 2.1, 1-бөлүк) жөнүндөгү түшүнүктөн түшүндүрүүгө болот. Күч сызыктарынын деформацияланышы 15.1,б-г-чиймеде көрсөтүлгөн. 15.1-чиймеде: б-агыны бар өткөргүчтү бир тектүү магнит майданынын күч сызыктарына киргизгенге чейинки; в-агыны бар обочолонгон (өзүнчө айрым) өткөргүчтүн күч сызыктары; г-жыйынтыктоочу майдандын күч сызыктары; сүрөттөлүп берилген. Өткөргүчтөн солго, өткөргүчтүн өзүнүн майданынын күч сызыктары бир тектүү сырткы майдандын күч сызыктарына каршы багытталган, ал эми оң жагында буларга ылайыкташылган. Ошондуктан, жыйынтыктоочу майдан өткөргүчтөн солго ачыгыраак кезектешилген, ал эми оң жагында жышыраак кезектешкен. Күч сызыктары түзөлүүгө умтулганда өткөргүчкө оңдон солго басым жасашат.

15.1,г-чиймеде үзгүлтүктүү сызык менен көрсөтүлгөн күч сызыктар өткөргүчтөн оң жана сол жакта жайгашкан күч сызыктарга чектик сыяктуу болооруна көңүл буралы. Бул сызыктагы чекитте магнит эпкини нөлгө барабар.

Өз ара перпендикулярдуу жайгашкан магнит майданы жана агыны бар өткөргүч, күч аракетинин багыты көпчүлүк учурда *сол кол эрежесинен* алынган мнемоникалык эреже боюнча аныкталат; эгер сол колубузду мындайча жайгаштырсак, күч сызыктар алаканга кирсе, ачылган манжалар агын боюнча багытталса, анда жайылган чоң бармак аракет кылган күчтүн багытын көрсөтөт.

Майдандын агын менен болгон өз ара аркети, магнит майданынын пайда болуу себептеринен көз каранды болбой, электр чөйрөсызыгынын макроагындарынын өтүшүнүн негизинде же микроагындардын ферромагниттик материалдардан өтүшүнүн натыйжасында же боштуктун прибордогу электрондордун агымынан орун алган. Ал туруктуу сыяктуу эле, убакыт боюнча өзгөрүлүүчү майданда байкалат.

15.1-маселе. 15.1,д-чиймеде эки жарыш өткөргүч көрсөтүлгөн, экөөнүн ортосундагы аралык $a=10\ см$. Биринчи өткөргүч боюнча $I=1000\,A$, экинчи өткөргүч боюнча $I_2=500\,A$ агындар өтөт (агындардын багыттары жебелер аркылуу көрсөтүлгөн). 1м узундуктагы өткөргүчтөрдүн ортосундагы өз ара аракеттенүү күчүн аныктоо керек.

Чыгаруу. (15.2) формуласын колдонобуз. Экинчи өткөргүчтүн узундугунун $\overline{dl}$ элементи менен сол өткөргүчтөгү $\overline{B}$ эпкининин ортосундагы бурч 90^0 барабар экендигин эске алабыз. Ошондуктан, вектордук көбөйтүүнүн $\left[\overline{dl}\,\overline{B}\right]$ модулу $dlB\sin 90^0 = dlB$ барабар.

Биринчи өткөргүч аркылуу чекиттерде (мында экинчи өткөргүч) жайгашкан пайда болгон магнит эпкини толук агындын мыйзамы боюнча

$$B=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}.$$

Күч $$F=I_2 dlB=\frac{I_1 I_2 \mu_0 dl}{2\pi a};$$

$$F=\frac{1000\cdot 500\cdot 1.256\cdot 10^{-6}\cdot 1}{2\pi\cdot 0{,}1}\approx 1H$$

Күчтүн аракети астында өткөргүчтөр жакындашууга умтулушат.

§ 15.2. Толук агын мыйзамынын интегралдык жана дифференциалдык калыптары

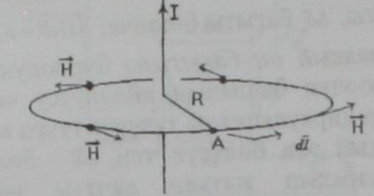
Туюк чөйрөсызык боюнча $\overline{H}$ векторунун циркуляциясы менен чөйрөсызыктын ичиндеги агындын ортосундагы сандык байланыш толук агын мыйзамынын интегралдык калыбында аныкталат. Каалаган туюк чөйрөсызыктын узатасындагы магнит майданынын чыңалуулугунан алынган сызыктуу интеграл туюк чөйрөсызыкты өтүп кетүүчү толук агынга барабар:

$$\oint \overline{H}\,\overline{dl} = I. \qquad (15.3)$$

Толук агын тууралу интегралдоо чөйрөсызыгын өтүп кетүүчү бардык агынды (өткөргүчтүүлүк жана жылышуу агындары) түшүнөбүз.

Толук агын мыйзамынын интегралдык калыбын качан майданда симметриялуулук пайдаланылганда колдонулушу мүмкүн. Мисалы, түз обочолонгон өткөргүчтүн I агынындагы майдан (15.2-чийме), кандайдыр

бир A чекитиндеги майдандын чыңалуулугу толук агын мыйзамы боюнча мындайча аныкталат.



15.2-чийме

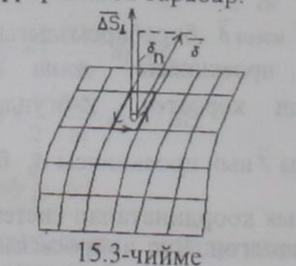
A чекити аркылуу радиусу R болгон айлананы жүргүзөлү, өткөргүчтүн огуна перпендикулярдуу болгон тегиздикте, анын борбору бул окто жатат. Айлананын бардык чекиттеринде майдандын чыңалуулугунун симметриялуулугунун негизинде, сан жагынын бирдей. Чыңалуулуктун багыты айланадагы жанымандын багытына дал келет. Ошондуктан

$$\oint \overline{H}\,\overline{dl} = \oint Hdl\cos 0^0 = H\oint dl = H\cdot 2\pi R = I; \quad H=\frac{I}{2\pi R}.$$

R — радиусунун жогорулашы менен магнит майданынын чыңалуулугу гиперболалык мыйзам боюнча төмөндөйт.

Эгер кайсы-бир майдан татаал мүнөзгө ээ болуп, туюк чөйрөсызык түзүүгө мүмкүн болбой, бардык чекиттер симметриялык шарттарга туура келсе, анда толук агын мыйзамы интегралдык калыпта жазылышы бул чөйрөсызык үчүн да жеткиликтүү болот. Бирок, каалаган чекиттеги майдандын чыңалуулугун табуу кыйынчылыкта турат (Hты интеграл белгисинин сыртына чыгарууга болбойт).

Толук агын мыйзамынын дифференциалдык калыбы. (15.3) барабарсыздыгы каалаган өлчөмдөгү чөйрөсызык үчүн керектүү, ошондой эле эң кичине өлчөм үчүн да. Анча чоң эмес чөйрөсызыкты кайсы бир чөйрөдө бөлүп алалы ("калың" сызык менен 15.3-чиймеде жүргүзүлгөн) жана анын узундугунда $\overline{H}$ векторунун циркуляциясын (айлануусун) түзөлү. Бул чөйрөсызыктын узатасында майдандын чыңалуулугунун айлануусу бөлүнгөн аянтты өтүп кетүүчү агынга барабар.



15.3-чийме

Эгерде, аянт кичине болсо, анда бул аянттын чегинде агындын тыгыздыгы $\bar{\delta}$ бирдей деп алабыз. Анда аянтты өтүп кетүүчү агын $\Delta i = \bar{\delta}\Delta\bar{S} = \delta_n \Delta S$. Мында δ_n -аянттын нормалындагы $\bar{\delta}$ агын тыгыздыгынын векторунун проекциясы, $\Delta\bar{S}$ багыты боюнча; $\oint \bar{H} d\bar{l} = \delta_n \Delta S$.

Аянттагы *нормалдын оң багытына* буроонун учунун кыймылынын багыты алынат, буроонун башынын айлануусу чөйрөсызыктын оң деп аталган өтүүсүнө жана циркуляцияны түзүүгө туура келет.

Барабарсыздыктын эки бөлүгүн тең ΔS бөлүп, анан ΔS ти нөлгө умтултабыз. Бул каралып жаткан аянтты нөлдү карай кысууга ылайыкташат. Алынган катыштын чеги

$$\lim_{\Delta S \to 0} \frac{\oint \bar{H} d\bar{l}}{\Delta S} = \delta_n .$$

Барабарсыздыктын сол жагында, ΔS аянтына багытталган нормалга $\bar{H}$ роторунун проекциясы болуп эсептелген чоңдук орун алган. Демек, $rot_n \bar{H} = \delta_n$.

Эгер, мейкиндикте ΔS аянтын мындайча багытталышын, ага карата нормалдын багыты, майдандын берилген чекитиндеги $\bar{\delta}$ агын тыгыздыгынын векторунун багыты менен дал келет, анда эки вектордун ($rot_n \bar{H}$ *жана* δ_n) проекцияларынын барабарсыздыгынын ордуна векторлордун өзүлөрүнүн барабарсыздыгын жазууга болот

$$rot\ \bar{H} = \bar{\delta}\ . \qquad (15.4)$$

(15.4) формуласы, *толук агын мыйзамынын дифференциалдык калыбын* көрсөтөт.

Ротор-бул куюндарды пайда кылуучу мүмкүнчүлүккө катышууга ээ болгон, майданды каралып жаткан чекитте мүнөздөөчү функция.

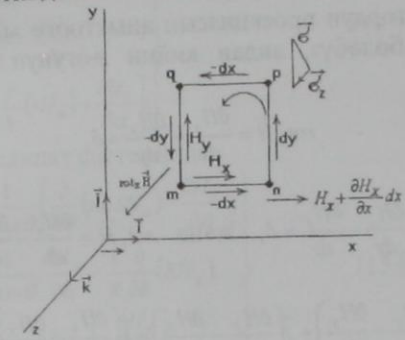
(15.4) формуласы координаталар системине салыштырмалуу эмес, жалпы калыпта жазылган жана ар бир керектүү координаталар системинде ал өз-өзүнчө ачылат.

§ 15.3. Декарттык координаталар системинде $rot\bar{H} = \bar{\delta}$ формуласын ачуу (ажыратуу)

Эки вектордун $rot\bar{H}$ *жана* $\bar{\delta}$ барабарсыздыгы, булардын *X*-огундагы проекциясы, Y-огундагы проекциясы жана Z-огундагы проекциясы барабар экендигин ачып көрсөтөт. Z-огундагы $rot\bar{H}$ проекциясы $\underset{\Delta S_z \to 0}{rot_z}\ \bar{H} = \frac{\oint \bar{H} d\bar{l}}{\Delta S_Z}$, Z -огундагы $\bar{\delta}$ нын проекциясы δ_Z болуп эсептелет ж.б.у.с.

15.4-чиймеде декарттык координаталар системинде *mnpq* кичине тик бурчтуу чөйрөсызык сүрөттөлгөн. Бул чөйрөсызыкты саат жебеси боюнча айланып $\bar{H}$ векторунун айланышын түзөбүз, муну түзүүдө $\bar{H}$ векторунун

чекиттен чекитке өзгөрүшүн эске алуу керек. *X* жана *Y* окторундагы $\bar{H}$ тын проекциясын *m* чекитинде ылайык келүүчү H_X жана H_Y менен белгилейбиз .



15.4-чийме

n чекитинде *X*-огундагы проекция *m* чекитиндеги проекцияга салыштырмалуу өзгөрүлөт $H_x + \frac{\partial H_x}{\partial X} dx$ барабар; Y -огундагы проекция $H_y + \frac{\partial H_y}{\partial x} dx$.

q чекитинде $H_x + \frac{\partial H_x}{\partial x} dy$ жана $H_y + \frac{\partial H_y}{\partial y} dy$. P чекитинде $H_y + \frac{\partial H_y}{\partial y} dy + \frac{\partial H_y}{\partial x} dx$ *жана* $H_y + \frac{\partial H_y}{\partial y} dy + \frac{\partial H_y}{\partial y} dx$.

mn жана *pq* кертимдеринде циркуляцияны түзүүдө $\bar{H}$ тын "икстик" гана түзүүчүлөрүн көңүлгө алуу эң маанилүү. ("игректик" түзүүчүлөрү жолдун элементине перпендикулярдуу).

$\oint \bar{H} d\bar{l}$ *mn* кертиминде түзүүчүсүн чыңалуулуктун "икстик" түзүүчүсүнүн ортогу маанисин бул кертимдеги жолдун *dx* узундугуна болгон көбөйтүндүүсү катары табууга болот

$$\frac{H_x + (\ H_x + \frac{\partial H_x}{\partial x} dx\ )}{2} dx = \left(H_x + \frac{1}{2} \frac{\partial H_x}{\partial x} dx \right) dx;$$

np кертиминде $(\ H_y + \frac{\partial H_y}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial H_y}{\partial y} dy\ ) dy;$

pq кертиминде $(H_x + \frac{\partial H_x}{dy} dy + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial H_x}{\partial x} dx\ )(- dx);$

qm кертиминде $\left(H_y + \frac{1}{2} \frac{\partial H_y}{\partial y} dy \right)(- dy).$

Эгерде mnpq чөйрөсызыгынын узундугунда циркуляциянын бардык түзүүчүлөрүн суммаласак, анда алабыз:

$$\left(\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}\right)dxdy\,.$$

z-огундагы ротордун проекциясын аныктоого ылайык циркуляцияны $ds_z = dxdy$ аянтына бөлөбүз, андан кийин *z*-огунун багытына ротордун проекциясы:

$$rot_z\,\overline{H}=\frac{\partial H_y}{dx}-\frac{\partial H_x}{dy}=\delta_z$$

Ушул сыяктуу,

$$rot_x\,\overline{H}=\frac{\partial H_z}{dy}-\frac{\partial H_y}{dz}=\delta_x \quad \text{жана} \quad rot_y\,\overline{H}=\frac{\partial H_x}{dz}-\frac{\partial H_z}{dx}=\delta_y\,.$$

Ошентип,

$$rot\ \overline{H}=\bar{i}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z}\right)+\bar{j}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial x}\right)+\bar{k}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}\right). \qquad (15.5)$$

Ротордун вектордук көбөйтүндү түрдө жазуу. Формалдуу $rot\overline{H}$ мейкиндиктик дифференциалдоо ∇ операторун $\overline{H}$ векторуна вектордук көбөйтүндү түрүндө көрсөтүүгө болот, $rot\overline{H}=\left[\nabla\overline{H}\right]$

Мында ∇ ны $\overline{H}$ ка түздөн-түз көбөйтүп ишенүү кыйындыкка турбайт:

$$\left[\left(\bar{i}\frac{\partial}{\partial x}+\bar{j}\frac{\partial}{\partial y}+\bar{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(\bar{i}H_x+\bar{j}H_y+\bar{k}H_z\right)\right]=\bar{i}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z}\right)+\bar{j}\left(\frac{\partial H_x}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial x}\right)+\bar{k}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}\right)$$

Декарттык системада $rot\overline{H}$ ты аныктагыч түрүндө ажыратуу. Электромагниттик майдан назариятында колдонулуучу каалаган вектордун роторун үчүнчү даражадагы аныктагыч түрүндө көрсөтүүгө болот.

Анда, $rot\overline{H}$ декарттык системинде төмөнкү аныктагыч түрүндө жазылат:

$$rot\,\overline{H}=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ H_x & H_y & H_z\end{vmatrix} \qquad (15.6)$$

аныктагычты түздөн-түз ажыратуу (15.5) туюнтмасынын алынарын көрсөтөт.

Цилиндрлик жана сфералык координаталар системинде ротордун проекциясын билдирүү. Далилдөөсүз $\overline{H}$ роторунун проекциясын туюнтма менен келтирели:

Цилиндрлик координат системинде:

$$\left.\begin{aligned} rot_r\overline{H}&=\frac{1}{r}\frac{\partial H_z}{\partial\alpha}-\frac{\partial H_\alpha}{\partial z};\\ rot_\alpha\overline{H}&=\frac{\partial H_r}{\partial z}-\frac{\partial H_z}{\partial r};\\ rot_z\overline{H}&=\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rH_\alpha)-\frac{\partial H_r}{\partial\alpha}\right].\end{aligned}\right\} \qquad (15.7)$$

Сфералык координат системинде:

$$\left.\begin{aligned} rot_R\overline{H}&=\frac{1}{R\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta H_\alpha)-\frac{\partial H_\theta}{\partial\alpha}\right];\\ rot_\theta\overline{H}&=\frac{1}{R\sin\theta}\frac{\partial H_R}{\partial\alpha}-\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}(RH_\alpha);\\ rot_\alpha\overline{H}&=\frac{1}{R}\left[\frac{\partial}{\partial R}(RH_\theta)-\frac{\partial H_R}{\partial\theta}\right].\end{aligned}\right\} \qquad (15.8)$$

§ 15.4. Магнит агымынын үзгүлтүксүздүк негизги жобосу жана аны дифференциалдык калыпта жазуу

Магниттик агым — бул кандайдыр бир бет аркылуу магнит эпкининин агым вектору: $\Phi=\int\limits_S\overline{B}d\overline{S}$

Интеграл белгисинин астындагы S индекси интеграл S бети боюнча алынарын күбөлөндүрөт. Эгер, бет өзү менен өзү туюк болсо, (мисалы шардын бети), анда туюк бетке кирип кетүүчү агым, $\Phi=\oint\overline{B}d\overline{S}$.

Тажрыйба көрсөтөт, каалаган көлөмдүн ичине кирүүчү магниттик агым, ошол эле көлөмдөн чыгуучу магнит агымына барабар.

Демек, көлөмгө кирүүчү жана көлөмдөн чыгуучу агымдардын алгебралык суммасы нөлгө барабар:

$$\oint\overline{B}d\overline{S}=0. \qquad (15.9)$$

(15.9) туюнтмасы магнит агымынын үзгүлтүксүздүк негизги жобонун математикалык жазылышын көрсөтөт.

(15.9)тун эки бөлүгүн тең туюк S бетинде жайгашкан көлөм Vга бөлөбүз жана катыштын чегин табабыз, качан көлөм V нөлгө умтулганда:

$$\lim_{V\to 0}\frac{\oint\overline{B}d\overline{S}}{V}=0 \quad же \quad div\overline{B}=0. \qquad (15.10)$$

(15.10) катнаштыгын, магнит агымынын үзгүлтүксүздүк негизги жобонун дифференциалдык калыбы катары түшүндүрүүгө болот. Ал магнит майданынын каалаган чекити үчүн керектүү. Демек, бул майдандын каалаган чекитинде магнит эпкин векторунун сызыктарынын башы жана агып кетиши жок. $\overline{B}$ векторунун сызыгы эч жерде үзгүлтүктүү эмес, алар өзүлөрү менен өзү туюк сызыктарды түзүшөт (айлана, мисалы өзүнчө туюк сызыктар). Бирок, чекиттердеги $\overline{H}$ сызыктары, мында үзгүлтүктүү

$\vec{J}$ өзгөрүлөт (мисалы, чөйрөнүн чекиттеринде ар кандай μ). Бул (15.10) келип чыгат: $div\vec{B} = div\mu_0\left(\vec{H} + \vec{J}\right) = 0$. Мындан $div\vec{H} = -div\vec{J}$.

Турактуу агындын "ээленген" жана "ээленбеген" аймактардагы магнит майданы. Куюндуу майдан деп, ротор нөлдөн айырмаланса айтабыз. Анткени, турактуу агындын магнит майданы үчүн $rot\vec{H} = \vec{\delta}$, анда мейкиндиктин бардык чекиттеринде, мында δ≠0, $rot\vec{H} = 0$, магнит майданын потенциалдык деп кароого болот.

§ 15.5. Магнит майданынын скалярдык потенциалы. Чектик шарттар

Чекиттердин көптүгү үчүн δ=0, $rot\vec{H} = 0$, магниттик майданды потенциалдык деп кароого болот, майдан сыяктуу, ар бир чекити скалярдык магнит потенциалга $\varphi_м$ ээ болсо. Демек, мындай аймактар үчүн

$$\vec{H} = -grad\varphi_м \qquad (15.11)$$

кароого болот

Анткени, $div\vec{B} = div\mu_0\vec{H} = 0$, анда μ_a=*const* $div\vec{H} = 0$. Акыркы туюнтмадагыга $-grad\varphi_м$ ди $\vec{H}$ ордуна коюп, алабыз *div grad* φ_M=0.

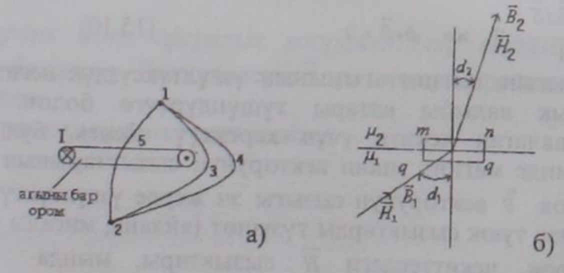
Ошентип, магнит майданынын скалярдык потенциалы φ_M, ал жөнүндө агынга ээлеп алынбаган аймактар үчүн сөз болот да Лапластын теңдемесине баш ийет:

$$\nabla^2\varphi_M = 0 \qquad (15.12)$$

1 жана 2 чекитинин ортосундагы магниттик потенциалдардын скалярдык айырмасын, 1 жана 2 чекиттеринин арасындагы *магнит чыңалуусунун* төмөндөшү деп аташат.

$$U_{M12} = \varphi_{M1} - \varphi_{M2} = \int_1^2 \vec{H}d\vec{l}$$

Кайсы бир жол боюнча, (мисалы 132 жолунда, 15.5, а-чийме) 1 жана 2 чекиттеринин арасында *магниттик чыңалуунун* төмөндөшү, кайсы бир башка жол боюнча (мисалы, 142 жолунда), ошол эле чекиттердин арасындагы магниттик чыңалуунун төмөндөшүнө барабар. Бул учурда, качан бул жолдо туюк чөйрө сызыкты пайда кылса, ичиндеги агын нөлгө барабар.



15.5-чийме

Эгер, эки жолдон пайда болгон туюк чөйрөсызык, кандайдыр бир агынды камтыса, анда биринчи жол боюнча магниттик чыңалуунун төмөндөшү экинчи жол боюнча магниттик чыңалуунун төмөндөшүнө барабар эмес, алар чөйрөсызык камтыган агын чоңдугуна айырмаланышат. Акыркы айтылган, толук агын мыйзамынан келип чыгат. Анда, 15.5, а-чиймеге карата $\int_{152}\vec{H}d\vec{l} \neq \int_{132}\vec{H}d\vec{l}$ (толук агын мыйзамынан келип чыгат $\int_{132}\vec{H}d\vec{l} + \int_{251}\vec{H}d\vec{l} = -I$, же $\int_{132}\vec{H}d\vec{l} = -I + \int_{152}\vec{H}d\vec{l}$). Демек, магнит майданынын эки чекитинин арасындагы магниттик потенциалдардын айырмасы жолдон көз каранды болбошу үчүн, агыны бар чөйрөсызык (ором) үчүн өтүшүнө тоскоолдук кылсак, ой менен бул чөйрөсызыкка кандайдыр бир пленканы тоссок. Бул пленка аркылуу φ_M өтсө чөйрөсызыктагы агын чоңдугуна чукул өзгөрүлөт.

"Магниттик чыңалуунун төмөндөшү" жана "магниттик чыңалуу" түшүнүктөрүн айырмалоо керек. Биринчи түшүнүк, кабыл алынган жол боюнча $\vec{H}$ тан $d\vec{l}$ ге сызыктуу интеграл боюнча аныкталат. Экинчиси-бул гана интеграл эмес, ошондой эле жолдогу ээ болгон МКК (магнит кыймылдаткыч күчү). Мында "чыңалуунун төмөндөшү" жана "чыңалуу" түшүнүктөрүнүн электр тизмегинде толук аналогиясы бар.

Чектик шарттар. Электростатикалык майдан сыяктуу эле өткөрүүчү чөйрөнүн майданында белгилүү бар чектик шарттар аткарылса, магнит майданында да ошол сыяктуу шарттар бар:

$$H_{1t} = H_{2t}; \qquad (15.13)$$

$$B_{1n} = B_{2n}. \qquad (15.14)$$

(15.13) шарты эки биртектүү жана изотроптук чөйрөлөрдүн бөлүнүү чегинде, магниттик катышы боюнча ар кандай (μ ар кандай), магнит майданынын чыңалуулугунун векторлорунун тангенциалдык түзүүчүлөрү барабар.

(15.14) шарты бөлүнүү чегинде магнит эпкин векторлорунун нормалдык түзүүчүлөрүнүн барабардыгы жөнүндө күбөлөндүрөт.

(15.13) шартын *mn pq* жалпак чөйрөсызыгы боюнча (15.5,б-чийме) $\oint\vec{H}d\vec{l}$ сызыктуу интегралын түзүү жолу менен чыгарылат жана ал нөлгө барабарланат (анткени ал агынды камтыбайт). np жана *qm* жактары *mn* жана *pq* жактарына салыштырмалуу өтө кичине. mn жагынын узундугун жана ага чоңдугу боюнча барабар болгон *pq* жагынын узундугун *dl* аркылуу белгилейбиз. Анда $H_1\sin\alpha_1 dl - H_2\sin\alpha_2 dl = 0$, бирок $H_1\sin\alpha_1 = H_{1t}$, $H_2\sin\alpha_2 = H_{2t}$, демек $H_{1t} = H_{2t}$.

(15.13) шарты аткарылбайт, эгер эки чөйрөнүн бөлүнүү бетинде, мындай деп аталган "*беттин агыны*" өтсө. Бул аркылуу, бөлүнүү чегинде киргизилген чексиз ичке жалпак өткөргүч боюнча өтүүчү агынды түшүнөбүз.

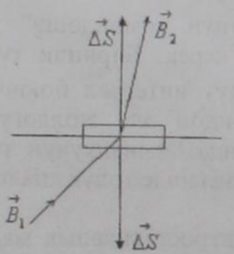
Мындай учурда $\oint \vec{H}d\vec{l}$ нөлгө барабар эмес, ал эми туюк чөйрөсызыктын ичиндеги беттик агыны σdl барабар:

$H_1 \sin\alpha_1 dl - H_2 \sin\alpha_2 dl = \sigma dl$, мунун негизинде $H_{1t} - H_{2t} = \sigma$.

Башкача айтканда, тыгыздыгы σ болгон беттин агыны бар болгондо, майдан чыңалуулугунун тангенциалдуу түзүүчүсү ажыроого дуушар болот. Эреже катары, беттин агыны жок болот да (15.13) шарты аткарылат.

Магниттик эпкин векторлорунун нормалдуу түзүүчүлөрү магнит агымынын үзгүлтүксүздүк негизги жободон келип чыгат: $\oint \vec{B}d\vec{S} = 0$.

(15.14) шартынын ылайыктуулугуна ишенүү үчүн бөлүнүү чегинде чоң эмес жалпак параллелепипедди бөлөлү да төмөнкү капталы-$B_{1n}\Delta S$ жана жогорку капталы $B_{2n}\Delta S$ (15.6-чийме) аркылуу $\vec{B}$ агымынын векторун эсептейбиз.



15.6-чийме

Агымдардын суммасы нөлгө барабар:
$-B_{1n}\Delta S + B_{2n}\Delta S = 0$. Демек, $B_{1n} = B_{2n}$ (15.13) жана (15.14) шарттарына төмөнкү катнаштык келип чыгат

$$\frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{\mu_{1a}}{\mu_{2a}}. \qquad (15.15)$$

(15.15) α_1 түшүү бурчу менен α_2 сынуу бурчунун ортосундагы байланышты берет.

Эгер, магнит күч сызыктары магниттик өткөрүмдүүлүгү чоң болгон чөйрөдөн чыкса, мисалы $\mu_{1a} = 10^4 \mu_0$, магниттик өткөрүмдүүлүгү төмөн чөйрөдө, мисалы абада $\mu_{2a} = \mu_0$, анда

$$\frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = 10^4 \quad \text{жана} \quad tg\alpha_2 = 10^{-4} tg\alpha_1.$$

Демек, α_2 бурчу α_1 бурчунан көпкө кичине.

15.2-маселе. Магниттик өткөрүмдүүлүгү μ_{2a} чөйрөгө күч сызыктары кирген α_2 бурчун табуу керек, эгер $\alpha_1 = 89^0$; $\mu_{1a} = 10^4 \mu_0$, $\mu_{2a} = \mu_0$.

Чыгаруу. $tg\alpha_1 = tg89^0 = 57{,}29$; $tg\alpha_2 = \frac{\mu_2}{\mu_1} tg\alpha_1 = 10^{-4} tg\alpha_1 = 0{,}005729$; $\alpha_2 = 20'$

§ 15.6. Магнит майданынын вектордук потенциалы. Вектор-потенциалы үчүн Пуассондун теңдемеси

Магнит майдандарын эсептөө үчүн вектордук потенциал же магнит майданынын вектор-потенциалы кеңири колдонулат.

Ал $\vec{A}$ аркылуу белгиленет. Бул бир чекиттен экинчи чекитке бир калыпта өзгөрүлүүчү вектордук чоңдук, магниттик эпкин роторго барабар:

$$\vec{B} = rot\vec{A}. \qquad (15.16)$$

Вектордук-потенциалдан эпкинди ротор түрүндө көрсөтүү үчүн негизи болсо, анда каалаган ротордун дивергенциясы теңдеш нөлгө барабар.

Магнит майданында $div\vec{B} = 0$ экендиги белгилүү. Бул барабарсыздыкка $rot\vec{A}$ ны $\vec{B}$ нын ордуна коюштуруу, теңдеш нөлгө барабар:

$$divrot\vec{A} = 0.$$

$divrot\vec{A}$ барабарсыздыгынын нөлгө барабар болушун ∇ операторунун жардамы менен түшүндүрүүгө болот. Ушул максатта $rot\vec{A}$ нын ордуна $[\nabla\vec{A}]$ жазабыз. Анда $divrot\vec{A} = \nabla . [\nabla\vec{A}]$

Вектордук көбөйтүндү $[\nabla\vec{A}]$ ∇га жана $\vec{A}$ перпендикулярдуу.

∇ны $[\nabla\vec{A}]$ скалярдык көбөйтүү, себеби $\nabla[\nabla\vec{A}]$ нөлгө барабар, анткени ∇ менен $[\nabla\vec{A}]$ ортосундагы бурчтун косинусу нөлгө барабар.

Эгер, вектор-потенциал координаттан функция катары белгилүү болсо, анда майдандын каалаган чекитинде эпкинди (15.16) га ылайык вектор-потенциалдан роторду табуу жолу менен аныктоого болот. Магниттик потенциалдын $\varphi_м$ скалярынан айырмаланып агын ээлебеген аймактар үчүн гана колдонууга болот (§15.5ти кара). Вектордук потенциалды агын ээлебеген жана ошондой эле агын ээлеген аймактар үчүн колдонууга болот.

Электротехникалык эсептөөлөрдө вектордук потенциалды эки максат үчүн колдонууга болот: 1) Магнит эпкинин (15.16) формуласынын жардамы менен аныктоо; 2) Кайсы-бир чөйрөсызыкты өтүп кетүүчү магнит агымын аныктоо (§ 15.7).

Майданда эркинче алынган чекиттеги вектордук потенциал, бул чекиттеги агындын тыгыздыгы менен Пуассондун теңдемеси аркылуу байланышкан.

Вектор-потенциал үчүн Пуассондун теңдемеси. (15.4) формуласынын эки бөлүгүн тең чөйрөнүн магниттик өткөрүмдүүлүгү μ_aга көбөйтөбүз

$$\mu_a rot\vec{H} = \mu_a\vec{\delta}.$$

Майдандар менен иш жүргүзүүдө, өз-өзүнчө аймактарга бөлүнөт, магнит өткөрүмдүүлүгү μ_a ар бир бөлүнгөн бул аймактарда турактуу. Эгер μ_a турактуу болсо, анда аны ротор белгисинин ичине киргизүүгө болот:

$$rot\mu_a\vec{H} = rot\vec{B} = \mu_a\vec{\delta}. \qquad (15.17)$$

(15.17)де $\vec{B}$ нын ордуна $rot\vec{A}$ ны коебуз, анда

$$rotrot\vec{A} = \mu_a \vec{\delta}. \qquad (15.18)$$

Ротордон ротордү алуу операциясы экилик вектордук көбөйтүндүнү ачуу операциясын ишке ашыруу эсептелет жана мындайча аткарылат:

$$rotrot\vec{A} = \left[\nabla\left[\nabla\vec{A}\right]\right] = graddiv\vec{A} - \nabla^2\vec{A} = \mu_a\vec{\delta}. \qquad (15.19)$$

Математика курсунда белгилүү, экилик вектордук көбөйтүндү төмөнкүдөй ажыратылат: $\left[\vec{a}\left[\vec{в}\vec{c}\right]\right] = \vec{в}\left(\vec{a}\vec{c}\right) - \vec{c}\left(\vec{a}\vec{в}\right)$.

Берилген шартта $\vec{a}$ жана $\vec{в}$ векторлорунун ролун ∇ оператору аткарат, ал эми $\vec{c}$ векторунун ролун вектор-потенциал $\vec{A}$ аткарат. Ошентип, $\left[\nabla\left[\nabla\vec{A}\right]\right] = \nabla\left(\nabla\vec{A}\right) - \vec{A}(\nabla\nabla) = grad\,div\vec{A} - \nabla^2\vec{A}$.

Буга чейин вектор-потенциалга эч кандай кошумча керектөөлөрдү киргизген жокпуз, эгер эсептебегенде, ал болгон мейкиндиктик туундудан эсептөөнүн функциясы, анда туруктуу агындын магнит майданында аны керектөөчүгө баш ийдирүүгө болот:

$$div\vec{A} = 0. \qquad (15.20)$$

Бул керектөө $\vec{A}$ векторунун сызыктары өзүлөрүнө туюк сызыктар экендигин түшүндүрөт. (15.20) эске алынып (15.19) башкача түргө өтөт

$$\nabla^2 A = -\mu_a \delta; \qquad (15.21)$$

(15.21) теңдемеси Пуассондун теңдемеси деп аталат. Скалярдык чоңдугуна салыштырмалуу түзүлгөн (13.29) формуласынан айырмаланып, (15.21) теңдемеси вектордук чоңдукка салыштырмалуу түзүлгөн.

(15.21) ги $\vec{A}$ ордуна $\vec{i}A_x + \vec{j}A_y + \vec{k}A_z$ коёбуз жана агын тыгыздыгын $\vec{i}\delta_x + \vec{j}\delta_y + \vec{k}\delta_z$ алмаштырып

$$\nabla^2\vec{i}A_x + \nabla^2\vec{j}A_y + \nabla^2\vec{k}A_z = -\mu_a\vec{i}\delta_x - \mu_a\vec{j}\delta_y - \mu_a\vec{k}\delta_z$$

алабыз.

Акыркы теңдеме үч теңдемеге бөлүнөт, A_x, A_y, A_z скалярдык чоңдуктарга салыштырмалуу түзүлөт:

$$\nabla^2 A_x = -\mu_a\delta_x;$$
$$\nabla^2 A_y = -\mu_a\delta_y;$$
$$\nabla^2 A_z = -\mu_a\delta_z.$$

Булардын (13.29) теңдемесинин чыгарылышынын аналогиясы боюнча жалпы чыгарылышы мындай жазылат:

$$A_x = \frac{\mu_a}{4\pi}\int_v \frac{\delta_x V}{R}; \qquad (15.22)$$

$$A_y = \frac{\mu_a}{4\pi}\int_v \frac{\delta_y dV}{R}; \qquad (15.22,а)$$

$$A_z = \frac{\mu_a}{4\pi}\int_v \frac{\delta_z dV}{R}. \qquad (15.22,б)$$

Эгер (15.22)ни $\vec{i}$ ге, (15.22,б)ны-$\vec{j}$ ге жана (15.22,б)ны - $\vec{k}$ га көбөйтсөк жана кошсок, анда алабыз

$$\vec{i}A_x + \vec{j}A_y + \vec{k}A_z = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_v \frac{\left(\vec{i}\delta_x + \vec{j}\delta_y + \vec{k}\delta_z\right)dV}{R},$$

же

$$\vec{A} = \frac{\mu_a}{4\pi}\int_v \frac{\vec{\delta}dV}{R}. \qquad (15.23)$$

А үчүн чен бирдиги $[B \cdot c / м]$ эсептелет.

(15.23) формуласы (15.21) теңдемесинин жалпы чыгарылышын берет. Майдандын каалаган чекитинде вектор-потенциал (15.23) көлөмдүк интегралды эсептөө аркылуу аныкталышы керек.

(15.23) формуласы жалпы чыгарылышты бергендигине карабастан, кийинкилерде аны кээ бир учурларда гана колдонууга болот, анткени формуланын оң жагынан интеграл алуу көп математикалык эсептөөлөрдөн турат.

§ 15.7. Вектор-потенциал циркуляциясы аркылуу магнит агымын көрсөтүү

Кайсы- бир S бетти өтүп кетүүчү магнит агымы

$$\Phi = \int_S \vec{B}d\vec{S}. \qquad (15.24)$$

Анда $\vec{B} = rot\vec{A}$, анда $\Phi = \int_S rot\vec{A}d\vec{S}$.

Стокстын теоремасынын негизинде беттик интегралын сызыктуу интегралга өзгөртүп түзүүгө болот:

$$\int_S rot\vec{A}d\vec{S} = \oint\vec{A}d\vec{l}. \qquad (15.25)$$

Ошентип,

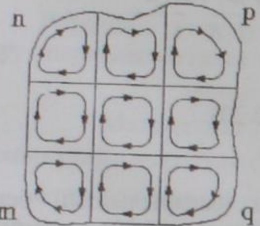
$$\Phi = \oint\vec{A}d\vec{l}. \qquad (15.26)$$

Башкача айтканда, кандайдыр бир аянтты (бетти) S өтүп кетүүчү *магнит агымын аныктоо үчүн, S бети таянган туюк чөйрөсызык боюнча вектор потенциалынын айлануусун эсептөө эң керек.*

(15.26) боюнча агымды аныктоо, көп учурда (15.24) боюнча магнит эпкининин агым аркылуу аныктоого караганда өзгөчөлөнүп турат. (15.24) барабарсыздыгын колдонууга болот качан гана S бетинин каалаган чекитинде $\vec{B}$ нын мааниси белгилүү болсо. Анда (15.26) катнаштыгынын жардамы менен агымды эсептөө үчүн чөйрөсызыктагы $\vec{A}$ нын маанисин билүү керек да, чөйрөсызыктын ичиндеги чекиттердеги $\vec{A}$ ны билүү зарылчылыкка турбайт.

$\int_S rot\vec{A}d\vec{S}$ мындан $\oint\vec{A}d\vec{l}$ ге өтүүнү мындайча түшүндүрүүгө болот.

S аянтын элементардык аянттарга бөлөбүз (15.7-чийме). Интегралда суммага алмаштырып, интегралдын астындагы $rot\vec{A}$ ордуна $\oint\frac{\vec{A}d\vec{l}}{\Delta S}$ ротордү аныктоо менен ылайыкташтырып коёбуз (чек алынган), анда



$$\int_S rot\,\bar{A}d\bar{S} \approx \sum \frac{\oint \bar{A}d\bar{l}}{\Delta S}\Delta S = \sum \oint \bar{A}d\bar{l}\,.$$

Ошентип, $\int_S rot\,\bar{A}d\bar{S}$ эсептөө үчүн, бардык элементардык аянтчалардын чөйрөсызыгы боюнча $\bar{A}$ векторунун айлануусунун түзүүчүсүн табуу керек, анан буларды кошуу

15.7-чийме

керек. Анткени, кертимдерди айланып өтүүдөгү айланууну түзүүдө, эки кошуна аянттардын кайсы-биринин ортосунда тиешелүү болуп эсептелгенде карама-каршы багыттарда эки жолу өтөт. Анда, ортого тиешелүү бардык кертимдерде айланууну түзүүчүлөрү өз ара жоюштурулат жана *mn pq* чөйрөсызыгынын четтери боюнча гана айлануу калат.

$$\sum \oint \bar{A}d\bar{l} = \oint \bar{A}d\bar{l}\ .$$

Вектордук потенциал үчүн чектик шарттарды карайлы.

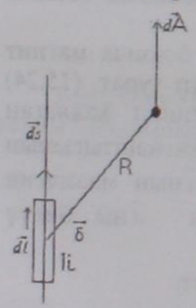
Эгерде, эки чөйрөнүн бөлүнүү чегиндеги жалпак чөйрөсызыкка (15.5,б-чиймеде сүрөттөлгөн сыяктуу, мында өлчөм $np \to 0$) (15.26)ны колдонуп жана бул чөйрөсызыктагы агым нөлгө барабардыгын эске алып, $\bar{A}$ векторунун тангенциалдык түзүүчүсү үчүн *чектик шарттарды* алабыз

$$A_{1t} = A_{2t}\,.$$

$\bar{A}$ векторунун нормалдуу түзүүчүсү турактуу магнит майданында үзгүлтүксүз, $A_{1n} = A_{2n}$. Бул мындайча келип чыгат, ал майдан үчүн $div\,\bar{A} = 0$.

Бирок өзгөрүлмөлүү электромагниттик майдан үчүн $div\,\bar{A} = -\frac{1}{v^2}\frac{\partial\varphi}{dt}$ [(15.2) формуланы кара], ошондуктан синусоидалдык майдан үчүн Лоренцтин нормировкасын колдонууда

$$A_{1n} - A_{2n} = -\frac{j\omega}{v^2}\varphi\ .$$



15.8 - чийме

Агын элементинин вектордук потенциалы. Узундугу $d\ell$ сызыктуу өткөргүчтүн элементи боюнча өтүүчү i агыны пайда кылган $\bar{A}$ векторунун потенциалынын түзүүчүсүнүн багытын жана чоңдугун аныктайлы. Мейли агындын элементинен мейкиндиктин эркин алынган чекитине чейинки аралыкты R аркылуу белгилейли (15.8-чийме) (R>>dl) жалпы билдирүүгө ылайык

$$d\bar{A} = \frac{\mu_a \bar{\delta} dV}{4\pi R}. \quad \text{бирок} \quad \delta dV = \bar{\delta}d\bar{S}d\bar{l} = id\bar{l}\,,$$

мында dS - өткөргүчтүн туура кесилиш аянты

Демек,

$$d\bar{A} = \frac{\mu_a i \bar{\delta} dV}{4\pi R}\,. \qquad (15.27)$$

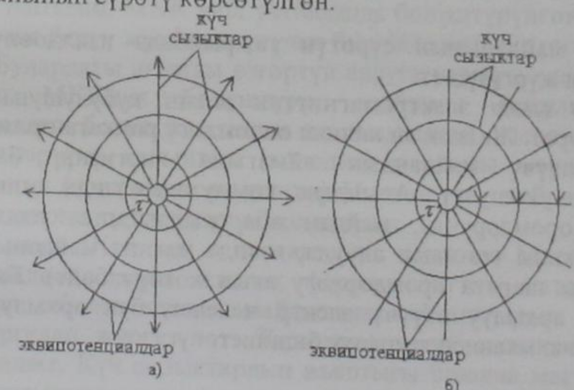
Агын элементинен вектордук потенциал түзүүчүсү мейкиндикте ошондой эле багытта өткөргүч элементинин агынынын багыты сыяктуу.

§15.8. Магнит жана электростатикалык (электрлик) майдандардын өз ара ылайыкташуусу

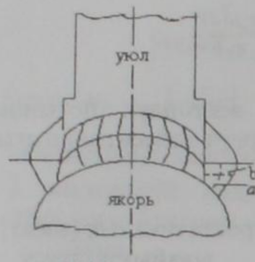
Аймактарда турактуу агындын электростатикалык жана магниттик майдандардын арасындагы сүрөттөрдө, агын менен ээленбеген эки түрдүн ылайыкташышы мүмкүн.

Ылайыкташуунун биринчи түрү — качан электрстатикалык майданда сызыктуу дүрмөттөрдүн жана магнит майданында сызыктуу агындардын бирдей бөлүнүшү. Бул учурда магнит майданынын сүрөтү (майдан торчосу) электростатикалык майдандын сүрөтү сыяктуу ылайыкташылган. Айырмасы мында гана, электростатикалык майдандын күч сызыктарына магнит майданынын эквипотенциалдык сызыктары жооп берет, ал эми электростатикалык эквипотенциалдарга магнит күч сызыктары ылайык келет.

Мисал катары, 15.9,а-чиймеде, обочолонгон $+\tau$ сызыктуу дүрмөтүнөн пайда болгон электр майданынын сүрөтү, ал эми 15.9,б-чиймеде обочолонгон агыны (өткөргүчтөн сырткары аймак үчүн) өткөргүчтүн магнит майданынын сүрөтү көрсөтүлгөн.



15.9-чийме



15.10 – чийме

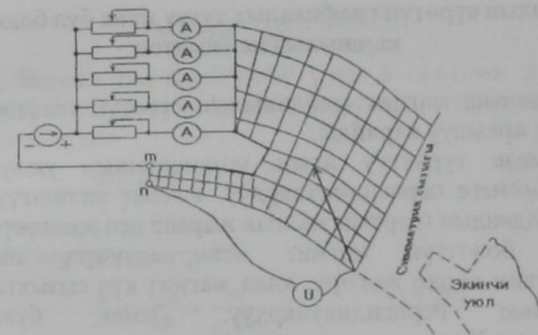
Ылайыкташуунун экинчи түрү-качан туруктуу агындын магнит майданында жана электростатикалык майданда эквипотенциалдык беттердин чектик калыптары бирдей болгондо. Бул учурда майдандын сүрөтү таптакыр бирдей.

Экинчи типтин ылайык келиши 15.10-чиймеде көрсөтүлгөн. Анда уюл менен туруктуу агындын (оромдор көрсөтүлбөгөн) машинасынын якорунун арасындагы аба аралыгында магнит майданынын сүрөтү көрсөтүлгөн. Эгерде, бул машинанын уюлу жана якору кандайдыр бир конденсатордун электроддору катары колдонулса, анда электроддордун ортосундагы аба аралыгында электр майданынын сүрөтү магнит майданынын сүрөтүнө ылайык келмек-эки учур үчүн күч сызыктар уюлдан чыкмак жана якорго кирмек, уюлдун жана якордун бетине нормалдуу.

§15.9. Магнит майданынын сүрөтүн тажрыйбада изилдөө

Магнит майданынын сүрөтүн тажрыйбада изилдөөнү ар кандай ыкмалар менен жүргүзүшөт.

Биринчи ыкма электромагниттик эпкин кубулушуна негизделип, төмөнкүдөн турат. Жалпак эң кичине өлчөмдөгү рамкага оромдор оролгон, муну изилденүүчү майдандын аймагына киргизип, баллистикалык гальванометрге кошулат. Агындын коммутациясында аппараттын (же машинанын) оромдорунда, майдан аба жылчыгында изилденүүдө, же аймактан рамканы тез алып алууда, мында магнит майданы билинерлик начар (акыркы шартта оромдордогу агын которулбайт). Баллистикалык гальванометр аркылуу өтүүчү электр ченелет, бул аркылуу рамкадагы эпкиндин орточо мааниси тууралуу билишет.



15.11-чийме

Анан, рамканы майдандын башка чекитине жайгаштырып, кайрадан эпкинди аныкташат ж.б.у.с. Бул ыкма, ферромагнетиктерден тышкары мейкиндиктен каалаган конфигурациясында магнит майданын изилдөөгө мүмкүнчүлүк берет.

Экинчи ыкма куюнсуз майданды изилдөө - өткөрүүчү чөйрөдө агындын майдандарын моделдөө ыкмасы, өткөрүүчү чөйрөдөгү майдан менен куюнсуз магнит майданынын ортосундагы аналогияга негизделген. Ал төмөнкүдөн турат. Кайсы — бир аппараттын аба жылчыгындагы майдандын жалпак жарыш сүрөтүн алуу үчүн же жука панзаттан (мисалы, жука болоттон) изилденүүчү майдандын кертиминин чоңойтулган моделин жасашат. Анда 15.11-чиймеде туруктуу агындын машинасынын уюлдарынын арасында чачыроочу майданды изилдөө үчүн модели сүрөттөлгөн. Анткени, МКК уюл узатасында бөлүштүрүлгөн, анда агынды уюлдун чекесине берүү жука өткөргүчкө бир нече жабышылгандар аркылуу жүргүзүлөт. Булардагы агынды өзгөртүп алууга мүмкүн, ушуну менен уюл бийиктигинде МККнүн бөлүштүрүү мыйзамы берилиши мүмкүн. Эквипотенциалдык болуп эсептелген mn сызыгынан агындын буруп кетүү салмактуу өткөрүүчү калыптын (колодка) жардамы менен жүргүзүлөт. Жылчык өлчөгүч (щуп) жана индикатор U өткөрүүчү чөйрөдө майдандын эквипотенциалдарын тургузуу үчүн колдонулат.

Үчүнчү ыкма -Холлдун датчиктерин колдонуу.Магнит майданын сапаттык изилдөөдө жука жалпак ферромагниттик материалга болот тарындыларын себелеп магнит майданына жайгаштырып акырын жука баракчаныургулап жүргүзүлөт. Тарындылар күч сызыктардын узатасы боюнча жайгашат. Күч сызыктардын жыштыгы боюнча магнит майданын интенсивдүүлүгү (күчөгөндүгү) жөнүндө баа берүүгө болот.

Тарындылардын ордуна кээде темир кычкылынын майдаланган порошогу колдонулат, булар кайсы- бир суюктукта (мисалы, керосинде) таразаланган абалда орун алган. Бул ыкма ферромагниттик материалдардан жасалган нерселерди магниттик дефектоскопиялоодо кеңири колдонушат.

§15.10. Майдандын сүрөтүн графикалык түзүү жана бул боюнча магниттик каршылыкты аныктоо

Жалпак жарыш магнит майданынын сүрөтүн графикалык түзүүнүн ыкмасын, мисал аркылуу карайлы.

15.10-чиймеде туруктуу агын машинасынын уюлу жана якору көрсөтүлгөн. Чиймеге перпендикулярдуу, өлчөмү жетиштүү чоң алынган, ушунда гана майдандын шартын жалпак жарыш деп эсептөөгө болот.

Анткени, болоттун магнит өткөрүмдүүлүгү абанын магнит өткөрүмдүүлүгүнөн көпкө жогору, анда магнит күч сызыктары уюл менен якордун бетине перпендикулярдуу. Демек, булардын бети эквипотенциалдуу. Күч жана эквипотенциалдык сызыктардын көптүгүн тургузууну "көз алдыда", төмөнкү колдонмо боюнча жүргүзүүгө болот: күч сызыктар уюл менен якордун бетине перпендикулярдуу болушу керек жана бири бирине карата мындай жайгашат, эквипотенциалдарды өткөрүүдөн кийин ийри сызыктуу тик бурчтуктар пайда болот. Булар үчүн b туурасынын орточосунун a узунунун орточосуна болгон *катышы* бардык тик бурчтуктар үчүн болжол менен бирдей болушу керек. Биринчи тургузууда буларды өтө жакшы кылуу мүмкүн эмес, бирок бир нече жолку аракеттен кийин, жөндөмдүүлүктүн артышы менен симметриялуулугун эске алып (эгер ал болсо), майдандын торчосун тургузууга мүмкүн, мындайча $b_1/a_1 = b_2/a_2 = b_3/a_3 = \ldots$

Мында , бардык күч түтүктөрүндөгү агымдар бирдей. Бул магнит каршылыгын эсептөөнү жеңилдетет.

Мейли күч түтүгүндөгү ийри сызыктуу тик бурчтуктардын саны n дейли, ал эми түтүктөрдүн саны m(15.11 чийме үчүн n=2 жана m=11).

Уюл менен якордун арасындагы магниттик чыңалуу:

$$U_M = \int \bar{H} d\bar{l} \approx H_1 a_1 + H_2 a_2 + H_3 a_3 + \ldots \sum_{k=1}^{n} H_k a_k .$$

Өз кезегинде күч түтүгүндөгү агым:

$$\Delta\Phi = l b_1 \mu_\alpha H_1 = l b_2 \mu_\alpha H_2 = \ldots,$$

мында l-чиймеге перпендикулярдуу, багыттагы өлчөм;

μ_α-абанын магниттик өткөрүмдүлүгү (μ_0 барабар).

Демек,

$$H_1 = \frac{\Delta\Phi}{l b_1 \mu_a}, \quad H_2 = \frac{\Delta\Phi}{l b_2 \mu_a} \quad \text{ж.б.у.с}$$

Магниттик чыналуу

$$U_M = \frac{\Delta\Phi}{\mu_a l}\left(\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \ldots\right)$$

Тургузулушу боюнча бардык кошулуучулар ($a_1/b_1, a_2/b_2$ ж.б.у.с) бирдей. Кошулуучулардын саны n барабар. Ошондуктан

$$U_м = \frac{\Delta\Phi}{\mu_a l}\frac{a}{b} n .$$

Мында $\Delta\Phi = \frac{U_M \mu_a l b}{n a}$.

Анткени, бардык тик бурчтуктар үчүн $b/a \approx const$, анда тургузуулар аткарылды, анда бардык күч түтүктөрүндө $\Delta\Phi$ агымы бирдей. Якордон уюлга чейин толук агым

$$\Phi = m\Delta\Phi = U_M \mu_a l \frac{a}{b}\frac{m}{n},$$

мында m-күч түтүктөрүнүн саны

Магниттик каршылык

$$R_M = \frac{U_M}{\Phi} = \frac{an}{\mu_a l b m} \qquad (15.28)$$

Магниттик өткөрүмдүүлүк

$$G_M = \frac{\mu_a l b m}{an}. \qquad (15.29)$$

Майданын сүрөтүн тургузуунун графикалык ыкмасы, магнит майдандарын эсептөө үчүн гана колдонулбастан, ошондой эле башка куюнсуз майдандарды өткөрүүчү чөйрөдө туруктуу агындын майданын жана электростатикалык майданды эсептөө үчүн да колдонулат. Анда эки нерсенин ортосундагы G электр өткөрүмдүүлүгүн (15.30) формуласы менен аныкталат, аны (15.29) формуласынан μ_a ны γ менен алмаштырып:

$$G = \frac{\gamma l b m}{an} \qquad (15.30)$$

Эки нерсенин аралыгындагы сыйымдуулук жалпак жарыш майданда

$$C = \frac{\varepsilon_a l b m}{an} \quad (15.31)$$

§15.11. Био-Савар-Лапластын мыйзамы

Физика курсунда белгилүү Био-Савар-Лапластын мыйзамына ылайык, феромагниттик чөйрөнүн жоктугунан, $d\bar{l}$ багыты боюнча I агыны өтүүчү $d\bar{l}$ өткөргүчүнүн сызыктуу кесиндиси, агымдын элементинен R аралыкта алыстатылган чекитте магнит эпкинин пайда кылат, ал төмөнкүдөй аныкталат:

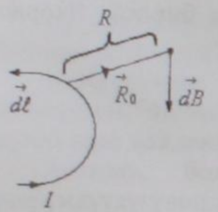
$$d\bar{B} = \frac{\mu_0 I \left[d\bar{l}\,\bar{R}_0\right]}{4\pi R^2}, \qquad (15.32)$$

мында R_0—бул $d\bar{l}$ ден чекитке жүргүзүлгөн бирдик вектору, анда магнит эпкини аныкталат (15.13-чийме). Бул чекиттеги жыйынтыктоочу эпкин

$$\bar{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_l \frac{\left[d\bar{l}\,\bar{R}_0\right]}{R^2}. \qquad (15.33)$$

(15.33) формуласында интегралдоо агыны бар туюк чөйрөсызыктын болгон узундугу боюнча жүргүзүлөт. (15.12) формуласы (15.27)ден келип чыгат, эгер $d\bar{B} = rot\, d\bar{A}$ эске алсак.

Чындыгында (15.27)ден $d\overline{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} rot\left(\frac{d\vec{l}}{R}\right)$



15.12-чийме

табабыз. Бирок $\frac{1}{R}d\vec{l}$ -бул $\frac{1}{R}$ скалярдын $d\vec{l}$ векторуна болгон көбөйтүндүсү, ошондуктан $rot\left(\frac{1}{R}d\vec{l}\right) = \frac{1}{R}rotd\vec{l} + \left[grad\frac{1}{R}d\vec{l}\right]$. Себеби $d\bar{l}$ чекиттин жайгашынан көз каранды эмес, мында $\overline{B}$ аныкталат, анда $rotd\vec{l} = 0$. Оң бөлүгүндөгү биринчи кошулуучунун акыркы сап түшөт. (15.10) формуласына ылайык

$grad\left(\frac{1}{R}\right) = \overrightarrow{R_0}\frac{d}{dR}\left(\frac{1}{R}\right)$=R$_0$ $\left(-\frac{1}{R^2}\right)$, Демек rot$\left(\frac{1}{R}d\bar{\ell}\right) = \frac{\left[d\bar{\ell}\bar{R}_o\right]}{R_2}$ жана

$d\overline{B} = \frac{\mu_0 I\left[d\bar{l}\overline{R_0}\right]}{4\pi R^2}$.

Эгерде (15.32) формулада I агынын турактуу чоңдук сыяктуу вектордук көбөйтүүчүгө чыгарып жана $Id\bar{l}$ ди $\bar{\delta}dV$ алмаштырылат, мында dV - $\bar{\delta}$ агын тыгыздыгынын өткөргүчтөгү көлөмдүн элементи, анда

$$d\overline{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\left[\overline{\delta}\overline{R_0}\right]dV}{R^2} \qquad (15.34)$$

$$\overline{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V\frac{\left[\overline{\delta}\overline{R_0}\right]}{R^2}dV \qquad (15.35)$$

(15.34) формуланы *Ампердин мыйзамы* деген ат менен белгилүү.
(15.35) формуласында интегралдоо агын ээлеген көлөм боюнча жүргүзүлөт.

Эки жобого көңүл буралы.

1. (15.32) жана (15.34) формулаларынын түзүлүшү белгилүү бир ченемде, §13.4ги Кулон мыйзамынан алынган чекиттик дүрмөттөрдүн электр майданынын чыңалуулугу үчүн формуласынын түзүлүшүнө окшош.
2. Толук агын мыйзамын Био-Савар-Лаплас мыйзамы менен салыштыруу эң маанилүү. Бул эки мыйзам, агын пайда кылган магнит эпкинин аныктоо мүмкүнчүлүк берет. Бирок, толук агын мыйзамы агыны бар туюк чөйрөсызык үчүн гана колдонууга болот, ал эми Био-Савар-Лаплас мыйзамы агыны бар туюк чөйрөсызык үчүн гана эмес, ошондой эле агыны бар өткөргүчтүн кесиндисине (агындын элементине) да колдонулат. Ошондуктан, Био-Савар-Лаплас мыйзамы эң универсалдуу.

ОН АЛТЫНЧЫ БАП

ӨЗГӨРҮЛМӨ ЭЛЕКТРОМАГНИТТИК МАЙДАНДЫН НЕГИЗГИ ТЕҢДЕМЕЛЕРИ

§16. 1. Өзгөрүлмө электромагниттик майданды аныктоо

Өзгөрүлмө электромагниттик майдан тууралу убакыт боюнча өзгөрүүчү жана өз ара байланышкан, бири-бирин шарттаган электр жана магнит майдандарынын көптүгүн түшүнүшөт. Ал эки вектордук чоңдук электр майданынын чыңалуулугу $\vec{E}$ жана магнит майданынын чыңалуулугу $\vec{H}$ аркылуу аныкталат.

Өзгөрүлмө электромагниттик майдан, материянын бирден бир бөлүгү болуп эсептелет. Ал зардеге массага, кыймыл санына ээ, материянын башка түрлөрүнө айланышы жана өз эркинче электромагниттик толкундар түрүндө болушу мүмкүн. Диэлектрикте майдандын каалагандай козголушу, абдан чоң ылдамдык менен боштукта , мисал катары $3\cdot10^8\,м/с$ барабар болуп, алыскы аралыктарга берилет.

Өзгөрүлмө электромагниттик майдандагы жараяндарды изилдөөдө Максвеллдин теңдемелерин колдонушат.

Максвеллдин теңдемелер системин төрт теңдеме түзөт:

1) (16.1) теңдемеси магнит майданынын чыңалуулугунун ротору менен майдандын ошол эле чекитиндеги агындын тыгыздыгынын ортосундагы байланышты Максвеллдин биринчи теңдемеси билдирет;
2) (16.4) теңдемеси электр майданынын чыңалуулугунун ротору менен майдандын ошол чекитиндеги магнит майданынын өзгөрүү ылдамдыгынын ортосундагы байланышты аныктайт — бул Максвеллдин экинчи теңдемеси;
3) $div\vec{B} = 0$ теңдемеси магнит агымынын үзгүлтүксүздүк негизги жобону билдирет (ал (16.4) түн эки бөлүгүнөн тең дивергенция алганда келип чыгат);
4) $\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho_{эркин}}{\varepsilon_a}$ электр майданынын чыңалуулугунун башы менен майдандын ошол эле чекитинде эркин дүрмөттөрдүн тыгыздыгынын ортосундагы байланышты көрсөтөт.

Бул системди үзгүлтүксүз теңдемеси (§16.3 кара) толуктап турат.

§16.2. Максвеллдин биринчи теңдемеси

Максвеллдин биринчи теңдемесин төмөндөгүдөй жазууга болот:

$$rot\,\vec{H} = \vec{\delta} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad (16.1)$$

Формуланын оң жагында эки агымдын тыгыздыгы бар: $\vec{\delta}$ агындын тыгыздыгын өткөргүчтүүлүгү жана агындын тыгыздыгынын электрлик жылышуусу $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$. Агындын электрлик жылышуусу каалаган диэлектрикте пайда болот, ошонун ичинен боштукта электр майданынын чыңалуулугун убакыт боюнча өзгөрүшү менен жылышуу агыны магнит майданын пайда кылат, агымдын өткөргүчтүүлүгү сыяктуу эле. Бирок, агындын өткөрүмдүүлүгү менен агындын жылышуусунун жаратылышы башка болсо да, экөө тең бирдей магнит майданын пайда кылуу касиетине ээ.

Ошентип, Максвеллдин биринчи теңдемесин мааниси мында турат, электр жылышуусунун убакыт боюнча $\left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)$ ар кандай өзгөрүшү, кандайдыр бир магнит чекитинде (мында агын жылышуусунун пайда болушу). Ушул сыяктуу эле, агындын өткөргүчтүгү, ошол эле чекитте магнит майданындагы (rot H) куюндуу магнит майданын пайда кылат.

Эгерде, чөйрө бир тектүү жана изотроптуу болсо, анда $\varepsilon_a = const$ жана

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

Конденсаторду дүрмөттөөдө, ал аркылуу агын өтөрүү белгилүү. Бул агын диэлектрик аркылуу өтүп, агын жылушуусу болуп эсептелет.

Эгерде, мисалы, жалпак дүрмөттөлбөгөн аба конденсаторуун алып жана аны чыңалусу U R каршылыгы аркылуу ЭКК нүн булагына туташтырсак, анда конденсатордун обкладкаларындагы чыңалуу $U_C = U\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$ мыйзамы боюнча өсөт. Анткени, жалпак конденсатордогу электр майданынын чыңалуулугу $E = U_C\ /d$, мында d-обкладкалардын арасындагы аралык $E = \frac{U}{d}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$. Жалпак конденсатордун сыйымдуулугу $C = \frac{\varepsilon_a s}{d}$.

Күч сызыктарга перпендикулярдуу деп, алынган диэлектриктин бирдик бетинин туурасынан өтүүчү агындын жылышуусу,

$$\varepsilon_a \frac{\partial E}{\partial t} = \varepsilon_a \frac{U}{d} e^{-\frac{t}{RC}} \cdot \frac{1}{RC} = \frac{U}{RS} e^{-\frac{t}{RC}}.$$

S бети аркылуу жылышуу агыны S жолу чоң, же ал конденсаторду ЭККнүн булагы менен туташтыруучу өткөргүч боюнча өтүүчү агындын өткөргүтүүлүгүнө барабар.

Максвеллдин биринчи теңдемеси толук агын мыйзамынын дифференциалдык калыбын көрсөтөөрүн айтып кетүүгө болот.

Толук мыйзам агынынан (16.1) теңдемеси келип чыгарына ишенели. Ушул максатта өз эркинче чөйрөсызык алып, бул үчүн толук агын мыйзамы боюнча теңдеме түзөлү. Чөйрөсызык менен чектелген аянтты өтүп кетүүчү толук агын өткөргүчтүүлүк агыны жылышуу агындын суммасына барабар. Ошондуктан

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \int_S \left(\vec{\delta} + \varepsilon_a \frac{d\vec{E}}{dt}\right) d\vec{S}$$

Стокстын теоремасы боюнча $\oint \vec{H} d\vec{l} = \int rot\,\vec{H}\,d\vec{S}$. Демек,

$$\int_S rot\,\vec{H} dS = \int_S \left(\vec{\delta} + \varepsilon_a \frac{d\vec{E}}{dt}\right) d\vec{S} \qquad (16.2)$$

(16.2) теңдемеси, каалан S аянтта аткаорылышы керек, ошондуктан

$$rot\,\vec{H} = \vec{\delta} + \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

Үзгүлтүксүздүк теңдемеси. Толук агындын сызыктары $\left(\vec{\delta} + \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$ үзгүлтүксүз болут эсептелет. Физикалык жактан, өткөрүүчү чөйрө менен диэлектрик чегинде өткөргүчтүүлүк агыны жылышуу агына өтөт.

Математикалык жактан толук агындын сызыктарынын үзгүлтүксүз (туюктук) негизги жобосун тариздөөгө болот. Бул максатта (16.1) теңдемесин эки бөлүгүнөн тең дивергенция алабыз. Буга чейин белгилүү болгондой, ротордон дивергенция теңдеш нөлгө барабар (§ 15.6 ны кара). Ошондуктан

$$div\left(\vec{\delta} + \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = 0 \qquad (16.3)$$

(16.3) теңдемесин башка калыпта жазуга болот. Чындыгында, мындан, $div\,\vec{\delta} = -\frac{\partial}{\partial t} div\,\vec{D}$ келип чыгат. Бирок $div\,\vec{D} = \rho_{эркин}$.

Ошондуктан

$$div\delta = -\frac{\partial \rho_{эркин}}{\partial t}. \qquad (16.3^1)$$

(16.3^1) үзгүлтүксүздүк теңдемеси *дүрмөттүн сакталуу мыйзамы* деп айтууга да болот. Бул мыйзам электр дүрмөтүнүн жоготулбастыгын жана ал бир орундан экинчи орунга жылышаарын билгизет.

§ 16.3. Максвеллдин экинчи теңдемеси. Максвеллдин теңдемелерин комплекстик калыпта жазуу

Максвеллдин экинчи теңдемесин төмөнкүдөй жазууга болот:

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad (16.4)$$

Физикалык мааниси мында, майдандын кандайдыр бир чекитте убакыт боюнча $\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$ магнит майданынын ар кандай өзгөрүшү, майдандын ошол эле чекитинде электр майданынын куюнун жана роторун дүүлүктүрөт, же куюндуу электр майданын пайда кылат.

Максвеллдин экинчи теңдемеси, электромагниттик эпкин мыйзамынын дифференциалдык калыбын көрсөтөт.

Буга ишенүү үчүн, төмөнкүдөй ой толгоолорду жүргүзөлү. Ой менен өзгөрүлмө электромагниттик майданда жайгашкан кандайдыр бир туюк чөйрөсызыкты алалы. Чөйрөсызыкты өтүп кетүүчү өзгөрүлмө магнит агымы, анда ЭКК пайда кылат

$$e = \oint \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

Бирок $\Phi = \int\limits_S \vec{B} d\vec{S}$, ошондуктан

$$\oint\limits_l \vec{E} d\vec{l} = -\int\limits_S \frac{\partial B}{\partial t} d\vec{S},$$

Анын үстүнө S аянты l чөйрөсызыгына таянат.

Стокстын теоремасынын негизинде $\oint \vec{E} d\vec{l} = \int\limits_S rot\,\vec{E} d\vec{S}$,

Ошондуктан

$$\int\limits_S rot\,\vec{E}\,d\vec{S} = -\int\limits_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. \qquad (16.5)$$

(16.5) барабарсыздыгы каалаган S аянттарда аткарылышы керек, бул мүмкүн качан гана эки интегралдын, интеграл алдындагы функциялары барабар болсо.

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Максвеллдин экинчи теңдемесин оң бөлүгүндөгү “алуу” белгиси ($e = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ формуласындай) мындайча түшүндүрүлөт, оң бурамынын эрежеси негиз болуп саналат. Эгер оң бураманы мындай бурасак, магнит эпкин векторунунун $\vec{B}$ оң багыты мейкиндиктин кайсы бир чекитинде, эпкиндин

бул чекитте жогорулашы бураманын учунун кыймылынын багыты менен дал келсе, анда электр майданынын чыңалуулук векторун $\vec{E}$ оң багыты үчүн чексиз кичине чөйрөсызык боюнча $\vec{E}$ векторунун циркуляциясын түзүүдө $\vec{B}$ векторуна перпендикулярдуу тегиздикте жаткан жана бул чекитти айланууучу бураманын башынан айлануу багыттына дал келет.

(16.4)гүн оң бөлүгүндө “алуу” белгисин коюлушунун себеби $\vec{E}$ нин чыныгы багытын ылайыкташтыруу, мурунку шарттардагы багыт, $\vec{E}$ үчүн оң деп алынган.

Максвеллдин биринчи жана экинчи теңдемелеринде убакыт боюнча айрым (толук эмес) туундулар катышат. Бул мындайча түшүндүрүлөт, Максвеллдин теңдемелери алынган координат системине карата кыймылсыз нерселер чөйрөсызыктар үчүн жазылган. (Кыймылдагы нерселердин электродинамикасы суроолору § 16.6 кыскача каралат.)

Өзгөрүлмө электромагниттик майданда электр майданынын күч сызыктарынан тышкары, электр дөрмөттөрүнөн (электростатикалык майдан сыяктуу) “башталган” жана “аяктаган” магнит майданынын туюк күч сызыктарын жана электр майданынын туюк күч сызыктарын өзүнө камтышы мүмкүн.

Максвеллдин теңдемелери комплекстик калыпта жазуу.

(16.1) жана (16.4) теңдемелери заматтык маанилер үчүн жазылган. Эгер H жана E убакыт боюнча синусоида боюнча өзгөрүшсө, анда символикалык ыкманы колдонуп (16.1) жана (16.4) теңдемелерин башкача калыпта жазууга болот.

Мейли $H = H_m \sin(\omega t + \psi_n)$ жана $E = E_m \sin(\omega t + \psi_E)$. $H = \mathrm{Im}\,\dot{H}_m e^{j\omega t}$ (Im — жалган бөлүгү) же, $H \to \dot{H}_m e^{j\omega t}$, мында комплекстик амплитуда $\dot{H}_m = H_m e^{j\psi_m}$ деп белгилеп жазууга болот

Өз кезегинде $E \to \dot{E}_m e^{j\omega t}$ ($\to$ылайыкташуу белгиси).

Анткени, чыңалуулуктар E жана H убакыт ичинде синусоида мыйзамы боюнча өзгөрүшүп, вектордук функциялар болуп эсептелет. Мейкиндикте белгиленген бир багыттагы векторлор, анда булардын үстүнө жебе жана чекит коюлат: $\dot{\vec{E}}$ жана $\dot{\vec{H}}$.

Жебе-бул мейкиндиктеги вектор жөнүндө маани, ал эми чекит убакыт ичинде синусоида мыйзамы боюнча каалаган координата окторундагы, бул вектордун проекциялары деп айтууга болот.

Анда $\vec{\delta}$ ны $\gamma \dot{\vec{E}} e^{j\omega t}$ га алмаштырсак:

$$\varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \to j\omega\varepsilon_a \dot{\vec{E}} e^{j\omega t} \left(\frac{\partial}{\partial t} \dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t} = j\omega \dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t} \right)$$

жана

$$rot\,\vec{H} \to rot\left[\dot{\vec{H}}\, e^{j\omega t}\right] = e^{j\omega t}\, rot\,\dot{\vec{H}}$$

($e^{j\omega t}$ ны координатага коз каранды болбогон турактуу чоңдук катары ротор белгисин сыртына чыгаруга болот). Анда Максвеллдин биринчи теңдемесин жазалы

$$e^{j\omega t}\, rot\,\dot{\vec{H}} = \left(\gamma\,\dot{\vec{E}} + j\varepsilon_a\omega\,\dot{\vec{E}}\right)e^{j\omega t}.$$

$e^{j\omega t}$ га кыскарткандан кийин алабыз

$$rot\,\dot{\vec{H}} = \gamma\,\dot{\vec{E}} + j\omega\varepsilon_a\,\dot{\vec{E}}. \qquad (16.6)$$

Ушул сыяктуу Максвеллдин экинчи теңдемеси комплекстик калыпта

$$rot\,\dot{\vec{E}} = -j\omega\mu_a\,\dot{\vec{H}}. \qquad (16.7)$$

§16.4. Заматтык маанилер үчүн Умов-Пойнтинганын теоремасы

Максвеллдин теңдемелеринен тышкары электромагниттик майдан назариятында эң маанилүү болуп Умов-Пойнтинга теоремасы эсептелет, анда майдандагы зардечилик катнаштыктары сүрөттөлүп жазылат.

Умов-Пойнтинга теоремасы эки калыптагы жазууга ээ: биринчиси-заматтык маанилер үчүн, экинчиси-комплекстик калыпта, синусоида боюнча өзгөрүүчү чоңдуктар үчүн.

Көлөм бирдигиндеги электр майданынын зардеси $\frac{\varepsilon_a E^2}{2}$ барабар. Ал эми көлөм бирдигиндеги магнит майданынын зардеси $\frac{\mu_a H^2}{2}$. dV көлөмүндөгү зарде $\left(\frac{\varepsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2}\right)dV$.

Көлөм dV гы толук зардени киргизүүдө (16.1) ди $\vec{E}dV$, ал эми (16.2) ни $\vec{H}dV$ көбөйтөбүз да жалпы бириктирүүчү формуланы алабыз:

$$\vec{E}\, rot\,\vec{H}\, dV = \left(\gamma\,\vec{E}\vec{E} + \varepsilon_a\,\vec{E}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)dV = \left(\gamma E^2 + \frac{\partial}{\partial t}\cdot\frac{\varepsilon_a E^2}{2}\right)dV \qquad (16.8)$$

$$\vec{H}\, rot\,\vec{E}\, dV = \left(-\mu_a\,\vec{H} + \frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\right)dV = \left(-\frac{\partial}{\partial t}\cdot\frac{\mu_a H^2}{2}\right)dV \qquad (16.9)$$

(16.8) ден (16.9) ду кемитип, алабыз

$$\left(\vec{E}\, rot\,\vec{H} - \vec{H}\, rot\,\vec{E}\right)dV = \left\{\gamma E^2 + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2}\right)\right\}dV \qquad (16.10)$$

Анткени, $div\left[\vec{E}\vec{H}\right] = \vec{H}\, rot\,\vec{E} - \vec{E}\, rot\,\vec{H}^{*}$, анда (16.10)дун сол бөлүгү, бул-

$div\left[\vec{E}\vec{H}\right] = dV$.

(Жогорку (*) барабарсыздыктын жыйынтыгын карасак, кандай өзгөрүүчүлөр боюнча (A же B) дифференцирлөө жүргүзүлөрүн көрсөтүүчү a жана b индекстерин киргизебиз жан циклдик катар боюнча көбөйтүүчүлөрдү алмаштырууну эске алабыз.

$$div\left[\vec{A}\vec{B}\right] = \nabla_a\left[\vec{A}\vec{B}\right] + \nabla_b\left[\vec{A}\vec{B}\right] = \vec{B}\left[\nabla_a\vec{A}\right] + \vec{A}\left[B\nabla_b\right] = \vec{B}\left[\nabla_a\vec{A}\right] - \vec{A}\left[\nabla_b\vec{B}\right] = \vec{B}\, rot\,\vec{A} - \vec{A}\, rot\,\vec{B}$$

$\vec{A}$ ны $\vec{E}$ ге жана $\vec{B}$ ны $\vec{H}$ ка алмаштырсак: $div\left[\vec{E}\vec{H}\right] = \vec{H}\, rot\,\vec{E} - \vec{E}\, rot\,\vec{H}$)

Демек,

$$-div\left[\vec{E}\vec{H}\right]dV = \left\{\gamma E^2 + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2}\right)\right\}dV.$$

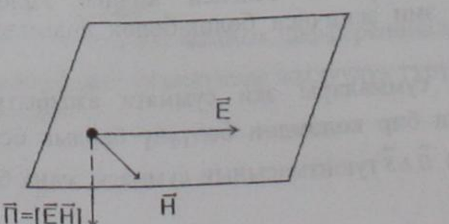
Жазууларды кыскартуу үчүн $\vec{E}$ менен $\vec{H}$ вектордук көбөйтүүчүлөрү $\vec{\Pi}$ ркылуу белгилейбиз: $\vec{\Pi} = \left[\vec{E}\vec{H}\right]$; $\vec{\Pi}$ -бул Пойнтинга вектору өлчөм бирдиги $\vec{E}$ жана $\vec{H}$ өлчөмдөрүнүн көбөйтүндүсүнө барабар:

$[\Pi] = [EH] = \frac{B}{м}\cdot\frac{A}{м} = BA/м^2$.

Ошентип, Пойнтинга вектору бет бирдиги бөлүнгөн кубаттуулуктун чен бирдигине ээ (же убакыт бирдигинде зарде) жана анын багыты (16.1-чиймеде) оң бураманын учунун кыймыл багыты менен дал келет, эгерде анын башы эң кыска багыт $\vec{E}$ ден $\vec{H}$ ты карай болсо.

Демек,

$$-div\,\vec{\Pi}\, dV = \left\{\gamma E^2 + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_a E^2}{2} + \frac{\mu_a H^2}{2}\right)\right\}dV \qquad (16.11)$$



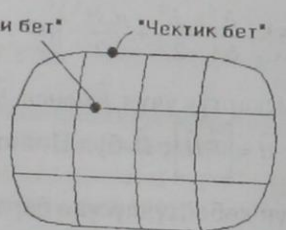
16.1 – чийме

(16.11) ди акыркы өлчөмдөгү кандайдыр бир көлөмгө ылайыктыштыралы. Ушул максатта (16.11) көлөм боюнча интегралдайлы:

$$-\int_v div\vec{\Pi}\,dV = \int_v \gamma E^2 dV + \frac{\partial}{\partial t}\int_v \left[\frac{\varepsilon_a E^2}{2}+\frac{\mu_a H^2}{2}\right]dV \qquad (16.11^1)$$

Стокстун теоремасы боюнча беттик интегралы сыяктуу сызыкту интегралга өзгөртүп түзүү (§15.7 кара): $\int_S rot\,\vec{A}\,d\vec{S}=\oint \vec{A}\,d\vec{l}$, көлөмдүк интеграл өз негизинде беттик интегралына өзгөртүп түзүлүшү мүмкүн. Бул өзгөртүп түзүүлөр Остроградский-Гаусстун теоремасынын жардамы менен аткарылат $\int_V div\,\vec{\Pi}\,dV=\oint_S \vec{\Pi}\,d\vec{S}$.

Бул өзгөртүүлөрдү сапаттык жактан карайлы. Көлөм Vны өз-өзүнө ΔV көлөмдөргө бөлүштүрөлү (16.2-чийме) $div\,\vec{\Pi}$ ны



16.2-чийме

$\frac{\sum\vec{\Pi}\Delta\vec{S}}{\Delta V}$ алмаштырабыз (тагыраак айтканда $\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\oint\vec{\Pi}\,\Delta\vec{S}}{\Delta V}$ деп жазууга болот), мында $\Delta\vec{S}$ ΔV көлөмдөгү беттин элементи, ал эми $\sum$ белгиси ΔV көлөмдү бардык беттер боюнча суммалону билгизет. Анда

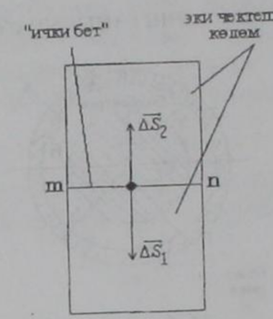
$$\int_V div\,\vec{\Pi}\,dV=\sum\sum\frac{\vec{\Pi}\,\Delta\vec{S}}{\Delta V}\Delta V=\sum\sum\vec{\Pi}\,d\vec{S}.$$

Сумманын биринчи белгиси кичине көлөмдү беттер боюнча суммалону, ал эми экинчиси бөлок-бөлок көлөмдөр боюнча суммалону түшүндүрөт.

$\sum\sum\vec{\Pi}\Delta\vec{S}$ суммалары эки суммага ажырытылышы мүмкүн: бир көлөмдү экинчи бир көлөмдөн бөлүүчү бардык беттер боюнча ("Ички" беттер боюнча) $\vec{\Pi}\Delta\vec{S}$ туюнтмасынын суммасы жана бардык "чекесиндеги"

беттер боюнча $\vec{\Pi}\Delta\vec{S}$ суммасы. Биринчи сумма нөлгө барабар, анткени эки чектеш көлөмдөр үчүн сырткы нормал жалпы бетке каршы багытталган.

16.3-чиймеде. mn- эки көлөмдүн жалпы капталы.



16.3-чийме

Жогорку көлөм үчүн нормал капталга төмөн багытталган ($\Delta\vec{S}_1$), төмөнкү үчүн жогору багытталган ($\Delta\vec{S}_2$); $\vec{\Pi}$ вектору ($\Delta\vec{S}_1+\Delta\vec{S}_2$) көбөйтүлсө нөлдү берет. $\vec{\Pi}\cdot d\vec{S}$ сммасы бардык чекесиндеги беттер боюнча жана $\oint\vec{\Pi}\cdot d\vec{S}$ көрсөтөт.

Заматтык маанилер үчүн Умов-Пойнтинганын теоремасы төмөнкүдөй жазылат:

$$-\oint_S\vec{\Pi}\,d\vec{S}=\int_V\gamma E^2dV+\frac{\partial}{\partial t}\int_V\left(\frac{\varepsilon_aE^2}{2}+\frac{\mu_aH^2}{2}\right)dV \qquad (16.12)$$

(16.12) нин сол жагы чектелүүчү кандайдыр бир V көлөмүнүн каалаган тюк S бетин аралап өтүүчү Пойнтинга векторунун агымын көрсөтөт (көлөмдүн ичин көздөй багытталган).

(16.12) формуласынын сол бөлүгүндөгү "алуу" белгисинин маанисин түшүндүрөлү. $d\vec{S}$ бетинин элементи, каалаган, анын чекитинде каралуучу көлөмдүн нормалына салыштырмалуу сыртты карай багытталган. Пойнтинга $\vec{\Pi}$ вектору бул көлөмдүн ичин карай багытталган. Себеби $\vec{\Pi}$ менен $d\vec{S}$ тин арасындагы брч 90^0 тан чоң, анда скалярдык көбөйтүндү $\vec{\Pi}\,d\vec{S}<0$, ал эми $-\vec{\Pi}\,d\vec{S}>0$. Ошентип, "алуу" белгисинин эсебинен (16.12) формуласынан сол бөлүгү оң чоңдук.

Джоул-Ленцтин теңдемесине ылайык дифференциалдык калыпта $\gamma\vec{E}^2$ көлөм бирдигинде жана убакыт бирдигинде жылуулук түрүндө бөлүнүп чыгычуу зарде болуп эсептелет.

Ошондктан $\int\limits_V \gamma E^2 dV$ -бул убакыт жана көлөм бирдигинде жылуулук түрүндө бөлүнүп чыгуучу зарде; $\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_a E^2}{2}+\frac{\mu_a H^2}{2}\right)$-бул көлөм бирдигинде электромагниттик зарденин камынын өзгөрүү ылдамдыгы.

16.4 – чийме

Бирок электромагниттик зарденин өзгөрүү ылдамдыгы кубаттуулук б.э. Демек V көлөмү менен чектелген каалаган туюк бетти өтүүчү Пойнтинга векторунун агымы, V көлөмүндө жылуулук түрүндө бөлүнүүчү кубаттуулукка жана электромагниттик майдандын зардесинин өсүшүнө кетүүчү кубаттуулукка барабар.

Умов-Пойнтинга теоремасын зардечилик теңдем теңдемеси катары түшүндүрүүгө болот: (16.12) нин сол бөлүгү-бул кубаттуулук же кндайдыр бир көлөмдүн ичине Пойнтинга векторунун агымы түрүндө берилүүчү убакыт бирдигиндеги зарде; (16.12) нин оң бөлүгү-бул убакыт бирдигинде көлөм ичинде чыгышталуучу зарде.

(16.12) катнаштыгы алдын ала көлөм ичиндеги чөйрө бир тектүү жана изотроптуу, ошондой толкундун чагылышы болбойт жана көлөм ичинде ЭККнүн булагы жок деп алынган.

Эгерде майдан убакыт ичинде өзгөрүлбөсө, анда

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varepsilon_a E^2}{2}+\frac{\mu_a H^2}{2}\right)=0 \text{ жана } -\oint \vec{\Pi} d\vec{S}=\int\limits_V \gamma E^2 dV .$$

Ошондой эле, буга көңүл буралы, (16.12) формуласы $\vec{\Pi}$ векторунун агымы V көлөм аркылу транзит боюнча өтөрүн эске алат.

Электромагниттик зарде генерирлөөнүн ордунан кабыл алгычка диэлектрик боюнча таралат *(өткөргүчтө, берилүүчү чубалгыларда эки жакту кызмат аткарат.* алар агын өтүүчү канал б.э. жана диэлектрикте майдандын түзүлүшүн уюштургучтар).

Бул бекитүүлөрдүн тууралыгын жөнөкөй мисалда көрсөтөлү. Мейли, трактуу агындын зардеси коаксиалдык кабель боюнча таралсын

Тарамдардын радиусу r_1 кабыктын ички радиусу r_2 . Тарамдардын материалынын өткөргүчтүгүн жана кабыктыкын жогору (назарияттык жактан чексиз чоң) деп алалы, майдандын чыңалуулугу $E=\delta/\gamma$ тарамда

жана кабыкта нөлгө умтулат. Тарам менен кабыктын ортусундагы мейкиндик диэлектрик менен толтурулган.

Кабыл алгычка берилүүчү зарде убакыт бирдигинде $U{\cdot}I$ барабар болоруна жана чындыгында диэлектрик боюнча каналдашарын дадилдейли.

Ушул максатта диэлектриктин туура кесилиши аркылуу Пойнтинга векторунун агымын эсептейли. Каралып жаткан мисалда каралуучу шакектин ички радиусу r_1 жана сырткы радиусу r_2 . Толук агын мыйзамы боюнча диэлектриктеги магнит майданынын чыңалуулугу:

$$H=\frac{I}{2\pi r}.$$

Диэлектриктеги электр майданын чыңалуулугу турактуу агында электростатикалык майдандын шарттары сыяктуу эле аныкталат:

$$E=\frac{Q}{2\pi\varepsilon_a rl}=\frac{U}{r\ln\frac{r_2}{r_1}},$$

мында Q -l узундугундагы тарамдын толук дүрмөтү; U-тарам менен кабыктын аралыгындагы чыңалуу.

Демек, октон $(r_1 \le r \le r_2)\,\dot{r}$ аралыкта жайгашкан диэлектриктин кандайдыр бир чекитинде

$$\Pi = EH = \frac{UI}{2\pi r^2 \ln\frac{r_2}{r_1}}$$

($\vec{E}$ жана $\vec{H}$ өз ара перпендикулярдуу, 16.4-чийме). Радиустары r_1 жана r_2 шакек аркылуу Пойнтинга векторунун агымы:

$$\int \vec{\Pi} d\vec{S}=\int\limits_{r_1}^{r_2}\Pi\, 2\pi r dr = 2\pi\frac{UI}{2\pi\ln\frac{r_2}{r_1}}\int\limits_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r}=UI .$$

Ошентип, кабыл алгычка түшүүчү бардык зарде, чындыгында диэлектрик боюнча берилет. Тарам жана кабык боюнча зарде кабыл алгычка берилбейт. Мындан тышкары, эгер γ ны акыркы, тарам жана кабыктагы электр майданынын чыңалуулугу агын боюнча багытталып нөлгө барабар болбосо, анда өткөргүчтөрдүн ичинде, анын каптал бети аркылуу Пойнтинга векторунун агымынын бар болушун кыйынчылыгы жок эле ишенүүгө болот. Өткөргүчтөр өздөрү диэлектриктен зардени жылуулук жоготууларын басууга пайдаланат.

§ 16.5. Умов-Пойнтинганын теоремасын комплекстик калыпта жазуу.

Умов-Пойнтинга теоремасын комплекстик калыпта жазуунун алдында өзгөрүлмө агындын тизмегинде толук кубаттуулук жөнүндөгү суроону карайлы. Толук кубаттуулук $\tilde{S}=\dot{U}\,\dot{I}=\dot{P}+jQ$

Мейли, өзгөрүлмө агындын тизмеги удаалаш туташтырылган R аракеттүү каршылыгын, L эпкиндүүлүк жана C сыйымдуулукту камтысын.

Анда реактивдүү каршы аракеттүү кубаттуулук

$$Q = I^2 X = I^2\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = \omega\left[I^2 L - I^2\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2 C\right] = 2\omega(W_м - W_Э).$$

Мында

$$W_м = \frac{LI^2}{2} \text{ жана } W_Э = \frac{CU_C^2}{2}$$

U_C-конденсатордогу чыңалуу.

Ошентип, реактивдүү кубаттуулук тизмектеги магниттик $W_м$ жана электирдик $W_Э$ зарделердин айырмасын 2ω көбөйткөнгө барабар. Өзгөрүлмө агындын тизмеги сыяктуу толук $\tilde{S}$ кубаттуулукту эсептөө үчүн $\dot{U}$ комплекстик чыңалууну байланыштуу белгиси боюнча терс $\dot{I}$ комплекс агыны көбөйтүү керек, колдонууга Пойнтинга комплекстик вектору киргизилет

$$\tilde{\vec{\Pi}} = \left[\dot{\vec{E}}\,\dot{\vec{H}}\right].$$

$-\oint \vec{\Pi}\, d\vec{S}$ ордуна, азыр

$$-\oint \tilde{\vec{\Pi}} d\vec{S} = -\int_V div\tilde{\vec{\Pi}} dV = \int_V \left(\dot{\vec{E}} rot \dot{\vec{H}} - \dot{\vec{H}} rot \dot{\vec{E}}\right) dV.$$

(16.6) жана (16.7) формулаларына ылайык

$$rot\dot{\vec{H}} = \gamma\dot{\vec{E}} + j\omega\varepsilon_a\dot{\vec{E}}$$

жана

$$rot\dot{\vec{E}} = -j\omega\mu_a\dot{\vec{H}}$$

Демек, $rot\ \dot{\vec{H}} = \gamma\ \dot{\vec{E}} - j\omega\varepsilon_a\ \dot{\vec{E}}$ жана

$$\dot{\vec{E}} rot \dot{\vec{H}} - \dot{\vec{H}} rot \dot{\vec{E}} = \gamma\dot{\vec{E}}\dot{\vec{E}} - \omega\varepsilon_a j\dot{\vec{E}}\dot{\vec{E}} + j\omega\mu_a\dot{\vec{H}}\dot{\vec{H}} = \gamma E^2 + 2j\omega\left(\frac{\mu_a H^2}{2} - \frac{\varepsilon_a E^2}{2}\right)$$

Ошондуктан,

$$-\oint \tilde{\vec{\Pi}} d\vec{S} = \int_V \gamma E^2 dV + j2\omega\int\left(\frac{\mu_a H_a^2}{2} - \frac{\varepsilon_a E_a^2}{2}\right) dV \qquad (16.13)$$

(16.13) түн оң жагындагы биринчи кошулуучу аракеттүү кубаттуулукту, экинчиси-реактивдүү кубаттуулукту өзүнө камтыйт.

Ошентип, Умов-Пойнтинга теоремасын төмөнкүдөй жазууга болот

$$-\oint \vec{\Pi}\, d\vec{S} = P + jQ.$$

Мындай түрдө өзгөрүлмө агында өткөргүчтөрдүн аракеттүү жана ички реактивдүү каршылыктарды аныктоо үчүн көпчүлүк учурда колдонулат.

§ 16.6. Кыймылдагы чөйрөнүн электродинамикасынын негизги жоболору (релятивисттик электродинамиканын негиздери)

Мейли, эки эсептөөнүн координат жана убакыт системдери бар дейли. Бир систем кыймылсыз, баштапкы O чекитине ээ, андагы координатагы эркин чекиттер x, y, z жана t убакыт (O систем). Башка (экинчи) эсептөөнүн системи, мурунку чөйрөнүн эсептөөнүн системине салыштырмалуу кыймылдагы менен байланышкан, ал баштапкы O,чекитине ээ, ал эми ошол эле чекиттеги координаталары чекиттер x_1, y_1, z_1 жана убакыт t_1 (O_1 систем). Убакыттын $t=0$ моментинде эки координат системи дал келишет жана чөйрөнүн кыймыл ылдамдыгы $\vec{\upsilon}\, x$ огу боюнча багытталган. Анда салыштырмалуулук назарятына ылайык, эки координаталар жана убакыт эсептөөлөр системин байланыштыруучу Лоренцтин өзгөртүп түзүүсүн жазсак:

$$x_1 = \frac{x - \upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}};\ y_1 = y;\ z_1 = z;\ t_1 = \frac{t - \frac{\upsilon}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (16.14)$$

Мында с-жарыктык ылдамдыгы, $\beta = \upsilon / c$.

Электр майданынын чыңалуулугун жана магнит эпкинин өз эркинче алынган чекитте белгилейли, байкоочу O системине салыштырмалуу кыймылсыз $\vec{E}$ жана $\vec{B}$ ылайык ченесе. Физикалык жактан O системиндеги кыймылы жайлаган бирдик дүрмөткө аракет кылуучу $\vec{E}$ күчүн билгизет, ал эми $\vec{B}$-бул О кыймылсыз системдеги агын элемент бирдигине аракет кылуучу күч:

$$\vec{E} = \vec{i}\,E_x + \vec{j}\,E_y + \vec{k}\,E_z;\ \vec{B} = \vec{i}\,B_x + \vec{j}\,B_y + \vec{k}\,B_z.$$

Электр майданынын чыңалуулугун жана магнит эпкинин байкоочу ченемек, O_1 (чөйрө менен υ ылдамдыгы кыймылдоочу) системине салыштырмалуу кыймылсыз $\vec{E}_1$ жана $\vec{B}_1$ ылайык . Физикалык жактан, E_1 O_1 системиндеги кыймылы жайлап бирдик дүрмөткө аракет кылуучу күчтү билгизет; $\vec{B}_1$ - кыймылдагы чөйрөдө кыймылы жайлаган агындын элемент бирдигине аракет кылуучу күч:

$$\vec{E}_1 = \vec{i}\,E_{x1} + \vec{j}\,E_{y1} + \vec{k}\,E_{z1};\ \vec{B}_1 = \vec{i}\,B_{x1} + \vec{j}\,B_{y1} + \vec{k}\,B_{z1}.$$

Кыймылсыз чөйрө үчүн Максвеллдин теңдемесинен кыймылдагы чөйрө үчүн Максвеллдин теңдемесине өтөлү. Ушул максатта ротор жана дивергенция алууда x, y, z боюнча айрым туундулар жана t боюнча айрым туундуларды x_1, y_1, z_1 жана t_1 убакыт боюнча айрым туундулар менен алмаштыралы, (16.14) формулага ылайык, эске алуу менен

$$\frac{\partial}{\partial x} = \alpha\left(\frac{\partial}{\partial x_1} - \frac{\upsilon}{c^2}\frac{\partial}{\partial t_1}\right); \qquad \frac{\partial}{\partial t} = \alpha\left(-\upsilon\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial t_1}\right);$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1} = \alpha\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\upsilon}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\right); \qquad \frac{\partial}{\partial t_1} = \alpha\left(\upsilon\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t}\right);$$

$$\frac{\partial}{\partial y_1} = \frac{\partial}{\partial y}; \quad \frac{\partial}{\partial z_1} = \frac{\partial}{\partial z}; \qquad \alpha = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Роторду ачуудан кийин Максвеллдин биринчи теңдемесине бирдей орттогу (бирдик сан) багыт мүчөлөрдү бириктирүүдө $rot\,\vec{H} = \vec{\delta} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

$$rot\,\vec{H}_1 = \vec{\delta}_1 + \frac{\partial \vec{D}_1}{\partial t_1}. \qquad (16.15)$$

Эки эсептөө системинде координата окторундагы векторлордун проекциясы төмөнкү барабарсыздыктар менен байланышкан:

$$H_{x1} = H_x;\; H_{y1} = \alpha(H_y + \upsilon D_z);\; H_{z1} = \alpha(H_z + \upsilon D_y) \qquad (16.16)$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{\delta}_1 = \vec{i}\,\delta_{x1} = \vec{j}\,\delta_{y1} + \vec{k}\,\delta_{z1}; \\ \delta_{x1} = a(\delta_x - \nu p) \quad \delta_{y1} = \delta_y \quad \delta_{z1} = \delta_z \end{array}\right\} \qquad (16.17)$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{D}_1 = \vec{i}\,D_{x1} = \vec{j}\,D_{y1} + \vec{k}\,D_{z1}; \\ D_{x1} = D_x;\quad D_{y1} = a\left(D_y - \frac{\nu}{c^2}H_z\right);\quad D_{z1} = a\left(D_z - \frac{\nu}{c^2}H_y\right) \end{array}\right\} \qquad (16.18)$$

Максвеллдин экинчи теңдемесине ушул сыяктуу өзгөртүп түзүүлөрдү жүргүзөбүз

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad rot\,\vec{E}_1 = -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t_1} \qquad (16.19)$$

векторлордун проекцияларынын ортосундагы байланышты берет .

$$E_{X1} = E_X; \quad E_{y1} = \alpha(E_y - \vartheta B_Z); \; E_{Z1} = \alpha(E_Z + \vartheta B_y) \qquad (16.20)$$

$$B_{X1} = B_X; \quad B_{y1} = \alpha\left(B_y + \frac{\vartheta}{c^2}E_Z\right);\; B_{Z1} = \alpha\left(B_Z - \frac{\vartheta}{c^2}E_y\right). \qquad (16.21)$$

Максвеллдин үчүнчү жана төртүнчү теңдемелери 0_1 системинде төмөнкүнү берет :

$$\mathrm{div}\, D_1 = \rho_1 \qquad (16.22)$$

$$\mathrm{div}\, B_1 = 0 \qquad (16.23)$$

Мында

$$\rho_1 = \alpha\left(\rho - \frac{\vartheta}{c^2}\delta_x\right).$$

Дагы бир жолу 0_1 системинде ротор менен дивергенцияны алуудагы дифференцирлөө операциясы x_1, y_1, z_1 координаталары боюнча жүргүзүлөрүнө көңүл буралы .

0_1 системинде кыймылсыз чөйрө үчүн E_{t1} чыналуулуктун тангенциалдык түзүүчү , H_{t1} тангенциалдык түзүүчүсү жана D_{n1} жана B_{n1} нормалдуу түзүүчүлөрүнүн үзгүлтүксүздүк шарттары аткарыларын карайлы .

0_1 системинде

$$\bar{J} = \frac{\bar{B}_1}{\mu_0} - \bar{H}_1; \quad \bar{P}_1 = \bar{D}_1 - \varepsilon_0 \bar{E}_1. \qquad (16.25)$$

0 системинде $\bar{J} = \frac{\bar{B}_1}{\mu_0} - \bar{H}_1; \quad \bar{P}_1 = \bar{D}_1 - \varepsilon_0 \bar{E}.$ (16.26)

$\bar{J}$ жана $\bar{J}_1$ - магниттөөчүлүк жана $\bar{P}, \bar{P}_1$ - 0 жана 0_1 системиндеги поляризация:

$$\bar{J} = \bar{i}J_x + \bar{j}J_y + \bar{k}J_z; \quad \bar{J}_1 = \bar{i}J_{x1} + \bar{j}J_{y1} + \bar{k}J_{z1};$$

$$\bar{P} = \bar{i}P_x + \bar{j}P_y + \bar{k}P_z; \quad \bar{P}_1 = \bar{i}P_{x1} + \bar{j}J_{y1} + \bar{k}J_{z1};$$

(16.16), (16.18) жана (16.20) теңдемелерин колдонуп 0 жана 0_1 системдеринде магниттөөчү жана поляризация векторунун проекцияларынын ортосундагы байланышты алабыз:

$$\left.\begin{array}{l} J_{X1} = J_X; \quad J_{y1} = \alpha(J_X + \upsilon P_Z); \quad J_{Z1} = \alpha(J_Z - \upsilon P_y); \\ P_{X1} = P_X; \quad P_{y1} = \alpha\left(P_X - \frac{\upsilon P_Z}{C^2}\right); \quad P_{Z1} = \alpha\left(P_Z + \frac{\upsilon P_y}{C^2}\right); \end{array}\right\} \qquad (16.27)$$

(16.16) жана (16.21) теңдемелеринен келип чыгат. 0 системинде магнит майданы жок болсо, анда $(\bar{B} = 0)$, бирок электр майданы бар $(\bar{E} \neq 0)$ болсо, анда 0_1 системинде электрлик гана эмес, ошондой эле магнит иайданы бар. (16.18) жана (16.20) теңдемелеринен жыйынтыктасак, эгер 0 системинде электр майданы жок болуп$(\bar{E} = 0)$, бирок магнит майданы гана эмес, ошондой эле электр майданы байкалат. 0_1 системиндеги $\bar{\delta}_1$ агындын тыгыздыгы $\bar{d}$ өткөрүмдүүлүк агынынан гана пайда болбостон, ошондой эле алып баруу агынынан $\alpha\upsilon\rho$ да пайда болот [(16.17) теңдемесин кара].

(16.24) теңдемесине ылайык, агын тыгыздыгынан 0_1 системинде өзүнө өзү жарыш которулса, анда байкоочу 0 системинде ρ_1 дүрмөтүнүн көлөмдүк тыгыздыгына кошумча $\frac{\upsilon}{C^2}\delta_x$ көлөмдүк дүрмөтүн пайда болушу катары кабыл алат. (16.27) теңдемесине ылайык, поляризацияланган чөйрөнүн кыймыл ылдамдыгы υ ны 0 системинде кошумча магниттөөчүнүн пайда болушу катары кабыл алат, ал эми магниттелген чөйрөнүн кыймылынын υ ылдамдыгы 0 системинде кошумча поляризациянын пайда болушу катары кабыл алынат.

0 жана 0_1 байланышкан системдеринде майдан үчүн, төмөнкү инварианттар орун алган:

$$\frac{E_1^2}{C} - B_1^2 C = \frac{E^2}{C} - B^2 C; \quad \bar{E}_1\bar{B}_1 = \bar{E}\bar{B};$$

$$D_1^2 C - \frac{H_1^2}{C} = D^2 C - \frac{H^2}{C}; \quad \bar{D}_1\bar{H}_1 = \bar{D}\bar{H}.$$

Эгерде, чөйрөнүн кыймыл ылдамдыгы жарыктын ылдамдыгына салыштырмалуу абдан аз, анда $(\upsilon^2/C^2) << 1$ жана $\alpha \approx 1$, мында Лоренцтин өзгөртүп түзүүсү Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнө өтөт

$x_1 = x - \upsilon t,\quad y_1 = y,\quad z_1 = z,\quad t_1 = t$ ал эми 0 жана 0_1 системиндеги чондуктарынын ортосундагы байланыштар төмөнкүдөй болушат:

$$\vec{E}_1 = \vec{E} + [\vec{\upsilon}\vec{B}];\quad \vec{B}_1 = \vec{B} - \frac{[\vec{\upsilon}\vec{E}]}{C^2};\quad \vec{H}_1 = \vec{H} - \vec{\upsilon}\vec{D};\quad \vec{D}_1 = D + \frac{[\vec{\upsilon}\vec{H}]}{C^2};$$

$$\vec{\delta}_1 = \vec{\delta} - \vec{\upsilon}\rho;\quad \rho_1 = \rho - \frac{\vec{\upsilon}\vec{\delta}}{C^2};\quad \vec{J}_1 = \vec{J} + [\vec{\upsilon}\vec{P}];\quad \vec{P}_1 = \vec{P} - \frac{[\vec{\omega}\vec{J}]}{C^2}.$$

ОН ЖЕТИНЧИ БАП

БИР ТЕКТҮҮ ЖАНА ИЗОТРОПТУУ ӨТКӨРҮҮЧҮ ЧӨЙРӨДӨГҮ ӨЗГӨРҮЛМӨ ЭЛЕКТРОМАГНИТТИК МАЙДАН

§17.1. Беттик эффект кубулушу

Өткөргүч аркылуу өтүүчү өзгөрүлмө агын өткөргүчтүн туура кесилиши боюнча бир кылка эмес бөлүнөрү белгиленген. Агын тыгыздыгы өткөргүчтүн туура кесилишинин ар кандай чекиттеринде бирдей болбойт.

Туура кесилиши тегерек болгон цилиндирлик өтөкргүчтө эң жогорку агын тыгыздыгы өткөргүчтүн бетинде, ал эми эң төмөнү огунда болот. Өткөргүчтүн өткөргүчтүгү жана анын магниттик өтүмдүүлүгү канчалык чоң болсо, агын жыштыгы ошончолук жогору болуп, агындын бөлүнүшү бир кылка эмес болот. Бул-кубулуш *беттик эффект* деген атты алып жүрөт. Беттик эффектке байланыштуу аракеттүү каршылык жана өткөргүчтүн эпкиндүүлүгү өзгөрүлөт. Жыштыктын жогорулашы менен аракеттүү каршылык жогорулайт, ал эми эпкиндүүлүк азайат. Эң жогорку жыштыктарда, практикалык жактан болгон агын өткөргүчтүн бети боюнча өтөт, ал эми ички магнит агымы нөлгө айланат. Өткөргүчтүн ичинде электромагниттик майдан жок.

Өткөрүүчү чөйрөдө жалпак толкундун таралышын изилдөө жараянында майдан векторлорунун проекцияларынын амплитудасы таралуу багыты боюнча төмөндөөрү түшүндүрүлгөн. Баскычы да өзгөрүлөт. Электромагниттик толкун өткөргүчтүн тереңине, анын бети аркылуу кирип, акырындык менен өзүнүн зардесин жоготот. Толкундун зардеси жылуулукка айланат. Майдан векторлорунун амплитудасы чоңдугу боюнча толкундун таралуу багытын көздөй төмөндөйт. Эгерде, өткөргүчтүн бетине толкундун нормалдуу түшүшүндө E_{om} жана H_{om} амплитудалары барабар болсо, анда беттен z аралыгында толкундун таралуу багытын көздөй алар e^{kz} жолу төмөндөшөт, мында

$$k = \sqrt{\frac{\omega\mu_a\gamma}{2}}.$$

Майдан баскычтарынын векторлору өткөргүчтүн бетинде жана откөргүчтөн z аралыкта төмөнкү бурчка айырмаланат

$$kz = \sqrt{\frac{\omega\mu_a\gamma}{2}} \cdot z = \frac{2\pi}{\lambda} z$$

E нин төмөндөшү менен агын тыгыздыгынын өткөргүчтүгү да азайат

$$\bar{\delta} = \gamma E.$$

Беттен z аралыгына алыстатылган, λ толкун узундугуна барабар болгон чекитте майдан векторлору $e^{k\lambda}$ жолу азайат. Анткени

$$e^{k\lambda} = e^{2\pi},$$

анда практикалык жактан майдан векторлору нөлгө айланышат.

Бир нече агын алып баруучу өткөргүчтөр бар болгондо, туура кесилиш боюнча агындын бөлүнүшүнө кошуна өткөргүчтөрдүн агындары таасир берет. Бул-кубулуш *жакындык эффект* деген атты алып жүрөт.

§ 17.2. Өткөрүүчү чөйрө үчүн Максвеллдин теңдемеси

Өткөргүчтүгү Υ жана магниттик өтүмдүүлүгү μ_a болгон өткөрүүчү чөйрөдө элеткромагниттик толкундардын таралышынын өзгөчөлүктөрүн карайлы.

Убакыт ичинде синусоидалык өзгөрүүчү E жана H ты комплекстик калыпта жазылган Максвеллдин биринчи жана экинчи теңдемелерине көңүл буралы:

$$rot\,\vec{H} = \gamma\,\vec{E} + j\omega\varepsilon_a\,\vec{E}$$

жана

$$rot\vec{E} = -j\omega\mu_a\,\vec{H}.$$

Өткөрүүчү чөйрөдө эң чоң жыштыктарга карабай $\omega\varepsilon_a$ көбөйтүндүсү Υ өткөргүчтүктөн көпкө кичине. Ошондуктан, кошулуучу $j\omega\varepsilon_a\bar{E}$ жогорку даражадагы тактыкта Максвеллдин биринчи теңдемесинде өткөрүүчү чөйрөлөр үчүн эске албоого болот.

Азыркы мезгилдерде илим, панзаттар үчүн ε электр өтүмдүүлүгүнүн сандык маанилери боюнча так берилгендерге ээ эмес. Белгилүүлөр, болгону көпчүлүк диэлектриктер үчүн кандай болсо, (бир нече бирдиктен бир нече ондукка чейин) панзаттар үчүн деле ε ошончолук тактыкка ээ. Мисалы, катары жез үчүн алалы $\varepsilon=10$ барабар деп, анан анда өткөргүчтүк агыны, жылышуу агынынан канчалык жогору болоорун $\omega=10^3$ жана $\omega=10^8$ рад/с болгондо табалы. $\omega=10^3$ болгондо,

$$\frac{\gamma}{\omega\varepsilon_a} = \frac{5{,}6\cdot10^7}{10^3\cdot10\cdot8{,}86\cdot10^{-12}} = 6{,}33\cdot10^{14};$$

$\omega=10^8$ болгондо,

$$\frac{\gamma}{\omega\varepsilon_a} = 6{,}33\cdot10^9.$$

Каралган, сан маанилери берилген мисал боюнча $\omega=10^8$ болгондо да өткөргүчтүк агыны жылышуу агынынан $6{,}33\cdot10^9$ жолу чоң.

Ошентип, Максвеллдин биринчи жана экинчи теңдемелери өткөрүүчү чөйрө үчүн төмөнкүдөй түргө өтөт:

$$rot\,\dot{\vec{H}} = \gamma\,\dot{\vec{E}} \qquad (17.1)$$

жана

$$rot\,\dot{\vec{H}} = -j\omega\mu_a\,\dot{\vec{H}} \qquad (17.2)$$

Бул эки теңдеме $\dot{\vec{E}}$ жана $\dot{\vec{H}}$ эки белгисизи бар теңдемени өзүнө камтыйт. Экөөнү чогуу чыгаралы. Ушул максатта (17.1) теңдемесинен ротор алалы: $rotrot\,\dot{\vec{H}} = grad\ div\,\dot{\vec{H}} - \nabla^2\dot{\vec{H}} = \gamma rot\,\dot{\vec{E}}$.

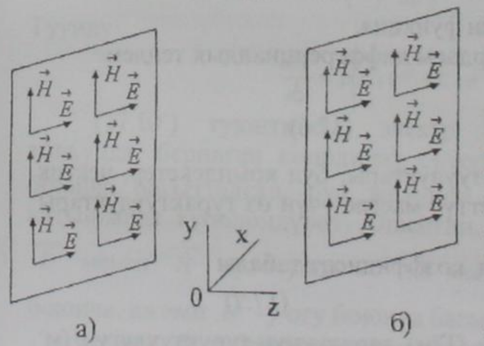
$div\,\dot{\vec{H}} = 0$ деп эске алсак, анда $graddiv\,\dot{\vec{H}} = 0$. $rot\,\dot{\vec{E}}$ нин ордуна (17.2) ге ылайык- $j\omega\mu_0\dot{\vec{H}}$ коюп, алабыз

$$\nabla^2\dot{\vec{H}} = j\omega\gamma\mu_a\dot{\vec{H}} \qquad (17.3)$$

(17.3) теңдемеси $\dot{\vec{H}}$ ка салыштырмалуу дифференциалдык б.э. Жалпы учурда, качан $\dot{\vec{H}}$ бардык үч же эки координатадан көз каранды болсо (17.3) чыгарылышы өтө татаал. Ошондуктан, бул теңдеменин чыгарууда айрым учурлар үчүн чектелүү менен, жалпак жана цилиндирлик электромагниттик толкундар үчүн карайлы.

§17.3. Жалпак электромагниттик толкундар

Жалпы учурда *жалпак электромагниттик толкундар* тууралу мындай толкундарды, $\bar{E}$ жана $\bar{H}$ векторлору хоу тегиздигинде, толкундун таралуу багытына (z огу) перпендикулярдуу жайгашса жана координат z жана убакыттан гана өзгөрүлүүчү функция болсо түшүнөбүз. Мындан ары жалпак толкун тууралу, мындай жалпак сызыктуу поляризацияланган толкунду качан вектор $\bar{E}$ нин багыты бир координата огу боюнча, ал эми $\bar{H}$ векторунун багыты башка координата огу боюнча багытталса жана хоу тегиздигинде болсо түшүнөбүз. Жалпак сызыктуу поляризацияланган толкун 17.1-чиймеде көрсөтүлгөн.



17.1-чийме.

Чиймеде бир эле убакыт моментинде $\bar{E}$ жана $\bar{H}$ векторлору декарттык координат системинде z огуна перпендикулярдуу эки жарыш тегиздикте сүрөттөлгөн. Биринчи тегиздиктин бардык чекиттеринде (17.1,а-чийме) электр (магнит) майданынын чыңалуулуктары чоңдугу жана багыты боюнча бирдей. Экинчи тегиздиктин бардык чекиттеринде (17.1,б-чийме) электр (магнит) майдандар үчүн да чоңдугу жана багыты боюнча бирдей, бирок биринчи тегиздиктеги майдандын чыңалуулуктарына барабар эмес.

Жалпак толкундун өзүнүн аныктамасына ылайык:

$$\frac{\partial \dot{\vec H}}{\partial x}=0,\quad \frac{\partial \dot{\vec H}}{\partial y}=0,\qquad \frac{\partial \dot{\vec E}}{\partial x}=0,\quad \text{жана}\quad \frac{\partial \dot{\vec E}}{\partial y}=0$$

$\dot{\vec E}$ жана $\dot{\vec H}$ жалпак толкунда бир координатадан гана функциялар б.э., каралып жаткан учурда z функциясынан.

Координат окторун мындайча буралы, у огу магнит магнит майданынын чыңалуулугу $\dot{\vec H}$ дал келгендей кылып. Мында j-декарттык координат системиндеги у огунда бирдик орт.

$$\dot{\vec H}=\vec j\,\dot H \qquad (17.3)$$

теңдемесине коебуз жана ∇^2 ачсак:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial}{\partial y^2}+\frac{\partial}{\partial z^2}\right)\vec j\,\dot H=j\omega\gamma\mu_a\,\vec j\,\dot H. \qquad (17.4)$$

Эске алабыз

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}=0\ \text{жана}\ \frac{\partial^2 H}{\partial y^2}=0$$

Анда ээ болобуз

$$\frac{d^2 H}{dz^2}=j\omega\gamma\mu_a H. \qquad (17.5)$$

Бул (17.5) теңдемеде айрымдын ордуна кадимки туунду жазылган. Айрымдан жөнөкөй туундуга өтүү жалпак толкун үчүн табигый б.э., анткени $\dot H$ -бул бир өзгөрүлмөлүү z тен функция.

(17.5) теңдемеси-бул экинчи катардагы дифференциалдык теңдеме. Мунун чыгарылышы төмөнкүдөй:

$$\dot H=\dot C_1 e^{pz}+\dot C_2 e^{-pz}, \qquad (17.6)$$

мында $\dot C_1$ жана $\dot C_2$-интегралдоо турактуулуктары; бул комплекстер, чектик шарттардан аныкталат; ар бир конкреттүү маселе үчүн өз турактуулуктары бар.

$p^2=j\omega\gamma\mu_a$ мүнөздөөчү теңдемеден, коэффициент табалы

$$p=\sqrt{j\omega\gamma\mu_a}. \qquad (17.7)$$

Эгерде γ нын өлчөм бирдиги $(\text{Ом}\cdot\text{м})^{-1}$, μ_a (Г/м), таралуунун туруктуулугу p (м^{-1}) ченелет. Мында $\sqrt{j}=\sqrt{e^{j90^0}}=e^{j45^0}=\frac{1+j}{\sqrt{2}}$, анда р ны төмөнкүдөй көрсөтүүгө болот:

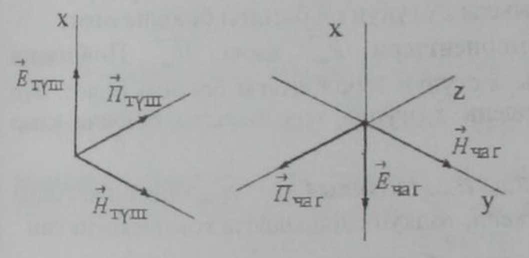
$$p=k(1+j), \qquad (17.8)$$

мында

$$k=\sqrt{\frac{\omega\gamma\mu_a}{2}}. \qquad (17.9)$$

Электр майданынын чыңалуулугун (17.1) жана (17.6) теңдемелеринин жардамы менен табабыз. (17.6) теңдемесине ылайык ($\frac{\partial H}{\partial x}=\frac{\partial \dot H}{\partial y}=0$ эске алып) ээ болобуз

$$rot\,\dot{\vec H}=\begin{vmatrix}\vec i & \vec j & \vec k\\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z}\\ 0 & \dot H & 0\end{vmatrix}=\vec i\left(-\frac{\partial \dot H}{\partial z}\right). \qquad (17.10)$$



а) б)

17.2- чийме

Демек,

$$\dot{\vec E}=\vec i\left(-\frac{1}{\gamma}\frac{dH}{dz}\right). \qquad (17.10`)$$

Туунду

$$\frac{dH}{dz}=p\left[\dot C_1 e^{pz}-\dot C_2 e^{-pz}\right]. \qquad (17.11)$$

(17.10`) туюнтмасы, электр майданынын чыңалуулугу жалпак толкунда, берилген координат окторунда жайгашышы х огунун багыты боюнча багытталган, бул жөнүндө х огунда бирдик орттын ($\vec i$ орты) катышышы күбөлөндүрөт. Ошентип, жалпак электромагниттик толкунда $\dot{\vec E}$ менен $\dot{\vec H}$ ортосунда 90^0 ка мейкиндик жылышуусу бар ($\dot{\vec E}$ х огу боюнча, ал эми $\dot{\vec H}$ -у огу боюнча багытталган).

р нын γ га бөлүүдөн айрым толкун каршылык деп атоо кабыл алынган:

$$z_m=\frac{p}{\gamma}=\sqrt{\frac{\omega\mu_a}{\gamma}}e^{j45^0}. \qquad (17.12)$$

Толкун каршылыгы z_m Ом менен ченелет, бирок чөйрөнүн касиеттеринен (γ жана μ_a дан) жана ω бурчтук жыштыктан көз каранды.

(17.10`) ылайык жана (17.11) х огундагы $\dot{\vec E}$ нин проекциясы барабар:

$$\dot{E} = \dot{E}_{туш} + \dot{E}_{чаг},$$

мында

$$\dot{E}_{туш} = Z_B \dot{C}_2 e^{-pz} \quad \text{жана} \quad \dot{E}_{чаг} = Z_B \dot{C}_1 e^{pz}.$$

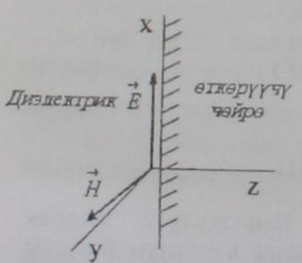
$\vec{H}$ тын у огундагы проекциясы (15.6) туюнтмага ылайык:

$\dot{H} = \dot{H}_{туш} + \dot{H}_{чаг}$, мында $\dot{H}_{туш} = \dot{C}_2 e^{-pz}$ жана $\dot{H}_{чаг} = \dot{C}_1 e^{pz}$. Түшүүчү толкундардын компоненттери $\vec{E}_{туш}$ жана $\vec{H}_{туш}$ Пойнтинга $\vec{\Pi}_{туш}$ векторун берет (17.2,а-чийме) багыты z огунун оң багыты боюнча болот. Демек, түшүүчү толкундун зардесинин кыймылы z огунун оң багыты боюнча өтөт.

Чагылган толкундун компоненттери $\vec{E}_{чаг}$ жана $\vec{H}_{чаг}$ Пойнтинга вектордун (17.2,б) берет, багыты z огунун терс багыты боюнча болот. Бул чагылган толкун өзү менен зардени z огунун терс багыты боюнча алып жүрөт.

Толкун каршылыгы Z_T ти $\dot{E}_{туш}/\dot{H}_{туш}$ катышы ($\dot{E}_{чаг}$ $\dot{H}_{чаг}$ болгон катышы Z_T барабар) аркылуу болот. Анткени, толкун каршылыгы комплекстик сан болуп жана 45^0 тун аргументке ээ, анда убакыт ичинде $\dot{E}_{туш}$ жана $\dot{H}_{туш}$ ортосундагы жылышуу майдандын бир эле чекитинде, ошондой эле 45^0 ка барабар.

§17.4. Жалпак электромагниттик толкундун бир тектүү өткөрүүчү жарым мейкиндикте таралышы



17.3-чийме

Жалпак электромагниттик толкундун бир тектүү өткөрүүчү чөйрөдө, назарияттык жактан чексиздикке жайылган (17.3-чийме) таралуусу жөнүндөгү суроону карайлы.

Электроомагниттик толкундар диэлектриктен өткөрүүчү чөйрөгө өтүп, андан кийин бул аркылуу таралат. Анткени, чөйрө назарияттык жактан чексиздикке жайылат жана түшүүчү толкун өткөрүүчү чөйрөнүн калыңдыгында чекке жетпейт, болбосо анын таралышын "козголондуу" болмок, анткени бул учурда чагылуу толкуну пайда болбойт.

Бир гана түшүүчү толкун болсо $\dot{H} = \dot{C}_2 e^{-pz}$ жана $\dot{E} = Z_b \dot{C}_2 e^{-pz}$.

Интегралдык туруктуулук $\dot{C}_2$ ни чектик шарттардан табабыз. Эгерде өткөрүүчү чөйрөнүн бетиндеги магнит майданынын чыңалуулугун $\dot{H}_a = H_a e^{j\psi_a}$ аркылуу белгилесек, анда $Z = 0$ болгондо $\dot{C}_2 = \dot{H}_a$. Ошондуктан, (17.8) ди эске алуу менен

$$\dot{H} = H_a e^{-kz} e^{-jkz} e^{j\psi_a} \qquad (17.13)$$

Өз кезегинде

$$\dot{H} = H_a e^{-kz} \sqrt{\frac{\omega\mu_a}{\gamma}}\, e^{-jkz} e^{-j\psi_a}\, e^{j45^0} \quad .. \qquad (17.14)$$

H жана E заматтык манилер үчүн туюнтма жазууда (17.13) менен (17.14) оң бөлүктөрүн $e^{j\omega t}$ көбөйтүү зарыл жана алынган көбөйтүндүдөн жалган бөлүктөрүн алуу керек.

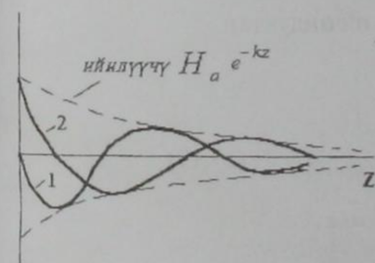
Анда алабыз:

$$H = H_a e^{-kz} \sin(\omega t - kz + \psi_a) \qquad (17.15)$$

жана

$$E = H_a e^{-kz} \sqrt{\frac{\omega\mu_a}{\gamma}} e^{-kz} \sin(\omega t - kz + \psi_a + 45^0). \qquad (17.16)$$

Алынган туундуларды анализдесек. Амплитуда $H = H_a e^{-kz}$; амплитуда $E = H_a e^{-kz}\sqrt{\frac{\omega\mu_a}{\gamma}} e^{-kz}$. z тин чоңоюшу менен e^{-kz} көбөйтүлүүчү көрсөткүч мыйзамы боюнча азаят. Демек, өткөрүүчү чөйрөгө электромагниттик толкундардын кириши E жана H амплитудалары көрсөткүч мыйзамы боюнча азаят. 17.4-чиймеде ийилүүчү амплитуда $H_a e^{-kz}$ сүрөттөлгөн.



17.4- чийме

H жана E нин заматтык маанилери (17.15) туюнтмасындагы синустун аргументи менен аныкталат, мисалы z менен ωt дан көз каранды. Эгерде $\omega t = const$ деп кабыл алсак, анда графиктеги Н тын заматтык маанилери z тен функция катары 1 ийри сызыгы $\omega t + \psi_a = 0$ алынган (17.4-чийме) жана 2 ийри сызыгы $\omega t + \psi_a = 90^0$ болгондо алынган.

Өткөрүүчү чөйрөгө толкундун кирүүнүн чени боюнча түшүүчү толкундун амплитудасы, ошончолук тез азаярын мүнөздөө үчүн "кирүүнүн тереңдиги" деген түшүнүк киргизилет.

Кирүүнүн тереңдиги жана толкун узундугу. Кирүүнүн тереңдиги аркылуу толкундун таралуу багытында узатасынан кеткен аралыкты түшүнөбүз, анда түшүүчү толкундун амплитудасы E (жеH) $e = 2{,}71$ жолу азаят. Кирүүнүн тереңдигин $e^{-k\Delta} = e^{-1}$ туюнтмасынын жардамы менен аныкталат. Мындан $k\Delta = 1$ келип чыгат же

$$\Delta = 1/k. \qquad (17.17)$$

Кирүүнүн тереңдиги өткөрүүчү чөйрөнүн касиеттеринен (γ жана μ) жана жыштык ω дан көз каранды. Эгерде электромагниттик толкун $f = 5000\,Гц$ жыштыкка ээ болуп, анан $\gamma = 10^7 (Ом \cdot м)^{-1}$ жана $\mu = 10^3$ өткөрүүчү чөйрөгө кирсе, анда (μ чоңдук H тан көз каранды эмес деп кабыл алынган. Чыгарууда μ H чоңдугунан функция экендиги эске алынган)

$$k=\sqrt{\frac{\omega\gamma\mu_a}{2}}=\sqrt{\frac{2\pi\cdot 5000\cdot 10^3\cdot 1{,}256\cdot 10^{-6}\cdot 10^7}{2}}=14100\,м^{-1}.$$

Кирүүнүн тереңдиги $\Delta=1/k\approx 7\cdot 10^{-5}$ $м$, $0{,}007$ $см$ аралыгында Н жана Е 2,71 жолу кичирейди.

Толкун узундугу λ тууралу өткөрүүчү чөйрөдө толкундун (z огу боюнча) таралуу багытындагы узатасынан кеткен аралыкты түшүнөбүз, мында термелүүнүн баскычы 2π ге өзгөрүлөт. Толкун узундугун $\lambda k=2\pi$ теңдемесинен аныкталат, мында:

$$\lambda=\frac{2\pi}{k}. \qquad (17.18)$$

Каралган сандык мисал үчүн

$$\lambda=\frac{2\pi}{14100}\approx 0{,}000445\,м.$$

Кээ бир учурларда өткөрүүчү чөйрөдө толкундун таралышында баскычтык ылдамдык деген түшүнүк киргизилет.

Баскычтык ылдамдык тууралу термелүү бирдей эле баскычка ээ болуп z огу боюнча жылышса түшүнөбүз.

Термелүү баскычы $\omega t-kz+\psi_a$ туюнтмасы менен аныкталат.

Турактуудан туунду бул нөлдү билдирет, ошондуктан

$$\frac{d}{dt}(\omega t-kz+\psi_a)=0$$

же

$$\omega-k\frac{dz}{dt}=0;\quad \frac{dz}{dt}=v_{бас};\quad v_{бас}=\frac{\omega}{k}. \qquad (17.19)$$

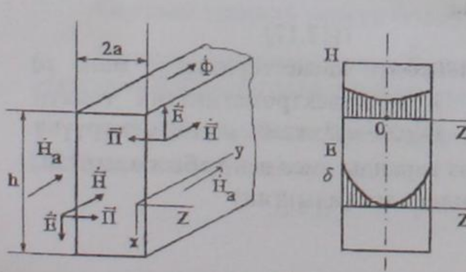
Каралган сандык мисал үчүн $v_{бас}=\dfrac{2\pi\cdot 5000}{14100}\approx 2{,}25$ $м/с$.

§17.5 Магниттик беттик эффект

Мисал катары, өткөрүүчү чөйрөдө жалпак электромагниттик толкундардын таралышын, болот барагында өзгөрүлмө магнит агымы $\dot{\Phi}_m$ бaрактын узатасы аркылуу өткөндө карайлы.

Барактын (17.5-чийме) калыңдыгы 2 a, бийиктиги h (h>>2a) жана сүрөткө перпендикулярдуу чоң узундуктагы багытта. Барактын кесилиши боюнча магнит агымынын орточо тыгыздыгы

$$\dot{B}_{op}=\frac{\dot{\Phi}_m}{2ah}.$$



а) 17.5-чийме б)

Барактын кесилиши боюнча $\dot{H}$ жана $\dot{E}$ нин өзгөрүү мыйзамдарын

аныктоонун маселеси турат. Барактын сол бетинде магнит майданынын чыңалуулугунун симметриялуулугунун негизинде барактын оң бети да ошондой эле. Аны $\dot{H}_a$ аркылуу белгилейбиз жана белгилүү деп карайбыз (мындан ары аны $\dot{B}_{op}$ аркылуу беребиз).

Анткени, барактын калыңдыгы 2 a барактын бийиктиги h тан көпкө кичине, анда барактын четтеринин майданга бурмалоо таасирин биринчи жакындатууда эске албай жана барактын эки капталынан жалпак электромагниттик толкун кирет деп эсептейбиз.

Декарттык координаталар системинин окторун 17.5-чиймеге ылайыкташтырып жайгаштыралы. Баштарда $\vec{\dot{H}}=\bar{j}\dot{H}$ кылып алалы. $\dot{H}$ үчүн жалпы чыгарылышы мындай: $\dot{H}=\dot{C}_1e^{pz}+\dot{C}_2e^{-pz}$.

Чекиттик шарттардан интегралдоо турактуулуктарын табалы. $z=-a$ болгондо, барактын сол капталында жайгашкан чекиттер үчүн

$$\dot{H}_a=\dot{C}_1e^{-pa}+\dot{C}_2e^{pa}; \qquad (17.20)$$

$z=+a$ болгондо

$$\dot{H}_a=\dot{C}_1e^{pa}+\dot{C}_2e^{-pa}. \qquad (17.21)$$

(17.20) жана (17.21) туюнтмаларын $\dot{C}_1$ жана $\dot{C}_2$ салыштырмалуу чыгаруу берет

$$\dot{C}_1=\dot{C}_2=\frac{\dot{H}_a}{e^{pa}+e^{-pa}}=\frac{\dot{H}_a}{2chpa}.$$

Демек, өз эркинче чекитте

$$\dot{H}=\frac{\dot{H}_a}{2chpa}\left(e^{pz}+e^{-pz}\right)=\dot{H}_a\frac{chpz}{chpa}. \qquad (17.22)$$

Электр майданынын чыңалуулугу

$$\vec{\dot{E}}=\bar{i}\left(-\frac{1}{\gamma}\frac{d\dot{H}}{dz}\right)=-\bar{i}\left(\frac{p}{\gamma}\dot{H}_a\frac{shpz}{chpa}\right)=-\bar{i}\dot{E},$$

мында

$$\dot{E}=\frac{p}{\gamma}\dot{H}_a\frac{sh\,pz}{ch\,pa}. \qquad (17.23)$$

$z=+a$ болгондо Е чыңалуулугу жогору багытталган (-x огу боюнча); $z=-a$ төмөн (+x огу боюнча, 17.5,а-чийме). Пойнтинга вектору барак тегиздигинин ортосуна багытталган (барактын ичине).

Китептин экинчи бөлүгүндө белгилүү болгондой, барак боюнча өзгөрүлмө магнит агымы өткөндө пайда болуучу агын *куюндуу* деп аталат. Куюндуу агындын тыгыздыгынын вектору $\bar{\delta}=\gamma\bar{E}$ барактын каалаган чекитинде, ошол эле чекиттеги $\bar{E}$ векторуна коллинеарендүү. Өз эркинче чекиттеги магнит эпкини

$$\dot{B}=\mu_a\dot{H}=\frac{\mu_a\dot{H}_a\,ch\,pz}{ch\,pa}. \qquad (17.24)$$

Барактагы магниттик эпкиндин орточо мааниси

$$\dot{B}_{op} = \frac{1}{a}\int_0^a \dot{B}\,dz = \frac{\mu_a \dot{H}_o sh\,pa}{apchpa} = \frac{\mu_a \dot{H}_o thpa}{ap}. \qquad (17.25)$$

Эгерде $\dot{B}_{op}$ белгилүү жана $\frac{\dot{\Phi}_m}{2ah}$ барабар десек, анда (17.25) барабарсыздыгынан барактын бетиндеги магнит майданын табууга болот:

$$\dot{H}_a = \frac{ap\dot{B}_{cp}}{\mu_a thpa} \qquad (17.26)$$

$pa = ka + jka$ аргументи комплекс болоорун жана комплекстин аргументинен $thpa$ гиперболалык тангенс экендигин байкап; ал дагы комплекс б.э.:

$$thpa = th(ka + jka) = \frac{sh2ka + j\sin 2ka}{ch2ka + \cos 2ka} \qquad (17.27)$$

Барактын кесилиши боюнча магниттик эпкин $\dot{B}_{op}$ нын орточо маанисинин барактын бетиндеги $\dot{H}_a$ магнит чыңалуулугуна болгон катышы магнит өтүмдүүлүгүнүн комплекси деп аталат:

$$\tilde{\mu}_a = \alpha\frac{\mu_a thpa}{ap}(\tilde{\mu}_a = \mu_o\tilde{\mu}).$$

Ал μ, ω жыштыктан жана барактын калыңдыгынан көз каранды. $2k\alpha$ аргументинин чоң маанилеринде $sh2ka = ch2ka$, бул функциялардын маанилери бирден көпкө чоң. Ошондуктан, $2k\alpha$ чоң маанилеринде

$$thpa \approx \frac{sh2ka}{ch2ka} \approx 1$$

жана комплестүү магнит өтүмдүүлүгү $\tilde{\mu}_a = \frac{\mu_a}{pa}$.

Анда, мисалы барактын калыңдыгы 2α =0,015 *см* болгондо, μ=20000, $\gamma=1,8\cdot10^6 (Ом\cdot м)^{-1}$ жана $f=50000$ *Гц*; $k = \sqrt{\frac{\omega\gamma\mu_a}{2}}$=84200; $p = 84200\sqrt{2}e^{j45^\circ}$; $k\alpha$ =6,31; $k\alpha$ =6,31; $thpa = \frac{sh12,62}{ch12,62} \approx 1$.

Демек,

$$\tilde{\mu}_a = \frac{\mu_a}{pa} = \frac{20000\mu_o}{84200\sqrt{2}e^{j45^\circ}\cdot 0,000015} = 2250e^{-j45^\circ}\mu_o.$$

Барактын орточо тегиздигиндеги майдан чыңалуулугу ($z=0$ болгондо) $\dot{H}_{z=0} = \frac{H_a}{chpa}$. Барактын четиндеги майдан чыңалуулугунун ($z=\alpha$ болгондо) барактын орточо тегиздигиндеги майдан чыңалуулугуна болгон катышы

$$\frac{H_a}{H_{Z=0}} = chpa. \qquad (17.28)$$

(17.28) туюнтмасын сол жана оң бөлүктөрү комплекс б.э. *chpa* модулу $\dot{H}_a$ модулу $\dot{H}_{z=0}$ модулунан канча жолу чоң экендигин көрсөтөт. *chpa*

модулун табалы. Ушул максатта эки байланыштуу карама-каршы комплекстерди жазалы:

$ch(ka + jka) = chka\cos ka + j\sin ka\sin ka$ жана $ch(ka - jka) = chka\cos ka - jshka\sin ka$.

Байланыштуу карама-каршы комплекстерди көбөйтүндүсү модулдун чарчысын берет

Демек,

$$|chpa|^2 = ch(ka + jka)ch(ka - jka) = -\frac{1}{2}[ch2ka + \cos 2ka] \quad \left(chx + chy = 2ch\frac{x+y}{2}ch\frac{x-y}{2}\right.$$

барабарсыздыгынынт негизинде).

Ошентип,

$$|chpa| = \sqrt{\frac{ch2ka + \cos 2ka}{2}}. \qquad (17.29)$$

Сандык мисалды карайлы. Мейли $\mu=100$; $f=500$ *Гц*; $\gamma=10^7 (Ом\cdot м)^{-1}$.
Мында $k=1410 м^{-1}$.

Орточо тегиздектеги майдан чыңалуулугунун барак бетиндеги майдан чыңалуулугуна болгон катышын, барактын калыңдагы төмөнкүдөй болгондо табалы:

$$2a = 1мм;\ 2мм;\ 4мм$$

$$2ka = 1,41\ \ 2,82;\ 5,64;$$

$$\frac{1}{|chpa|} = 0,91;\ 0,52;\ 0,1;$$

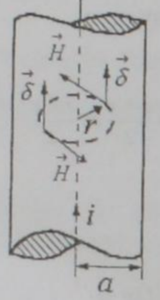
Ошентип, барактын ортонку тегиздигиндеги майдан чыңалуулугу барактын чекесиндеги майдан чыңалуулугун көпкө кичине болушу мүмкүн.

Өткөрүүчүнүн нерсенин кесилиши боюнча майдандын бир тектүү эмес бөлүнүү кубулушу, өткөрүүчү чөйрөдө электромагниттик толкундун таралууда басаңдашы менен келтирилсе *беттик эффект* деп айтабыз. Эгерде, барактын узатасында магнит агымы багытталса, анда беттик эффекти *магниттик* деп аташат. Эгерде жалпак шинанын узатасында өзгөрүлмө агын багытталса, анда беттик эффекти көпчүлүк учурда электрлик беттик эффект деп аташат. Булардын жаратылышы бирдей, ал эми “магниттик” же “электрлик” деген сөз барактын узатасында: агым же агын багытталгандыгын күбөлүндүрөт.

17.5,б-чиймеде эки ийри сызык тургузулган. *H(z)* ийри сызыгы магнит майданынын чыңалуулук модулунун өзгөрүшүн Z тен функция катары мүнөздөйт. Барактын орточо тегиздигинде *H* нөлгө чейин төмөндөбөйт, анткени $cho\neq0$. H ийри сызыгы (17.22) теңдемеси боюнча тургузулат. *E(z)* ийри сызыгы электр майданынын чыңалуулук модулунун өзгөрүшүн *Z* тен функция катары мүнөздөйт. Бул ийри сызык (17.23) боюнча тургузулат; $shpz_{Z=0}=0$ ошондуктан ийри сызык $z=0$ болгондо нөл аркылуу өтөт. Куюндуу агындардын тыгыздыгынан ийри сызыгы сапаттык жактан *Z* тен E ийри сызыгын кайталайт (айырмачылыгы масштаб боюнча гана).

§ 17.6. Цилиндирлик өткөргүчтөгү беттик эффект

Беттик эффект кубулушун синусоидалык агындын цилиндирлик панзат тегерек кесилиштүү өткөргүч аркылуу өтүшүн карайлы. Өткөргүчтүн ичиндеги жылышуу агындарын карабоого болот, анткени алар жоголуучу эң аз өткөргүчтүк агындарына салыштырмалуу. Өткөргүчтү түз жана өтө узун деп эсептейли. Артка өткөргүчтүн таасирин эске албайбыз, себеби аны абдан алыскы деп алабыз. Кабыл алынган жоболордон октук симметрия орунга ээ. H векторунун сызыктары тегерек б.э., өткөргүчтүн огуна перпендикулярдуу тегиздикте жайгашкан, борборлору октун өзүндө болот. Октон бирдей аралыкта магнит майданынын чыңалуулук векторунун модулу бирдей болот. Агын тыгыздыгынын векторунун багыты өткөргүчтүн огуна жарыш болот жана октон бирдей аралыкта болуп бирдей мааниге ээ. Цилиндирлик систем координатасынын Z огу менен өткөргүчтүн огу бири-бирине батышкычтуу, ошондой эле агындын оң багыты Z огунун багыты менен дал келет.



17.6-чийме

Анда майдандын векторлору бирден проекцияларга ээ (17.6-чийме):

$$H = 1_{\psi} H; \qquad \bar{\delta} = k\delta; \qquad E = kE = k\frac{\delta}{\gamma}.$$

Өткөргүчтүн радиусу α жана өткөргүчтөгү агынды $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$ деп белгилейли. Калыптанган режимде H жана δ векторлору убакыт боюнча синусоидалдык мыйзам боюнча өзгөрүшөт. Демек, майданды Максвеллдин теңдемелери боюнча жазууга болот, комплестик калыпта жазалы:

$$rot\dot{H}_m = \dot{\delta}_m, \qquad rot\dot{E}_m = -j\omega\mu_a \dot{H}_m, \qquad \dot{E}_m = \frac{\dot{\delta}_m}{\gamma}.$$

Цилиндирлик систем координатында ротор туюнтмасын ачып жана $\dot{E}$ нин ордуна $\frac{1}{\gamma}\dot{\delta}_m$ чоңдугун коюуп, алабыз:

$$\frac{d\dot{H}_m}{dr} + \frac{\dot{H}_m}{r} = \dot{\delta}_m; \qquad \frac{d\dot{\delta}_m}{dr} = j\omega\mu_a \gamma \dot{H}_m.$$

Айрым туундулар кадимкиге алмашылды, анткени изделген чоңдуктар бир гана r координатасынан көз каранды. Бул теңдемелер системин чыгарууда, алабыз:

$$\dot{H}_m = \frac{1}{j\omega\mu_a\gamma} \cdot \frac{d\dot{\delta}_m}{dr}; \qquad \frac{d^2\dot{\delta}_m}{dr^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{d\dot{\delta}_m}{dr} - j\omega\mu_a\gamma\dot{\delta}_m = 0$$

Белгилейбиз

$$\sqrt{\omega\mu_a\gamma} = m.$$

Анда

$$\frac{d^2\dot{\delta}_m}{dr^2} + \frac{1}{r}\cdot\frac{d\dot{\delta}_m}{dr} - jm^2\dot{\delta}_m = 0.$$

Алынган теңдеме Бесселдин түрү өзгөргөн теңдемесин өзүнө камтыйт, мунун каноникалык калыбы төмөнкүдөй:

$$\frac{d^2 f}{d\varpi^2} + \frac{1}{\varpi}\cdot\frac{df}{d\varpi} + \left(1 - \frac{p^2}{\varpi^2}\right) f = 0.$$

Мүнөздөгүч p нын ар бир маанисине эки даана фундаменталдык чыгарылыш туура келет

$$f = \tilde{A}J_p(\varpi) + \tilde{B}N_p(\varpi).$$

$J_p(\varpi)$ функциясы биринчи түрдөгү p-тартиптеги Бесселдин функциясы деп аталат. $\tilde{A}$ жана $\tilde{B}$ чоңдуктары көз карандысыз турактуулуктар.

Жогоруда алынган теңдемелерди каноникалык түргө келтиребиз; мейли

$$\sqrt{-j}mr = \varpi$$

Анда

$$d\varpi = \sqrt{-j}mdr;$$

$$d\varpi^2 = -jm^2dr^2$$

Теңдемеге жаңы өзгөрүлмө ϖ киргизүү менен аны жөнөкөйлөтүп, алабыз:

$$\frac{d^2\dot{\delta}_m}{d\varpi^2} + \frac{1}{\varpi}\cdot\frac{d\dot{\delta}_m}{d\varpi} + \dot{\delta}_m = 0.$$

Бул теңдеменин Бесселдин теңдемесин каноникалык калыбы менен салыштырып, алар $p=0$ болгондо дал келишерин табабыз. Демек, теңдеменин чыгарылышы нөлдүк тартиптеги Бесселдин функциялары менен канагаттандырылат. Экинчи $N_p(\varpi)$ функция Бесселдин экинчи түрдө p-тартиптеги функциясы деп аталат (ал ошондой эле Неймандын функциясы деп аталат):

$$\dot{\delta}_m = \tilde{M}J_o(\varpi) + \tilde{M}_1 N_o(\varpi).$$

$\varpi = 0$ болгондо $N_p(0) = \infty$ болору белгилүү.

Анткени, агын тыгыздыгы-бул аяккы чоңдук, анда $\tilde{M}_1$ нөлгө барабар болушу керек; тескери учурда өткөргүчтүн огунда $(r = 0)$ агын тыгыздыгы чексиз чоң болмок. Ошентип, издеген агын тыгыздыгы Бесселдин биринчи түрдө нөлдүк тартиптеги функциясы кирген туюнтма менен аныкталат. Бул функция монотондуу өсөт жана белгиси өзгөрүлмө катар түрүндө көрсөтүлүшү мүмкүн

$$J_O(\varpi) = 1 - \frac{\varpi^2}{2^2} - \frac{\varpi^4}{2^2\cdot 4^2} - \frac{\varpi^2}{2^2 4^2 6^2} + \cdots$$

Себеби ϖ-комплекстик сан, анда $J_O(\varpi)$ функциясы да комплекстик сан болот. Модулдун функциясын b_o аркылуу белгилейли, ал эми аргумент

$$\beta_o: \; J_o(\varpi) = b_o e^{j\beta_o}.$$

$$-\frac{dJ_o(\varpi)}{d\varpi} = I_1(\varpi)$$

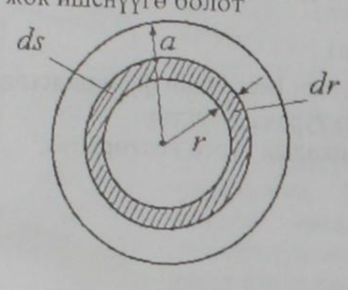
чоңдугун Бесселдин биринчи түрдө биринчи катардагы функциясы деп аташат:

$$J_1(\varpi) = \frac{\varpi}{2}\left(1 - \frac{\varpi^2}{2^2\cdot 2} - \frac{\varpi^4}{2^2\cdot 4^2\cdot 3} - \frac{\varpi^6}{2^2\cdot 4^2\cdot 6^2\cdot 4} + \cdots\right) = b_1 e^{j\beta_1}.$$

6 –– таблицада (тиркеме) b_ω, β_ω, b_1, β_1 маанилери ϖ аргументинин ар кандай маанилери үчүн келтирилген.

Төмөнкү барабарсыздыктын жеткиликтүү экендигине кыйынчылыгы жок ишенүүгө болот

$$\int_0^a \varpi J_o(\varpi)d\varpi = \alpha J_1(\varpi).$$



17.7-чийме. *Өткөргүчтүн кесилиши аркылуу өтүүчү агынды эсептөө.*

Интегралдоо турактуулугу $\widetilde{M}$ ди аныктоо үчүн өткөргүчтөгү агындын берилген амплитудасын агын тыгыздыгы аркылуу туюндуралы (17.7-чийме)

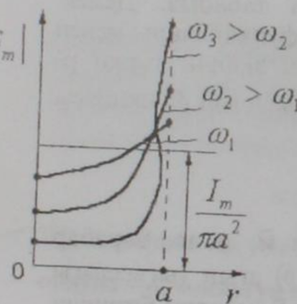
$$\dot{I}_m = \int_S \dot{\delta}_m ds = \int_0^a \widetilde{M} I_o\left(\sqrt{-j}mr\right) 2\pi r dr = \widetilde{M}\frac{2\pi a}{\sqrt{-j}m} J_1\left(\sqrt{-j}ma\right)$$

Изденүүчү турактуулук барабар:

$$M = \frac{\dot{I}_m\sqrt{-j}m}{2\pi\alpha J_1\left(\sqrt{-j}ma\right)}.$$

Анда агын тыгыздыгынан төмөнкү түрдө жазууга болот:

$$\dot{\delta}_m = \frac{\dot{I}_m}{\pi\alpha^2}\cdot\frac{ma\sqrt{-1}J_o\left(\sqrt{-j}\ mr\right)}{2\quad J_1\left(\sqrt{-j}\ ma\right)}.$$



17.8-чийме. *Агын тыгыздыгынын жыштыктан жана цилиндрдин огуна чейинки аралыктан көз карандылыгы*

Эгерде, берилген агындын баштапкы баскычы нөлгө барабар болсо $\dot{I}_m = I_m$, анда

$$\dot{\delta}_m = \frac{I_m}{\pi\alpha^2}\cdot\frac{ma}{2}\cdot\frac{b_o}{b_{1a}}e^{j(\beta_\omega - 45^o - \beta_{1a})} = \delta_m e^{j\xi}. \quad (17.30)$$

$I_m/\pi a^2$ чоңдугу агын тыгыздыгынын орточо амплитудасына барабар.

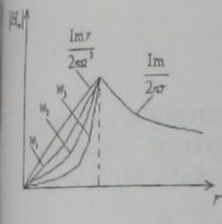
17.8-чиймеде $\delta_m = f(r)$ ийри сызыктарынын көз карандылыктары көрсөтүлгөн. Жыштыктын жогоролушу ок боюнча агын тыгыздыгы азаят, ал эми бетинде өсөт. $r=a$ болгондо агын тыгыздыгы эң чоң болот

$$\dot{\delta}_{m\max} = \frac{I_m}{\pi\alpha^2}\cdot\frac{ma}{2}\cdot\frac{b_{ma}}{b_{1a}}e^{j(\beta_{ma} - 45^o - \beta_{1a})}.$$

Агын тыгыздыгынын билип, магнит майданынын чыңалуулугун аныктоого болот:

$$\dot{H}_m = -\frac{1}{jm^2}\cdot\frac{d\dot{\delta}_m}{dr} = \frac{I_m}{2\pi\alpha}\cdot\frac{J_o\left(\sqrt{-j}\ mr\right)}{J_1\left(\sqrt{-j}\ ma\right)}. = \frac{I_m}{2\pi a}\cdot\frac{b_{1r}}{b_{1a}}e^{j(\beta_{1r} - \beta_{1a})} = H_m e^{j\xi} \quad (17.31)$$

17.9-чиймеде $H_m = f(r)$ ийри сызыгы көрсөтүлгөн. H тын эң чоң мааниси өткөргүчтүн бетинде алынат. Эгерде агындын амплитудасы өзгөрүлбөсө, анда жыштыктын өзгөрүшү менен майдан чыңалуулугунун H_m амплитудасы өткөргүчтөн тышкары өзгөрүлбөйт. Өткөргүчтүн ичинде бир эле чекит H_m чоңдугу жыштыктын жогорулашы менен азаят.$Ф_{вн}$ да азаят.



17.9-чийме

Магнит майданынын чыңалуулугунун жыштыктан жана цилиндрдин огуна чейинки аралыктан көз карандылыгы.

Анткени Бессель функциясынын модулу $mr = \sqrt{\omega\varpi_a}r$ аргументинин жогорулашы менен өсөт, анда *өзгөрүлмө агындын жыштыгы, магниттик өтүмдүүлүк жана өткөргүчтүн өткөргүчтүгү канчалык жогору болсо, анын радиусу ошончолук чоң болуп, беттик эффект кубулушу күчтүүрөк таасир берет да,* ошончолук өткөргүчтү курчаган диэлектриктен өткөргүчтүн бети аркылуу, анын калыңдыгына өтүүчү электромагниттик толкун басаңдайт.

ТИРКЕМЕЛЕР

1. Электротехникага негиз салуучулар

Кирхгоф — (Kirchhoff) Густав Роберт (1824-1887) Петербург илимдер Академиясынын мүчөсү. Электр тизмектерин жазуунун эрежесин белгилеген. Цезийди жана рубидийди ачкан. Абсалюттук кара нерсе жана нурдануу мыйзамы аттуу түшүнүктөрдү киргизген.

Ом — (Ohm) Георг Симон (1784-1854). Электр тизмектеринин негизги мыйзамын аныктаган. Акустика жана кристаллооптика боюнча бир топ эмгектердин автору.

Фарадей — (Faraday) Майкл(1791-1867). Петербург илимдер Академиясынын мүчөсү. Электромагниттик майдандар жөнүндөгү окууга негиз салган. Электромагниттик эпкин электролиз мыйзамдарын, магинит майданында жарыктын айлануу тегиздигинде поляризацияланышы тууралу кубулушту ж.б.у.с кубулуштарды ачкан.

Максвелл — (Maxwell) Джеймс Клерк (1831-1879). Классикалык электродинамиканын түзүүчү, статикалык физиканын негиздөөчүлөрүнүн бири, электромагиниттик майдандын назариятын түзгөн. Колориметирия, оптика, серпилгичтик назарияты, термодинамика ж.б.у.с бир топ эмгектердин автору.

Ленц Эмилий Христианович (1804-1865).Петербург илимдер Академиясынын мүчөсү. Агын жана ал түзүүчү магнит агымынын арасындагы байланышты белгилеген, электр зардесин жылуулука айладыруусун тажрыйбада негиздеген. Электромагниттерди эсептөө ыкмасын түзгөн.

Джоуль — (Joule) Джемс Прескотт (1818-1889).Зарденин сакталуу мыйзамын тажрыйбада аныктаган,жылуулуктун механикалык тең маанилүүлүгүн негиздеген.

Генри — (Henry) Джозеф(1797-1878). Кубаттуу эленктромагниттерди жана электр кыймылдаткычын курган. Конденсатордон дүрмөттүн берилишинин термелүү мүнөзүн бекиткен.

Сименс — (Simens) Эрнст Венер (1816-1892). Петербург илимдер Академиясынын мүчө- корреспонденти. Телегрфты, өзү тассирленүүчү электромашиналык генераторду түзгөн. Европадагы электротехникалык заводдордун ээси жана негиздөөчүсү.

Ампер — (Ampere) Андре Мари (1775-1836). Петербург илимдер Академиясынын мүчөсү. Электродинамиканы негиздөөчүлөрдүн бири. Агындардын механикалык өз ара аракеттенишүүсүн ачкан. Магинитизм назариятын биринчи түзгөн.

Вольта — (Volta) Алессандро (1745-1827). Электиричество жөнүндөгү окуунун негиздөөчүлөрүнүн бири. Биринчи жолу химиялык агын булагын түзгөн. Потенциалдардын контактык айырмасын ачкан.

Вебер — (Weber) Вильгель Эдуард (1804-1891). Петербург илимдер Академиясынын мүчөсү. Электричество жана магнитизм жөнүндөгү бир топ эмгектердин автору. Гаусс менен бирдикте электр жана магнит бирдиктеринин системасын түзгөн.

Тесла — (Tesla) Никола (1856-1943). Магинит майданынын айлануу кубулушун жазган. Көп баскычтуу электрмашиналарын жана зарденин бөлүнүү системин иштеп чыккан.

2. Китепте колдонулган кээ бир атоолордун түшүндүрмөсү жана атоолор сөздүгү (биринчи китептеги атоолордун уландысы)

Топология- бул сынбаттардын топологиясын үйрөтүүчү математиканын бөлүмү, же өз ара бирдей маанидеги үзгүлтүксүз чагылуулар болгондо өзгөрүлбөгөн сынбаттардын касиеттери.

Вольтамперлик мүнөздөмөлөр (ВАМ)- бул электр тизмегинин кайсы — бир элементи аркылуу өтүүчү агын менен ошол эле элементте статикалык режимде чыңалуунун төмөндөшүнүн ортосундагы байланышты сүрөттөөчү мүнөздөмө.

Турактоочтолгон (стабилдешкен) азыктандыруу булактары — бул электр энергиясынын булактары, мында чыгууда туруктуу чыңалууну же агынды кармоо үчүн автоматикалык башкаруунун ички системдери колдонулат.

Электр кыймылдаткыч күчү (ЭКК)- бул электр тизмегиндеги эки чекиттин ортосундагы потенциалдардын айырмасы, оң багыт тууралу жогорку потенциалга ээ болгон чекитти карай багыт эсептелет.

Чыңалуунун төмөндөшү (чыңалуу)- бул электр тизмегиндеги эки чекиттин ортосундагы потенциялдардын айырмасы, оң багыт болуп төмөн потенциялдагы чекитти карай багыт эсептелет.

Коммутативдүүлүк- бул элементтерди коюштурууда инварианттуулуктун касиети.

Эпкин (индукция) — бул латын сөзүнөн алынган "inductio" (эпкиндөө) дүүлүктүрүү.

Изотропия- бул (изо… жана грек сөзү τροπο ζ - багыт) физикалык обьектин касиеттеринин багытынан көз каранды эместиги.

вдоль	-	узатасынан
возбуждение	-	таасирленүү
возмущение	-	козголоң
воспримчивость	-	баамдуулук
граничный	-	чектик
грань	-	каптал
двайное	-	экилик
жила	-	тарам
инвариант	-	өзгөрбөстүк
интенсивность	-	күчөгөндүгү
исток	-	башы

квалификация	-	дасык
кожух	-	калканыч
конструкция	-	курама
критическое	-	кооптуу
лист	-	жука барак
мгновенная	-	заматтык
мост	-	өткөөл
наведение	-	кетирүү, дүүлүгү
напряженность	-	чыналуулук
нормальный	-	чеңдүү
оболочка	-	кабык
обусловленный	-	шартталган
опилка	-	тарынды
определенный	-	белгиленген
осестремительное	-	окко умтулма
осреднение	-	ортолотуу
отношение	-	катыш
пара	-	эки даана
параллель	-	жарыш
переменный	-	өзгөрүлмө
перенос	-	көтөрүү
периферийный	-	четки
плоский	-	жалпак
плоскость	-	тегиздик
поверхность	-	бет
покрытие	-	каптама
приведения	-	келтирүү
приращение	-	өсүшү
пронизовать	-	өтүп кетүү
равномерное	-	тең өлчөмдүү
равносильно	-	күчү тен
разработать	-	иштеп чыгуу
разряд	-	дүрмөтсүздөө
расхождение	-	тароо, ажыроо
реактивная	-	каршы аракеттик
ребро	-	кыр
сажа	-	коо, ыш
секущий	-	кесүүчү
семейство	-	түркүм
система	-	систем
сквозь	-	теше, өтө
смежный	-	чектеш
смещение	-	жылышуу
совокупность	-	көптүгү, жыйнагы
соизмеримой	-	өлчөмдөш
соотношение	-	катнаштык
сопряженный	-	түйүндөш
сочетает	-	айкалышат

способность	-	жөндөмдүүлүк
срез	-	кайыма
сток	-	агым
стягивание	-	кысуу
трактовать	-	талкулоо
удельный	-	салыштырмалуу
уединенный	-	обочолоногон
устанавливать	-	негиздөө
установка	-	орнотмо
фаза	-	баскыч
фигура	-	сынбат, келбет
форма	-	калып,
цикл	-	мерчим
циркуляция	-	айлануу
частный	-	айрым
шаг	-	арым
шунт	-	жарыш тизмек
щуп	-	жылчык өлчөгүч

3. Вектордук анализден кээ бир билдирүүлөр

Градиент. Скалярдык майданды карайлы, себеби мейкиндиктин аймагында, ар бир чекитке φ скалярынын белгилүү бир мааниси ылайык келет:

$$\varphi = \varphi(P) = \varphi(r) = \varphi(x_1, x_2, x_3),$$

мында *r*-радиус вектор, а эми x_1, x_2, x_3- *P* чекитинин декарттык координаталары.

Беттик бардык чекиттеринде аныкталуучу теңдемеге

$$\varphi(x_1, x_2, x_3)=\text{const} \qquad (3.1)$$

φ нин бирдей маанилери ылайык келет. (3.1) түрүндөгү бет *φ* скалярдык беттин деңгээли деп аталат. Беттин деңгээлин майдандын каалаган чекити аркылуу жүргүзүүгө болот.

P чекитинен *dr* кесиндисине жылуушуда *φ* функциясы өсүшкө ээ

$$d\varphi = \sum_i \frac{\partial\varphi}{\partial x_i} dx_i$$

Акыркы формула x_i координатын тандоодон көз каранды эмес, себеби өзүн «инвариант» (өзгөрбөстүк) катары көрсөтөт. dx_i чоңдугунун көптүгү *dr* векторун пайда кылат $a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$ берилген *a* жана *b* векторлору үчүн булардын координат окторундагы проекциялары координат системдерден тандоодон көз каранды, бирок $a \cdot b$ көбөйтүсүндө бул тандоодон көз каранды эмес. Мындан жыйынтыктасак, $a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$ туюнтмалары инвариант б.э., себеби бардык координат системдеринде бирдей чоңдук) Ошондуктан $\partial\varphi / \partial x_i$ чоңдугун x_i огундагы кайсы-бир вектордун проекциясынын маңызы деп билдирүүгө болот. Бул вектор *φ* скалярынын *"градиенти"* деп аталат жана *grad φ* белгиси менен белгиленет

$$grad\varphi = \sum_i \frac{\partial\varphi}{\partial x_i} e_i \qquad (3.2)$$

же, дайыма белгилөөлөрдө

$$grad\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x} i + \frac{\partial\varphi}{\partial y} i + \frac{\partial\varphi}{\partial z} k$$

(3.1) билдирүүнү n өлчөмдүү мейкиндикте жеңил таратууга болот.

Градиенттин компонентери $a_i^1 = \sum_k \alpha_{ik} d_k$ $(i=1, 2, 3)$ туюнтмасы боюнча өзгөртүп түзүүлөрүн далилдейли. Эки координат системин алып К жана К^1 жазууга болот

$$d\varphi \sum_i \frac{\partial\varphi}{\partial x_i} dx_i = \sum_i \frac{\partial\varphi}{\partial x_i} dx_i^1 \qquad (3.3)$$

dx_i^1 ни dx_i^1 аркылуу $a_i = \sum_k \alpha_{ki} a_k^1$ $(i = 1,2,3)$ туюнтмасы боюнча көрсөтөлү жана бул туюнтмаларды (3.3) кө коелу:

$$\sum_i \frac{\partial\varphi}{\partial x_i} \sum_k \alpha_{ki} dx_k^1 = \sum_i \frac{\partial\varphi}{\partial x_i^1} dx_i^1 .$$

Сол бөлүгүнүн суммалоо тартибин i жана k индекстери боюнча өзгөртөлү.

$$\sum_k dx_k^1 \sum_i \alpha_{ki} \frac{\partial\varphi}{\partial x_i} = \sum_i \frac{\partial x}{\partial x_i^1} dx_i^1$$

i жана k индексти өздүк эмес б.э. Белгиленгендей, өздүк эмес индексин каалаган тамга менен белгилөөгө болот. Ошондуктан, сол жактагы сумма өзгөрүлбөйт, эгер i жана k индекстерин алмаштырсак. Жалпылагандан кийин алабыз

$$\sum_i dx_i^1 \sum_k \alpha_{ik} \frac{\partial\varphi}{\partial x_k} = \sum_i \frac{\partial\varphi}{\partial x_i^1} dx_i^1$$

Алынган катнаштыктан келип чыгат

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x_i^1} = \sum_k \alpha_{ik} \frac{\partial\varphi}{\partial x_k} ,$$

Ошентип $\partial\varphi/\partial x_i$ чоңдугу координаттарды өзгөртүп түзүүдө өзүн векторлун компоненти катары алып жүрөт.

Гамильтон вектордук дифференциалдык ∇ оператордун киргизген (набла оператору же Гамильтон оператору), ал $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$, $\partial/\partial z$ түзүүчүлөрү менен өзүн вектор катары көрсөтөт:

$$\nabla = i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y} + k\frac{\partial}{\partial z} = \sum_i e_i \frac{\partial}{\partial x_i} \qquad (3.4)$$

∇ вектору өзү менен өзүнүн мааниси жок. Ал мааниге ээ болот качан скалярды же векторду функцияларда колдонулса.

Анда ∇ны φ ге символикалык көбөйтүүдө градиент φ алынат:

$$\nabla\varphi = \sum_i e_i \frac{\partial\varphi}{\partial x_i} .$$

Демек, $\nabla\varphi \equiv grad\ \varphi$. (3.3)кө ылайык φ нин өсүшү $grad\ \varphi$ жана dr векторлордук скалярдык көбөйтүнд үсү түрүндө берилиши мүмкүн:

$$d\varphi = grad\ \varphi \cdot dr = (\nabla\varphi)\ dr. \qquad (3.5)$$

φ деңгээлин бет боюнча жылышы өзгөрүүсүз калат $(d\varphi=0)$. Мындан (3.5) ылайык майдандын ар бир чекитинде $\nabla\varphi$ векторун нормал боюнча беттин деңгээлинин багытталгандагы келип чыгат. Кандайдыр бир беттин деңгээлинин багытталгандагы келип чыгат. Кандайдыр бир l багыттын узатасы боюнча φ нин өзгөрүү ылдамдыгын табалы, же болбосо $d\varphi/\ dl$ (3.5) формуласына туура келген dl кесиндисиндеги φ нин өсүшү $(\nabla\varphi)dl=(\nabla\varphi)_l dl$ барабар, мында $(\nabla\varphi)_l$ l багытындагы градиенттин проекциясы. Ошондуктан $\frac{d\varphi}{dl} = \frac{(\nabla\varphi)_l dl}{dl} = (\nabla\varphi)_l$. Ошентип, кандайдыр бир багыттагы градиенттин проекциясы, берилген багыттагы функциянын өзгөрүү ылдамдыгын берет.

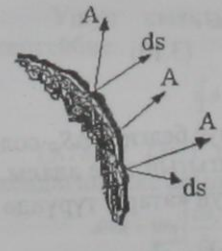
Белгилейли, $\nabla\varphi$ вектору φ скалярдык майдандын ар бир чекитинде бар болот. Демек, градиент вектордук майданды пайда кылат, же мейкиндик аймагында ар бир чекитке $\nabla\varphi$ векторунун белгилүү мааниси туура келет.

Дивергенция. Физикалык чоңдуктардын пайда болуу жана жок кылынуу менен байланышкан жараяндарды жазуу үчүн эң жогорку кызматты математикалык түшүнүк *дивергенция* аткарат.

Мейли, мейкиндиктин бардык чекиттеринде белгилүү $A(x, y, z)$ вектору бар болсун. Кайсы-бир S бетин карайлы (3.1-чийме). Интеграл

$$\Phi_A = \int_S A \cdot dS \qquad (3.6)$$

S бети аркылуу A векторунун агымы деп аталат. Мындай атоонун себеби төмөнкүдө турат. Жерде күйгөн отту карасак, түтүндүн тыгыздыгы ρ, ал эми түтүндүн ылдамдыгы мейкиндиктин ар кандай чекиттеринде υ б.э. A вектору тууралу $\rho\upsilon$ чоңдугун алалы. Анда (3.6) интегралы секундада S бетинин калыңдыгы аркылуу өтүүчү түтүндүн массасын аныктайт.



3.1-чийме. Беттин калыңдыгы А векторунун агымы.

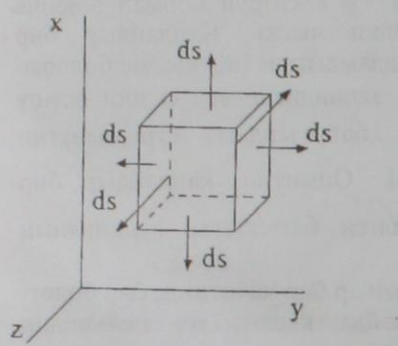
A векторунун агымы туюк беттин калыңдыгында, көлөм ичинде Анын пайда болушунун жана жок кылынышынын интенсивдүүлүгүн (күчөгөндүгүн) мүнөздөйт. Ошентип, $\rho\upsilon$ векторунун агымы туюк беттин калыңдыгында көлөмдүн ичинде түтүндүн пайда болуу интенсивдүүлүгүн мүнөздөйт (чектелген туюк бетте).

(3.6) интегралы көлөм ичинде A векторунун булактарынын суммалык кубаттуулуктарын мүнөздөйт.

Дивергенция булактардын кубаттуулуктарын мүнөздөйт жана төмөнкү формула менен аныкталат

$$divA = \lim_{\Delta V \to \infty} \frac{\oint_{\Delta s} A \cdot ds}{\Delta V} \qquad (3.7)$$

Декарттык тик бурчтуу координаттарда *divA* үчүн туюнтма табалы. Бул үчүн капталдары Δx, Δy, Δz, борбору (x,y,z,) координаттарына ээ болгон кубдун бетинин калыңдыгында А векторунун агымын эсептейм (3.2-чийме). Координаттардын ортосундагы капталдарына барабар $(x+\Delta x/2,y,z)$, $(x-\Delta x/2,y,z)$,



3.2-чийме. *Кубдун бетинин калыңдыгындагы вектордун агымы анын капталдарындагы агымдардын суммасына алып келет.*

$(x,y+\Delta x/2, z)$, $(x,y-\Delta y/2,z)$, $(x,y,\Delta z/2)$, $(x,y,z,-\Delta z/2)$.

(3.6) нын интеграл алдындагы туюнманын координаталардагы түрү

$$A\cdot ds=A_x ds_x+A_y ds_y+A_z ds_z, \qquad (3.8)$$

Мында

$$ds_x=\pm dydz, \quad ds_y=\pm dzdx, \quad ds_z=\pm dxdy \qquad (3.9)$$

анын үстүнө бул чоңдуктардын белгилери ылайык келген октун оң багытына салыштырмалуу капталга сырткы нормалдын багыты менен аныкталат. Мисалы, ds_y оң капталы боюнча $(x,y+\Delta y,z)$ оң мааниге ээ, ал эми сол капталы боюнча-терс. Кубдун бети боюнча интеграл анын капталдары боюнча интегралдардын суммасына келтирет.

Мисалы, У огуна перпендикулярдуу болгон капталдар боюнча интегралды эсептейли. Бул капталдарды $ds_x=0$, $ds_y=\pm dzdx$, $ds_z=0$, демек, (3.8) тин оң бөлүгүндөгү сумма бир A_y ds_y кошулуучуга келтирет. Бет капталдарынын аянттарын

ΔS_{y1} (сол) жана ΔS_{y2} (оң) аркылуу белгилеп, жазабыз:

$$I_y=\oint\limits_{\Delta S_{y1}-\Delta S_{y2}} A\cdot ds=\int\limits_{\Delta S_{y1}} A_y ds_y+\int\limits_{\Delta S_{y2}} A_y ds_y=\int\limits_{\Delta S_{y1}} A_y(x,y-\Delta y/2,z)dxdz+$$
$$+\int\limits_{\Delta S_{y2}} A_y(x,y+\Delta y/2,z)dxdz \qquad (3.10)$$

(3.7)нын оң бөлүгүндөгү биринчи интегралдагы минус белгиси ΔS_{yl} сол капталга сырткы нормал утин терс маанилерге карата багытын эске алалы. Мындан аркы эсептөөлөр үчүн A_y ти Δy боюнча Тейлордун катары түрүндө көрсөтөлү:

$$A_y(x,y+\Delta y/2,z)=A(x,y,z)+(\Delta y/2)\partial A_y(x,y,z)/\partial y+0[(\Delta y)^2],$$
$$A_y(x,y-\Delta y/2,z)=A(x,y,z)-(\Delta y/2)\partial A_y(x,y,z)/\partial y+0[(\Delta y)^2], \qquad (3.11)$$

Мында $0[(\Delta y)^2]\rightarrow$ Δy боюнча жогорку тартиптеги аздыктын мүчөсү. (3.11)ди (3.10)го коюп, табабыз

$$I_y=\Delta y\int\limits_{\Delta S_y}\frac{dA_y(x,y,z)}{dy}dxdz+0[(\Delta y)^2]. \qquad (3.12)$$

мында ΔS_{y2} жана ΔS_{y1} беттеринин аянты барабар жана *x, z* октору боюнча бирдей экендиги эске алынды.

(3.12) интегралын *z* жана *x* интегралдоо өзгөрүлмөлөрүн эске алып интеграл алдындагы туютманы катарга ажыратып эсептөөгө болот, ал эми капталдарынын борборлорунун координаттарын таптакыр эсептөөгө болбойт. Эгерде *x* жана *y* астында капталдарынын борборлорунун координаттарын түшүнсөк, анда өзгөрүлмөлөрдү туюнтмалар боюнча алмашсак эң ыңгайлуу:

$$x\rightarrow x+\xi,\quad z\rightarrow z+\eta,\quad dxdz\rightarrow d\xi d\eta, \qquad (3.13)$$

$$\int\limits_{\Delta S_y}\frac{\partial A_y(x,y,z)}{\partial y}dxdz=\int\limits_{\Delta S_y}\frac{\partial A_y(x+\xi,y,z+n)}{\partial y}d\xi d\eta, \qquad (3.14)$$

мында (3.14)түн оң бөлүгүндөгү *x,z-* капталдардын борборунун координаты, же (3.14) эсептөөдө турактуу. $\partial A_y/\partial y$ билдирүүсү ξ, η боюнча катарга ажыратууга болот:

$$\frac{\partial A_y(x+\xi,y,z+\eta)}{\partial y}=\frac{\partial A_y(x,y,z)}{\partial y}+\xi\frac{\partial^2 A_y(x,y,z)}{\partial x dy}+\eta\frac{\partial^2 A_y(x,y,z)}{\partial z\partial y}+o(\xi^2\eta^2), \qquad (3.15)$$

мында ξ жана η интегралдоодо *0* дон $\pm\Delta x/2$ жана $\pm\Delta Z/2$ чейин өзгөрүлөт жана ээ болот, демек ошол эле аздыктын тартиби, качан Δx жана ΔZ болгондо. (3.15)тү (3.14)кө коебуз:

$$\int\limits_{\Delta S_y}\frac{\partial A_y(x+\xi,y+z+\eta)}{\partial y}d\xi d\eta=\frac{\partial A_y}{\partial y}\int\limits_{\Delta S_y}d\xi d\eta+\frac{\partial^2 A_y}{\partial x\partial y}\int\limits_{\Delta S_y}\xi d\xi в d\eta+\frac{\partial^2 A_y}{\partial z\partial y}\int\limits_{\Delta S}\eta d\xi d\eta+\cdots=$$
$$=\frac{\partial A_y}{\partial y}\Delta x\Delta y\Delta z+0\left[(\Delta x)^2,(\Delta z)\right] \qquad (3.16)$$

Анда (3.11) үчүн алабыз

$$I_y=\frac{\partial A_y(x,y,z)}{\partial y}\Delta x\Delta y\Delta z+0\left[(\Delta x\Delta y\Delta z)^2\right]. \qquad (3.17)$$

Ушул сыяктуу агымдарды башка жуп капталдарды аркылуу эсептейбиз:

$$\oint\limits_S A\cdot ds=\left(\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}\right)\Delta x\Delta y\Delta z+0\left[(\Delta x\Delta y\Delta z)^2\right] \quad (3.18)$$

(3.18)ти (3.7) ге коюуп жана кубдун көлөмү $\Delta V=\Delta x\Delta y\Delta z$ барабар экендигин эске алып, табабыз

$$divA=\lim_{\Delta v\to 0}\left\{\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_x}{\partial z}+0\left[(\Delta x\Delta y\Delta z)^2\right]\Big/(\Delta x\Delta y\Delta z)\right\}=\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}, \quad (3.19)$$

андыктан $(\Delta x\Delta y\Delta z)$ көз каранды кошулуучулар, чекке өткөндө нөлгө айланат. Формула

$$div=\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial x}+\frac{\partial A_z}{\partial z} \qquad (3.20)$$

Вектор ротору. Майдандын потенциалдуулугунун критерийи(чени), буга чейин колдонулуп келген, дифференциалдык болуп эсептелбейт жана аны колдонуу бардык учурда жеңил жана эффективдүү эмес. Анын колдонулушу каалаган туюк жол боюнча жумуш нөлгө барабар экендиги жөнүндөгү ырастоого келтирет. Бул туюк жолдордун чексиз көп санын изилдөөнүн зарылдыгын билгизет, бирок жалпы учур үчүн мүмкүн эмес. Критерийди, качан гана аналитикалык туюнтма түрүндө, каалаган жол боюнча жумуш үчүн жалпы билдирүү белгилүү болсо колдонууга болот. Мындай туюнтманы кээ бир учурларда гана алууга мүмкүн. Ошондуктан, мүмкүн болсо потенциалдуулуктун башка критерийин табуу керек, практикада колдонууда жеңил жана ыңгайлуу болгон. Ошондой критерий болуп дифференциалдык калыптоо эсептелет, бул вектордун роторунун жардамы менен берилет.

Мурда, A роторунун вектордук аныктамасын карайлы,

$rot\ A$ менен белгиленген. Бир тегиздикте жатпаган вектор үч түзүүчүлөр менен аныкталат,. Бирдик n вектору аркылуу мөнүздөлгөн кандайдыр бир багытты тандайлы. Тегиздикте, n ге перпендикулярдуу ΔS аянтын эң кичине L туюк чөйрөсызыгы менен чектейли (3.3-чийме). L чөйрөсызыгында айлануунун оң багыты ар качан n оң бураманын эрежеси менен байланышкан. *Ротор* деп, n багытындагы вектордук проекция төмөнкү формула менен аныкталса

$$rot_n A = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\oint A \cdot dl}{\Delta S} \qquad (3.21)$$

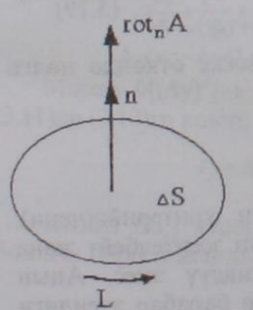
айтабыз.

Ротор вектордун «куюндоонун» интенсивдүүлүгүн мүнөздөйт, операциянын астында чагылдырылган. Мейли, мисалы A вектору n ге коллинеардуу октун айланысында ω бурчтун ылдамдык айланган катуу нерсенин чекиттеринин υ ылдамдыгына барабар. Айлануу огунун чекиттери үчүн $rot_n\ \upsilon$ табалы. L чөйрөсызыгы катары, борбору окто болгон r радиус бар тегеректи тандап алалы жана окко

перпендикулярдуу тегиздикте жайгашкан. Мүмкүн, $\upsilon=\omega r$, $\Delta S=\pi r^2$ жана $A\cdot d\,l=\upsilon d\,l$ ээ болобуз, мында $d\,l$ - тегеректен элементинин скалярдык мааниси. Ошондуктан (3.21) негизинде, алабыз

$$rot_n \upsilon = \lim_{r\to 0} \frac{\omega r \oint dl}{\pi r^2} = \lim_{r \to 0} \frac{\omega r 2\pi r}{\pi r^2} = 2\omega\,, (3.22)$$

мында $\oint dl = 2\pi r$ тегеректин узундугу. Ошентип, айлануучу абсолюттук катуу нерсенин чекиттеринин сызыктуу ылдамдыгынын ротору, анын айлануусу эки эсе күчөтүлгүн бурчтук ылдамдыгына барабар. Бул жыйынтыктын тууралыгын айлануу огундагы чекиттер үчүн гана эмес, ошондой эле бардык чекиттер үчүн да көрсөтүүгө болот.

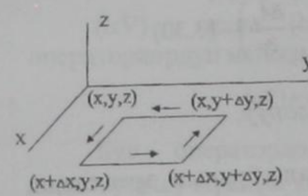


3.3-чийме

Практикада роторду эсептөөдө (3.21) ордуна координаттык туюнтмаларды колдонуу ыңгайлуу. Тик бурчтуу декарттык координат системинде $rot\ A$ проекциясын табалы. Мисал катары Z огун алалы (3.4-чийме). L чөйрөсызыгы болуп Δx Δy жактуу тик бурчтук эсептелет. Оң айлануу багыты чиймеде көрсөтүлгөн.

Бул учурда

$$\oint_L A \cdot dl = \int_{(x,y,z)}^{(x+\Delta x,y,z)} A_x(x,y,z)dx + \int_{(x+\Delta x,y,z)}^{(x+\Delta x,y+\Delta y,z)} A_y\ (x+\Delta x, y, z)dy + \int_{(x+\Delta x,y+\Delta y,z)}^{(x,y+\Delta y,z)} A_x\ (x, y+\Delta y, z)dx +$$
$$+ \int_{x,y+\Delta y,z}^{(x,y,x)} A_y(x,y,z)dy \qquad (3.23)$$



3.4-чийме

мында интегралдоо тик бурчтуктун чокуларынын арасында капталдарынын узатасы боюнча жүргүзүлөт (3.23) анын координаттары боюнча интегралдоо чеги катары көрсөтүлгөн. Δx жана Δy ошончулук эң кичине болоорун эске алып, интеграл алдындагы туюнтмаларда экинчи жана үчүнчү интегралдан A_Y жана A_X ти Δx жана Δy боюнча катарга ажыратуу жана сызыктуу мүчөлөр менен чектелүү:

$$\left.\begin{aligned} A_x(x,y+\Delta y,z) &= A_x(x,y,z) + \Delta y \frac{\partial A(x,y,z)}{\partial y} + \cdots (a) \\ A_y(x+\Delta x,y,z) &= A_y(x,y,z) + \Delta x \frac{\partial A_y(x,y,z)}{\partial x} + \cdots (б) \end{aligned}\right\}$$

(3.24)

Биринчи жана үчүнчү интегралдын суммасын эсептейли:

$$I_1 = \int_{(x,y,z)}^{(x+\Delta x,y,z)} A_x(x,y,z)dx + \int_{(x+\Delta x,y+\Delta y,z)}^{(x,y+\Delta y,z)} A_x\ (x,y+\Delta y,z)dx = \int_{(x,y,z)}^{(x+\Delta x,y,z)} A_x(x,y,z)dx -$$

$$-\int_{x,y,z}^{(x+\Delta x,y,z)} \left[A_x(x,y,z) + \Delta y \frac{\partial A_x(x,y,z)}{\partial y}\right]dx \qquad (3.25)$$

мында (3.25) экинчи интегралын эсептөөдө (3.24,а) туюнтмасы колдонулган, ал эми алуу белгиси артка интегралдоо багытынын өзгөрүшүнүн натыйжасында пайда болгон. (3.25) туюнтмасын мүчөлөрүнүн $A_x(x,y,z)$ интеграл астындагы билдирүүлөрдү кармаган, өз ара жоюлушат, ошондуктан

$$I_1 = -\frac{\partial A_x(x,y,z)}{\partial y}\Delta y \Delta x \qquad (3.26)$$

Ушул сыяктуу (3.23) интегралдын экинчи жана төртүнчү кошулуучуларын эсептейли:

$$I_2 = -\frac{\partial A_y(x,y,z)}{\partial x}\Delta x \Delta y \qquad (3.27)$$

(3.21) туюнтмасы боюнча, табабыз

$$(rotA)_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}. \quad (3.28)$$

Ушул сыяктуу башка координат окторундагы проекцияларды эсептесек:

$$(rotA)_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}, \qquad (rotA)_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \qquad (3.29)$$

i_x, i_y, i_z - координат окторундагы бирдик векторлорду ар качан белгилендей, *rot A* векторун төмөнкү түрдө жазабыз

$$rotA = i_x\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + i_y\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + i_z\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right) \qquad (3.30)$$

Оператор ∇ нын функцияларды көбөйтүүдө колдонуу.

∇ кирген туюнтмаларды түзүүдө вектордук алгебранын эрежелери, ошондой эле дифференциалдык эсептөөлөрдүн эрежелери менен жетектөө керек. Мейли, мисалы φ жана ψ-чекиттердин скалярдык функциялары.

Анда

$$\nabla(\varphi\psi)=\nabla_\psi(\varphi\psi)+\nabla_\varphi(\varphi\psi), \qquad (3.31)$$

(∇ нын индекстерди, анын функциялардын кайсынысына аракет кыларын көрсөтөт). Алдыдага көбөйтүүчү берилген кошулуучуда ∇ аракет кылбайт, ∇ белгисин алдына чыгарууга болот (∇ оператору өзүнүн кийин турган гана чоңдукка аракет кылат). Анда (3.31) формуласы $\nabla(\varphi\psi)=\varphi\nabla_\psi+\psi\nabla_\varphi\ \varphi$ ушундай түрдү кабыл алат. Жазылган туюнтмада ∇ гы индекстердин зарылчыгы жок, анда алабыз

$$\nabla(\varphi\psi)=\varphi\nabla\psi+\psi\nabla\varphi \qquad (3.32)$$

(окулушу: «фи градиент пси кошуу пси градиент фи»).

∇ ны $\varphi\alpha$ нын көбөйтүсүндө катары карайлы. Бул учурда эки мүмкүнчүлүк бар ∇ жана $\psi\alpha$ векторлорунун скалярдык жана вектордук көбөйтүүгө. Буга ылайык алабыз

$$\nabla(\varphi\alpha)=\nabla_\varphi(\varphi\alpha)+\nabla_\alpha(\varphi\alpha)=\alpha\nabla\varphi+\varphi\nabla\alpha \qquad (3.33)$$

(«α градиент кошуу фи дивергенция α»),

$$[\nabla(\varphi\alpha)]=[\nabla_\varphi,(\varphi\alpha)]+[\nabla_\alpha,(\varphi\alpha)]=[(\nabla\varphi),\alpha]+\varphi[\nabla\alpha]. \qquad (3.34)$$

Эми ∇ ны [αb] көбөйтүүчүлөрүнө колдонолу, башында векторлорду скалярдык көбөйтүп:

$\nabla[ab]=\nabla_a[ab]+\nabla_b[ab]$. Ар бир кошулуучуга циклдик которуштурууну аткаралы (мисалы, $a[bc]=b[ca]=c[ab]$:)

$$\nabla[ab]=b[\nabla_a a]+a[b\nabla_b]=b[\nabla_a a]-a[\nabla_b b]$$

(экинчи кошулуучуда биз b менен ∇_b орундарын алмаштырдык, себеби *b* вектору∇_b операторунун артында болушу үчүн, анткени ага аракет кылат. Мында вектордук көбөйтүүнүн белгиси өзгөрүлдү). Кереги жок индекстерди алып салып, төмөнкү туюнтмаларга келебиз

$$\nabla[ab]=b[\nabla a]-a[\nabla b] \qquad (3.35)$$

(«бэ ротор а алуу *а* ротор бэ»).

[αb] ∇га вектордук көбөйтөбүз: $[\nabla,[ab]]=[\nabla_a,[ab]]+[\nabla_b,[ab]]$.

Ар бир кошулуучуну «бац алуу цаб» туюнтмасы боюнча которулуштурабыз $[[a[bc]]=b(ac)-c(ab)]$: $[\nabla[ab]]=a(\nabla_a b)-b(\nabla_a a)+a(\nabla_a b)-b(\nabla_b a)$. ∇ болгондо индекстерди түшүрүү үчүн көбөйтүүчүлөрдү мындайча коюштуруп, алабыз

$$[\nabla[ab]]=(b\nabla)a-(a\nabla)b+a(\nabla b)-b(\nabla a) \qquad (3.36)$$

(α∇) жана (b∇) билдирүүлөрү скалярдык дифференциалдык операторлордун маңызы б.э.

$$(a\nabla)=a_x\frac{\partial}{\partial x}+a_y\frac{\partial}{\partial y}+a_z\frac{\partial}{\partial z}=\sum_i a_i\frac{\partial}{\partial x_i}. \qquad (3.37)$$

Бул операторлор скалярдык жана вектордук функцияларда колдонулушу мүмкүн. φ скалярына колдонууда (3.37) оператор берет

$$(a\nabla)\varphi=\sum_i a_i\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}=a(\nabla\varphi) \qquad (3.38)$$

b векторуна (α∇) оператору аракет кылганда төмөнкү туюнтма алынат

$$(a\nabla)b=\sum_i a_i\frac{\partial b}{\partial x_i}=\sum_i a_i\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\sum_k e_k b_k\right)=\sum_k e_k\sum_i a_i\frac{\partial b_k}{\partial x_i}. \qquad (3.39)$$

(3.37) оператору φ скалярдык функция менен *b* вектордук функциянын көбөйтүндүсүнө колдонулат:

$$(a\nabla)(\varphi b)=(a\nabla_\varphi)(\varphi b)+(a\nabla_b)(\varphi b)=b(a\nabla)\varphi+\varphi(a\nabla)b=b(a\cdot\nabla\varphi)+\varphi(a\nabla)b. \qquad (3.40)$$

(α∇) r билдирүүлөрүнүн маанисин билүү эң керектүү, мында *r*-радиус-вектор, α-кандайдыр бир эркинче вектор (3.38) туюнтмасындагы *b* ордуна r ди коюп $\partial x_k/\partial x_i=\delta_{ik}$ көнүлгө алып, алабыз

$$(a\nabla)r=\sum_k e_k\sum_i a_i\delta_{ik}=\sum_k e_k a_k=a \qquad (3.41)$$

(3.31)-(3.34) туюнтмалары жеңилирээк алынды. Эки вектордун скалярдык көбөйтүндүсүнүн градиентин табуу маселеси татаал турат: анткени ∇(αb) түшүнүксүз, мисалы, ∇_α (αb) аркылуу эмнени түшүнүүгө болот. Аны ($\nabla_\alpha\alpha$)b катары түшүндүрүүгө болбойт, *a* ны *c* га көбөйтүү операциясы жана ∇_α ны колдонууда коюштурулбайт. Бул кыйынчылыкты "бац алуу цаб" туюнтмасынан келип чыккан жардамчы катнаштыктарды пайдаланып:

$$a[\nabla b]]=\nabla_b(ab)-b(\nabla_b a)=\nabla_b(ab)-(a\nabla)b \text{ , анда}$$

$$\nabla_b(ab)=[a,[\nabla b]]+(a\nabla)b \qquad (3.42)$$

$b[\nabla a]]$ ушундай ыкма менен жазып, төмөнкү катнаштыкка келебиз

$$\nabla_a(ab)=[b,[\nabla a]]+(b\nabla)a \qquad (3.43)$$

(3.41) жана (3.42) туюнтмаларын коюштуруп алабыз

$$\nabla(ab)=\nabla_a(ab)+\nabla_b(ab)$$

a жана b векторлорунун скалярдык көбөйтүндүсүнүн градиенти үчүн төмөнкү туюнтмага алып келет:

$$\nabla(ab) = [a,[\nabla b]] + [b,[\nabla a]] + (a\nabla)b + (b\nabla)a \qquad (3.44)$$

4. Таблицалар

Өткөгүчтүү текзаттардын негизги мүнөздөмөлөрү

1-таблица

Текзаттар	Тыгыздлык $x10^3$ кг/м^3	Салыштырма өткөргүч түк $x10^6$ см/м	Салыштырма каршылык 10^{-6} Ом· м	Каршылык тын температуралык коэффициенти $^0C^{-1}$
Алюминий	2,7	34	0,029	0,004
Константан	8,8	2	0,40-0,51	0,00005
Коло	8,9	57	0,0175	0,004
Манганин	8,14	2,4	0,42	0,000015
Нихром	8,2	0,9	1,1	0,0003
Темир	7,85	10^{-5}	0,1-0,2	0,005
Фехраль	7,6	0,83	1,2	0,0002

2-таблица

Оролуунун түрү же өткөргүчтү жайгаштыруунун шарттары	Берилүүчү агын тыгыздыгы, А/мм^2
Жабылган жайдагы баардык өткөргүчтүн кесилиши, мм^2	
5	10
10	7
50	4
10	3
Бир катарга оролгон түрмөк	3-5
Көп катарга оролгон түрмөк кубаттулуктарда:	
Кичине(10 Вт чейин)	2-3
Орточо(1 кВт чейин)	1,8-2,5
Жогорку	1,2-1,8

Магниттелүүчү болоттордун мүнөздөмөлөрү

3-таблица

B,т	H, А/м, болоттун маркалары үчүн			
	1211 1212 1311	1511 1512	Куюлган болот	Пермендер
0,10	-	40	80	57
0,20	-	50	160	70
0,30	-	60	240	73
0,40	140	70	320	76
0,45	152	75	360	79
0,50	171	85	400	82
0,55	191	94	443	-
0,60	211	110	448	85
0,65	236	127	535	-
0,70	261	145	584	88
0,75	287	165	632	-
0,80	318	185	682	91
0,85	352	210	745	-
0,90	397	235	798	94
0,95	447	270	850	-
1,00	502	300	920	97
1,05	570	340	1004	100
1,10	647	395	1090	105
1,15	739	460	1187	110
1,20	840	540	1290	115
1,25	976	640	1430	120
1,30	1140	770	1590	125
1,35	1340	970	1810	132
1,40	1580	1300	2090	140
1,45	1950	1830	2440	150
1,50	2500	2750	2890	162
1,55	3280	3850	3430	180
1,60	4370	5150	4100	200
1,65	5880	6950	4870	225
1,70	7780	8900	5750	260

Электр жана магнит чондуктарынын бирдиктери

4-таблица

Электр чондуктарынын аталышы	Чондуктардын белгилениши	Бирдиктери	Бирдиктердин аттары	Бирдиктердин белгилениши
Электр жана магнит майдандарынын зардеси: элетрмагниттик зарде, механикалык жумуш	W_e, W_L	джоуль	Джоуль	Дж
Электр тизмегинин аракеттуу кубаттуулугу	P	ватт	Ватт	Вт
Электр тизмегинин реактивдуу (каршы аракеттүү) кубаттуулугу	Q	-	Вар	Вар
Электр тизмегинин толук кубаттуулугу	S	вольт-ампер	вольт-ампер	В·А
Электр агымы	I	ампер	Ампер	А
Электр дүрмөгү	q	ампер-секунда	Кулон	Кл
Магнит агымы	Ф	вольт-секунда	Вебер	Вб
Элетрдик чыңалуу, потенциал,потенциалдардын айырмасы, ЭКК	U,V,E	джоуль бөлүнгөн кулон, ватт бөлүнгөн ампер	Вольт	В
Магнит кыймылдаткан күчү (МКК), магниттик чыңалуу, потенциал, потенциалдардын айырмасы	F, $U_М$, $V_М$	ампер	Ампер	А
Электрлик каршылык	R	вольт бөлүнгөн метр	Ом	Ом
Электрлик сыйымдуулук	C	кулон бөлүнгөн метр	Фарад	Ф
Электрлик өткөргүчтүк	G	ампер бөлүнгөн вольт	Сименс	См
Эпкиндүүлүк, өз ара эпкиндүүлүк	L,M	вебер бөлүнгөн ампер	Генри-	Г
Магниттик каршылык	$R_М$	ампер бөлүнгөн вебер	-	А/Вб
Магниттик өткөргүчтүк	$G_М$	вебер бөлүнгөн	-	Г

		ампер		
Электр агымынын тыгыздыгы	J	ампер бөлүнгөн чарчы метр	-	$А/м^2$
Электр дүрмөтүнүн тыгыздыгы: Көлөмдүк Беттик	ρ, σ	Кулон бөлүнгөн метрдин кубу, Кулон бөлүнгөн чарчы метр	- -	$Кл/м^3$ $Кл/м^2$
Магниттик эпкин	B	Вебер бөлүнгөн метрдин чарчысы	Тесла	Т
Электр майданынын чыңалуусу	E	Вольт бөлүнгөн метр	-	В/м
Салыштырмалуу электр каршылыгы	ρ	Ом бөлүнгөн метр	-	Ом/м
Магнит майданынын чыңалуулугу	H	Ампер бөлүнгөн метр	-	А/м
Салыштырмалуу электр өткөргүчтүгү	γ	Сименс бөлүнгөн метр	-	См/м
Электрлик туруктуулук	ε_0	Фарад бөлүнгөн метр	-	Ф/м

Бесселдин функциялары

Бесселдин теңдемеси

$$\frac{d^2 f}{d\varpi^2}+\frac{1}{\varpi}\frac{df}{d\varpi}+\left(1+\frac{n^2}{\varpi^2}\right)f=0$$

Бесселдин теңдемесинин жалпы чыгарылышы

$$f = AI_n(\omega)+BN_n(\omega),$$

мында A,B-көз карандысыз туруктуулуктар;

$I_n(\omega)-n$ катардагы Бесселдин функциясы (биринчи тартиптеги цилиндрлик функция).

$N_n(\omega)-n$ катардагы Неймандын функциясы (экинчи тартиптеги цилиндрлик функция).

ω>>1, ω>>n

$$J_n(\varpi)\approx\sqrt{\frac{2}{\pi\varpi}}\cos\left[\varpi-\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right];$$

$$N_n(\varpi)\approx\sqrt{\frac{2}{\pi\varpi}}\sin\left[\varpi-\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{2}\right].$$

Ар кандай катардагы Бесселдин функцияларынын ортосундагы байланыш:

$$J_n(\varpi)=\frac{\omega}{2\pi}\left[J_{n-1}(\omega)+J_{n+1}(\omega)\right]; \quad J_{-n}(\omega)=(-1)^n J_n(\varpi);$$

$$\frac{dJ_n(\varpi)}{d(\varpi)}=\frac{n}{\omega}J_n(\varpi)-J_{n+1}(\varpi); \qquad \frac{dJ_n(\varpi)}{d(\varpi)}=-\frac{n}{\varpi}J_n(\varpi)-J_{n+1}(\varpi);$$

$$\int\varpi^{n+1}J_n(\varpi)d\varpi=\varpi^{n+1}J_{n+1}(\varpi);$$

$$\int\varpi\left[J_n(\varpi)\right]^2 d\varpi=\frac{\omega^2}{2}\left\{\left[J_n(\varpi)\right]^2-J_{n-1}(\varpi)J_{n+1}(\varpi)\right\}.$$

Нөлдүк жана биринчи катардагы Бесселдин функцияларынын модулдары жана аргументтери:

$$J_0(\varpi)=b_0e^{j\beta_0}; \qquad J_1(\varpi)=b_1e^{j\beta_1}, \text{ мында}$$

$$W=\sqrt{-j}mr=mre^{-j45^\circ}$$

5 – таблица

mr	b_0	β_0°	b_1	β_1°	mr	b_0	β_0°	b_1	β_1°
0,0	1,0000	0,000	0,0000	-45,000	4,1	3,6463	142,279	3,3662	57,840
0,1	1,0000	0,150	0,0500	-44,931	4,2	3,8671	146,361	3,5722	61,789
0,2	1,0001	0.567	0.1000	-4,4714	4,3	4,1015	150,444	3,7924	65,743
0,3	1,0002	1,283	0,1500	-44,350	4,4	4,3518	154,513	4,0274	69,706
0,4	1,0003	2,823	0,2000	-43,854	4,5	4,6179	158,586	4,2783	73,672
0,5	1,0010	3,617	0,2500	-43,213	4,6	4,9012	162,657	4,5460	77,638
0,6	1,0020	5,150	0,3000	-42,422	4,7	5,2015	166,726	4,8317	81,615
0,7	1,0037	7,000	0,3001	-41,489	4,8	5,5244	170,795	5,1390	85,590
0,8	1,0063	9,150	6,3502	-40,358	4,9	5,8696	174,865	5,4619	89,571
0,9	1,0102	11,550	0.4010	-39,207	5,0	6,2312	178,933	5,8118	93,549
1,0	1,0155	14,217	0,4508	-37,837	5,1	6,6203	-176,988	6,1793	97,533
1,1	1,0226	17,167	0,5014	-36,343	5,2	7,0339	-172,929	6,5745	101,518
1,2	1,0319	20.333	0,5508	-34,706	5,3	7,4752	-168,860	6,9960	105,504
1,3	1,0439	23,750	0,6032	-32,928	5,4	7,9455	-164,781	7,4456	109,492
1,4	1,0584	27,367	0,6549	-31,011	5,5	8,4473	-160,721	7,9253	113,482
1,5	1,0768	31,183	0,7070	-28,952	5,6	8,9821	-156,652	8,4370	117,473
1,6	1,0983	35,167	0,8136	-26,768	5,7	9,5524	-152,583	8,9830	121,465
1,7	1,1243	39,300	0,8683	-24,451	5,8	10,160	-148,513	9,5657	125,459
1,8	1,1545	43,550	0,9233	-22,000	5,9	10,809	-144,444	10,187	129,454
1,9	1,1890	47,883	0,9819	-19,428	6,0	11,501	140,375	10,850	133,452
2,0	1,2286	52,283	1,0411	-16,732	6,1	12,239	-136,306	11,558	137,450
2,1	1,2743	56,750	1,1022	-13,923	6,2	13,027	-132,238	12,313	137,450
2,2	1,3250	61,233	1,1659	-11,000	6,3	13,865	-128,170	13,119	141,452
2,3	1,3810	65,717	1,2325	-7,970	6,4	14,761	-124,103	13,978	145,454
2,4	1,4421	70,183	1,3009	24,838	6,5	15,717	-120,036	14,896	149,458
2,5	1,5111	74,650	1,3740	-1,613	6,6	16,737	-115,969	15,876	153,462
2,6	1,5830	79,114	1,4505	1,701	6,7	17,825	-111,903	16,912	157,469
2,7	1,6665	83,499	1,5300	5,099	6,8	18,986	-107,836	18,038	161,477
2,8	1,7541	87,873	1,6148	8,570	6,9	20,225	-103,772	19,228	165,486
2,9	1,8486	92,215	1,7045	12,111	7,0	21,548	-99,706	20,500	169,498
3,0	1,9502	96,518	1,7998	15,714	7,1	22,959	-95,642	21,858	173,510
3,1	1,0592	100,789	1,9012	19,372	7,2	24,465	-91,578	23,308	177,523

3,2	2,1761	105,052	2,0089	23,081	7,3	26,074	-87,514	24,856	-178,464
3,3	2,3000	109,252	2,1236	26,833	7,4	27,790	-83,460	26,509	-170,429
3,4	2,4342	113,433	2,2459	30,622	7,5	29,622	-79,378	28,274	-166,411
3,5	2,5759	117,605	2,.3766	34,445	7,6	31,578	-75,326	30,158	-162,392
3,6	2,7285	121,760	2,5155	38,295	7,7	33,667	-71,264	32,172	-158,373
3,7	2,8895	125,875	2,6640	42,171	7,8	35,896	-67,202	34,321	-154,354
3,8	3,0613	129,943	2,8226	46,067	7,9	38,276	-63,141	36,617	-150,330
3,9	3,2443	134,096	2,9920	49,978	8,0	40,817	-59,080	39,070	-146,308
4,0	3,4391	138,191	3,1729	53,905	8,1	43,532	-55,019	41,691	-142,284

5 – таблицанын уландасы

mr	b_0	β_0^*	b_1	β_1^*
8,2	46,429	-50,958	44,487	-138,261
8.3	49,524	-46,898	47,476	-134,236
8,4	52,829	-42,838	50,670	-130,210
8,5	56,359	-38,778	54,081	-126,185
8,6	60,129	-34,718	57,725	-122,158
8,7	64,155	-30,659	61,618	-118,132
8,8	68,455	-26,600	65,779	-114,104
8,9	73,049	-22,541	70,222	-110,075
9,0	77,957	-18,484	74,971	-106,047
9,1	83,199	-14,423	80,048	-102,019
9,2	88,796	-10,365	85,466	-97,989
9,3	94,781	-6,307	91,252	-93,959
9,4	101,128	-2,249	97,449	-89,929
9,5	108,003	1,811	104,063	-85,898
9,6	115,291	5,868	111,131	-81,867
9,7	123,110	9,925	118,683	-77,836
9,8	131,429	13,983	126,752	-73,803
9,9	140,300	18,041	135,374	-69,771
10	149.831	22,099	144,586	-65,734

АДАБИЯТТАР

1. Бессонов Л.А. Теоретическая основы электротехники. М.: “Высшая школа”, 1978, Ч.II.
2. Бессонов Л.А. Теоретическая основы электротехники. М.: “Высшая школа”, 1978, Ч.III.
3. Нейман Л.Р., Демирчан К.С. Теоретическая основы электротехники. Т. I и II. Л.: “Энергия”, 1981.
4. Поливанов К.М. Линейные электрические цепи с сосредоточенными параметрами. М.: “Энергия”, 1977.
5. Мансуров Н.Н., Попов В.С. Теоретическая электротехника. М.: “Энергия”, 1968.
6. Бессонов Л.А. и др. Сборник задач по теоретическим основам электротехники. М.: “Высшая школа”, 1980.
7. Зайчик М.Ю. Сборник задач по теоретической электротехнике. М.: “Энергоатомиздат”, 1988.
8. Абдылдаев О.Т. Электротехниканын назарияттык негиздери. Б.: Бишкек, 2004, Биринчи бөлүк.
9. Атабеков Г.И. Теоретическая основы электротехники. Ч. I. Л.: “Энергия”, 1970.
10. Калашников С.Г. Электричество. М.: “Наука”, 1988.
11. Савельев И.В. Курс обңий физики. Т. I и II. М.: “Наука”, 1988.
12. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. М.: “Высшая школа”, 1983.
13. Жеңишбек Усубаалы уулу, Карыпбек Курманаалы уулу, Майрам Дүйшөн кызы. Машинелердин механикасы боюнча орусча- кыргыча атоолор сөздүгү. Б.: “Учкун”, 1994.
14. Орусча- кыргызча сөздүк. Проф. К.К.Юдахиндин редакциясы астында. М.: “Чет жана улут сөзд.мам. басмасы”, 1957.

УСУЛДУК КОЛДОНМОЛОР

15. Абдылдаев О.Т., Осмокеев А. Методические указания к проведению практических занятий по дисциплине ТОЭ (Нелинейные магнитные цепи. Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях), Б. 2002.

Абдылдаев О.Т., Методические указания к проведению практических занятий по дисциплине ТОЭ (Метод уравнений Кирхгофа 2001. Метод контурных токов, 2001. Метод принципа наложения, 2000. Метод двух узлов, 2000. Трехфазные цепи, 2001. Электрические цепи однофазного переменного синусоидального тока, 2000)

Мазмуну

Окуу китеби

Абдылдаев Обозбек Талипович

ЭЛЕКТРОТЕХНИКАНЫН НАЗАРИЯТТЫК НЕГИЗДЕРИ

(кыргыз тилинде)

Редактору Ж.Мундузбаева
Техн. редактору Б.Тилекматов

Терүүгө 25. 10. 2004 жылы берилди.
Басууга 09 11. 2004 жылы кол коюлду.
Форматы 60х84 1/16. Көлөмү 11,57 б.т. Офсеттик кагазга басылды.
Нускасы 500 даана.

«Бийиктик» басмасы,
Бишкек шары, Киев көч., 77;